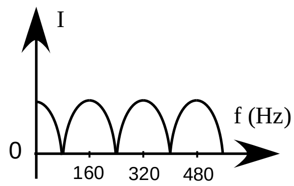
2 Onde sonore et tuyau.

On prend un tuyau de longueur L = 1,00 m ouvert à ses deux extrémités. A gauche on place un haut-parleur et à droite un microphone. Pour différentes valeurs de la fréquence f d'excitation du haut-parleur on mesure l'intensité reçue par le microphone. On a le graphique ci-contre donnant I en fonction de f : il y a des pics à 160Hz, 320 Hz, 480Hz etc



1°) Interpréter le graphique.
On est ici en régime sinusoïdal forcé. Le problème est similaire à celui d'une corde de Melde : pour certaines fréquences, correspondant à des modes propres, il y a des résonances. Elles seraient d'amplitudes infinies s'il n'y avait aucun défaut. En pratique, les amplitudes sont finies. Il y a des pics d'intensité pour chaque résonance.

2°) Conditions aux limites en x=0 et x=L vérifiées par la surpression : Ce sont les extrémités du tuyau, donc on y retrouve la pression atmosphérique P_0, qui règne à l'extérieur du tuyau.
Par conséquent, la $\boxed{\text{surpression est nulle en x=0 et x=L}}$.

On propose $\underline{p}$(x,t)=Acos(kx)exp(jωt) et $\underline{p}$(x,t)=Asin(kx)exp(jωt).

La plus probable est la seconde, puisqu'elle s'annule en $x = 0$, c'est-à-dire à un endroit où la surpression doit s'annuler.

On a vu que la surpression et la vitesse sont des grandeurs complémentaires, en cas d'onde stationnaire, un nœud de l'un est un ventre de l'autre.

On va le retrouver par les équations, en revenant à une des équations de couplage, par exemple le PFD appliqué à une particule de fluide : $\mu_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -\frac{\partial p_1}{\partial x}$. Avec les notations de cet énoncé, cela devient $\mu_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$, et en notation complexe, $\mu_0 j\omega\, \underline{v} = -\frac{\partial \underline{p}}{\partial x}$,
d'où $\mu_0 j\omega\, \underline{v} = -A\, k \cos(kx)\, e^{j\omega t}$
puis $\underline{v} = -A \frac{k}{\mu_0 j\omega} \cos(kx)\, e^{j\omega t} = jA \frac{k}{\mu_0 \omega} \cos(kx)\, e^{j\omega t} = A \frac{k}{\mu_0 \omega} \cos(kx)\, e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{A}{\mu_0 c} \cos(kx)\, e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$.
En conclusion, $\boxed{\underline{v}(x,t) = \frac{A}{\mu_0 c} \cos(kx)\, e^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}}$.

3) Puisqu'on a un nœud de surpression à chaque extrémité du tuyau, $L = p\frac{\lambda}{2}$, p étant un entier naturel.
On en déduit les fréquences de résonance : $f = \frac{c}{\lambda} = p\frac{c}{2L}$. Or, on voit sur le dessin qu'entre deux fréquences de résonnance, l'écart est de $\Delta f = 160$ Hz. Or, $\Delta f = \frac{c}{2L}$ d'où $\boxed{c = 2L\Delta f = 320 \text{ m.s}^{-1}}$.

4) Si on bouche le tuyau à droite, on aura en $x = L$ un nœud de vitesse, donc un ventre de surpression. Alors que ce sera encore un nœud de surpression en $x = 0$.

On en déduit une nouvelle relation entre L et λ : $\boxed{L = \frac{\lambda}{4} + p\frac{\lambda}{2}}$.

Le fondamental correspond à $p = 0$, donc $\lambda = 4L$, d'où $\boxed{f = \frac{c}{4L} = 80 \text{ Hz}}$.

5) Donner les équations qui régissent ce système et les approximations acoustiques : cf cours

6) Les linéariser et retrouver l'équation de d'Alembert et la célérité : cf cours.