Chapitre(s) 0 : Packs de démarrage
Feuille d'exercices - correction partielle

Exercice 1 :

Réduire les expressions suivantes :

A $= \dfrac{7}{8} \times \dfrac{2}{3}$

B $= \dfrac{2+3}{3}$

C $= \dfrac{3}{3+5}$

D $= \dfrac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{4 \times 5 \times 6 \times 8}$

E $= \dfrac{4 \times 3 + 3 \times 3}{3 \times 6}$

F $= \dfrac{4}{\frac{7}{8}}$

G $= \dfrac{\frac{4}{7}}{8}$

H $= \dfrac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}}$

I $= \dfrac{1}{\frac{1}{4}}$

J $= \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{7}$

K $= \dfrac{5}{6} + \dfrac{13}{22}$

L $= \dfrac{12}{35} \times \dfrac{14}{30}$

M $= \dfrac{33}{16} \times \dfrac{6}{121}$

N $= \dfrac{14}{11} \div \dfrac{15}{4}$

O $= \dfrac{3}{5} \div 7$

P $= 4 \div \dfrac{2}{3}$.

Exercice 2 :

Soient a, b et c des réels. Simplifier, si c'est possible, les expressions ci dessous (on suppose que le dénominateur ne s'annule pas) :

$$\frac{a+b}{b+c} = \qquad \frac{a \times b}{b \times c} = \qquad \frac{1}{\frac{a}{b}} =$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \qquad \frac{a+b}{a} = \qquad \frac{a}{a+b} = \qquad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} =$$

---

1. $\dfrac{a+b}{b+c} = \dfrac{a+b}{b+c}$: pas de simplification possible....
2. $\dfrac{a \times b}{b \times c} = \dfrac{a}{c}$
3. $\dfrac{1}{\frac{a}{b}} = \dfrac{b}{a}$
4. $\dfrac{a}{b} + \dfrac{a}{c} = \dfrac{ca+ab}{bc}$
5. $\dfrac{a+b}{a} = 1 + \dfrac{b}{a}$ (par exemple....)
6. $\dfrac{a}{a+b} = \dfrac{a}{a+b}$: pas de simplification possible... Une écriture comme $\dfrac{a}{a+b} = \dfrac{a+b-b}{a+b} = 1 - \dfrac{b}{a+b}$ pourrait être utile !
7. $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = \dfrac{a+b}{c}$

Exercice 3 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Réduire les expressions suivantes (on suppose que les dénominateurs ne s'annulent pas) :

$A = \dfrac{1}{x-7} + \dfrac{3}{2x-1}$. $\qquad B = \dfrac{3}{(x-1)(x+2)} + 5$. $\qquad C = \dfrac{3(x+2)}{x^2} \times \dfrac{x(x+1)}{2(x+3)} \div \dfrac{2x+2}{x}$

$A = frac5x - 22(x-7)(2x-1)\cdot$

$B = \dfrac{5x^2+5x-7}{(x-1)(x+2)}$.

$C = \dfrac{3(x+2)}{4(x+3)}$

Exercice 4 :

Réduire les expressions suivantes :

1. $A = 9^{n+2} - 9^{n+1} + 2 \times 3^{2n}$.
2. $B = \dfrac{2}{4^n} - 7 \times 2^{-2n-1} + 5 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2n}$.
3. $C = 3^{2n}(-1)^n - (-9)^n$.

Exercice 5 :

Soient $x, y \in \mathbb{R}^*$. Réduire les expressions suivantes :

1. $A = x^{-1} \times \dfrac{x^7}{x^4}$.
2. $B = \dfrac{x^2}{(x^{-2})^3}$.
3. $C = \dfrac{x^{-2}y^3}{(xy^{-1})^3}$.

