

À propos de la lecture d'un graphe en échelle logarithmique :

1°) Introduction :

Imaginons que pour une grandeur physique P , on ait une échelle verticale logarithmique (cf ci-contre).

Le plus souvent, ce qui est indiqué en valeurs numériques, ce sont les valeurs de P , car c'est ce qui intéresse l'utilisateur du graphe.

Mais comme l'échelle est logarithmique, il n'y a pas le même écart entre 10 et 20 qu'entre 20 et 30 ou 30 et 40, etc.

Car en réalité, ce qui est porté en ordonnée est, non pas P , mais $\log(P)$.

Ainsi, compte tenu de l'échelle h choisie pour le tracé, le segment vertical allant de 10 à 20, a une longueur, y (en rouge), correspondant à

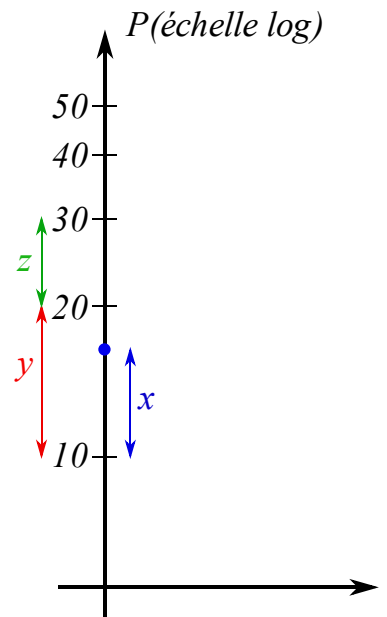
$$y = h \times (\log(20) - \log(10)) = h \times \log(2)$$

De la même façon, on aurait, pour le segment vertical allant de 2 à 3, a une longueur, z (en vert), correspondant à

$$z = h \times (\log(30) - \log(20)) = h \times \log\left(\frac{3}{2}\right)$$

Vous pouvez vérifier, en mesurant à la règle, que $\frac{z}{y} = \frac{h \times \log(\frac{3}{2})}{h \times \log(2)} = \frac{\log(\frac{3}{2})}{\log(2)} = 0,58$.

Et vous pouvez aussi vérifier que le segment allant de 20 à 40 est de même longueur que celui allant de 10 à 20. En effet, $\log\left(\frac{40}{20}\right) = \log\left(\frac{20}{10}\right) = \log(2)$



2°) Aspect pratique :

Comment trouver la valeur de P pour le point bleu se trouvant entre P_a et P_b ? Appelons P_r cette valeur recherchée de P

Il faut mesurer à la règle, par exemple les longueurs x et y .

Compte tenu de l'échelle, on a $x = h \times (\log(P_r) - \log(P_a)) = h \times \log\left(\frac{P_r}{P_a}\right)$.

De même, $y = h \times (\log(P_b) - \log(P_a)) = h \times \log\left(\frac{P_b}{P_a}\right)$

Donc $\frac{x}{y} = \frac{\log(\frac{P_r}{P_a})}{\log(\frac{P_b}{P_a})}$, puis $\log\left(\frac{P_r}{P_a}\right) = \frac{x}{y} \log\left(\frac{P_b}{P_a}\right) = \log\left(\left(\frac{P_b}{P_a}\right)^{\frac{x}{y}}\right)$, et donc $\frac{P_r}{P_a} = \left(\frac{P_b}{P_a}\right)^{\frac{x}{y}}$, et enfin,

$$\boxed{P_r = P_a \times \left(\frac{P_b}{P_a}\right)^{\frac{x}{y}}}$$

Evidemment, pour avoir de la précision, il faut choisir x et y les plus longs possibles, afin de minimiser l'incertitude relative de mesure avec la règle.

Pour l'exemple du haut de la page,

$$P_r = 10 \times 2^{\left(\frac{x}{y}\right)}$$