Exercice 6 : revision fonctions usuelles

Déterminez les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto \sqrt{x+3}$
2. $f : x \mapsto \sqrt{|x|}$
3. $f : x \mapsto e^{\sqrt{1-x}}$
4. $f : x \mapsto \dfrac{1}{e^x}$
5. $f : x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{x}}$
6. $f : x \mapsto \ln(x^2)$
7. $f : x \mapsto \dfrac{1}{\ln x}$
8. $f : x \mapsto \sqrt{x^2+x-2}$
9. $f : x \mapsto \ln(|x+1|)$
10. $f : x \mapsto \ln(|x|+1)$
11. $f : x \mapsto \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{5-x}-1}$
12. $f : x \mapsto \sqrt{\cos(x)}$
13. $f : x \mapsto \ln(|\sin(x)|)$

Exercice 7 : fonctions usuelles et simplification

Simplifier (si une simplification est possible...) les écritures suivantes (où x est un réel tel que l'expression a un sens) :

1. $|x^2+x+1|$
2. $\sqrt{x^2}$
3. $\sqrt{x^2-2x+1}$
4. $\ln(e^4)$
5. $\ln(\sqrt{e})$
6. $\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)$
7. $e^{\ln(2)-2\ln 3}$
8. $\dfrac{\sqrt{4}\sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{8}})^2}{\sqrt{\sqrt{64}}}$
9. $\ln(25)-\ln(\frac{1}{5})+\ln 1$
10. $\dfrac{\ln(25)}{\ln(5)}$
11. $e^x e^{-x}$
12. ee^{-x}
13. $\dfrac{e^{2x}}{e^{2-x}}$
14. $e^x(e^x+e^{-x})$
15. $e^{-3x+1}(e^x)^3$
16. $(e^x+e^{-x})^2-(e^x-e^{-x})^2$
17. $(e^x-e^{-x})(e^{2x}+e^x+1)$
18. $e^x e^{\frac{1}{2}\ln(4x)-x}$

Exercice 8 :

Soit $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.
Déterminer l'ensemble de définition de A, puis calculer A^2.
En déduire une expression simplifiée de A.

Exercice 9 :

Resoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes :

1. $x^2+3x+2=0$
2. $x^2+x+1=0$
3. $x^4+3x^2+2=0$
4. $3e^{3x}+e^{2x}-2e^x=0$.
5. $(2x-1)^2=(6x+5)^2$
6. $\dfrac{2x+3}{4x-1}=\dfrac{x+1}{x-1}$
7. $\dfrac{x^3-5x+4}{x^2-4}=0$

Exercice 10 :

Résoudre les systèmes linéaires suivants en utilisant la méthode du pivot de Gauss :

1. $\left\{\begin{array}{rcl} 2x-3y & = & 1 \\ x-y & = & -2 \end{array}\right.$

2. $\left\{\begin{array}{rcl} 3x-3y & = & 1 \\ 7x-y & = & 2 \end{array}\right.$

3. $\left\{\begin{array}{rcl} 2x-3y & = & 3x \\ x-y & = & y \end{array}\right.$

4. $\left\{\begin{array}{rcl} 2x+4y-4z & = & -8 \\ 3x+9y-6z & = & 9 \\ 4x+17y-11z & = & 41 \end{array}\right.$

5. $\left\{\begin{array}{rrrl} x & -y & & =0 \\ -3x & +4y & +2z & =5 \\ -2x & +3y & +z & =3 \end{array}\right.$

6. $\left\{\begin{array}{rrrl} 2x & +y & -z & =1 \\ x & -y & +z & =2 \\ 4x & +y & +z & =3 \end{array}\right.$

7. $\left\{\begin{array}{rrrl} 2x & +y & +z & =1 \\ x & -y & -z & =2 \\ 4x & -y & -z & =3 \end{array}\right.$

8. $\left\{\begin{array}{rrrl} x & +y & +2z & =4 \\ & y & +2z & =1 \\ 2x & -y & +z & =8 \end{array}\right.$

9. $\left\{\begin{array}{rcl} u+w & = & 1 \\ v+w & = & 0 \\ u+v & = & 3 \\ u+3v & = & 5 \\ u-4v & = & -2 \end{array}\right.$

10. $\left\{\begin{array}{rcl} 2x+3y-z & = & -1 \\ x+2y+3z & = & 2 \\ 3x+7y+16z & = & 8 \end{array}\right.$

11. $\left\{\begin{array}{rcl} -x+6y-z & = & 7 \\ 2x-5y+3z & = & 2 \end{array}\right.$