

Chapitre(s) 0 : Packs de démarrage

Feuille d'exercices - correction partielle

Exercice 2 :

Soient a, b et c des réels. Simplifier, si c'est possible, les expressions ci dessous (on suppose que le dénominateur ne s'annule pas) :

$$\frac{a+b}{b+c} =$$

$$\frac{a \times b}{b \times c} =$$

$$\frac{1}{\frac{a}{b}} =$$

$$\frac{a}{b} + \frac{a}{c} =$$

$$\frac{a+b}{a} =$$

$$\frac{a}{a+b} =$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} =$$

1. $\frac{a+b}{b+c} = \frac{a+b}{b+c}$: pas de simplification possible....

2. $\frac{a \times b}{b \times c} = \frac{a}{c}$

3. $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

4. $\frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{ca+ab}{bc}$

5. $\frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a}$ (par exemple....)

6. $\frac{a}{a+b} = \frac{a}{a+b}$: pas de simplification possible... Une écriture comme $\frac{a}{a+b} = \frac{a+b-b}{a+b} = 1 - \frac{b}{a+b}$ pourrait être utile !

7. $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exercice 3 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Réduire les expressions suivantes (on suppose que les dénominateurs ne s'annulent pas) :

$$A = \frac{1}{x-7} + \frac{3}{2x-1}$$

$$B = \frac{3}{(x-1)(x+2)} + 5$$

$$C = \frac{3(x+2)}{x^2} \times \frac{x(x+1)}{2(x+3)} \div \frac{2x+2}{x}$$

$$A = \frac{5x-22}{(x-7)(2x-1)}$$

$$B = \frac{5x^2+5x-7}{(x-1)(x+2)}$$

$$C = \frac{3(x+2)}{4(x+3)}$$

Exercice 5 :

Soient $x, y \in \mathbb{R}^*$. Réduire les expressions suivantes :

1. $A = x^{-1} \times \frac{x^7}{x^4}$

2. $B = \frac{x^2}{(x-2)^3}$

3. $C = \frac{x^{-2}y^3}{(xy-1)^3}$

1. $A = x^2$

2. $B = \frac{1}{x^4} = x^{-4}$

3. $C = \frac{y^6}{x^5}$

Exercice 7 : fonctions usuelles et simplification

Simplifier (si une simplification est possible...) les écritures suivantes (où x est un réel tel que l'expression a un sens) :

1. $|x^2 + x + 1|$

2. $\sqrt{x^2}$

3. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$

4. $\ln(e^4)$

5. $\ln(\sqrt{e})$

6. $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

7. $e^{\ln(2)-2\ln 3}$

8. $\frac{\sqrt{4}\sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{8}})^2}{\sqrt{\sqrt{64}}}$

9. $\ln(25) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln 1$

10. $\frac{\ln(25)}{\ln(5)}$

11. $e^x e^{-x}$

12. ee^{-x}

13. $\frac{e^{2x}}{e^{2-x}}$

14. $e^x(e^x + e^{-x})$

15. $e^{-3x+1}(e^x)^3$

16. $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$

17. $(e^x - e^{-x})(e^{2x} + e^x + 1)$

18. $e^x e^{\frac{1}{2}\ln(4x)-x}$

1. $|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$ ($\Delta < 0$, toujours de signe positif)

2. $\sqrt{x^2} = |x|$

3. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$

4. $\ln(e^4) = 4$

5. $\ln(\sqrt{e}) = \frac{1}{2}\ln e = \frac{1}{2}$

6. $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -\ln(\sqrt{e}) = -\frac{1}{2}$

7. $e^{\ln(2)-2\ln 3} = \frac{e^{\ln(2)}}{e^{2\ln 3}} = \frac{2}{e^{\ln(9)}} = \frac{2}{9}$

8. $\frac{\sqrt{4}\sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{8}})^2}{\sqrt{\sqrt{64}}} = \frac{\sqrt{8}\sqrt{8}}{\sqrt{8}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

9. $\ln(25) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln 1 = 2\ln(5) + \ln(5) = 3\ln(5)$

10. $\frac{\ln(25)}{\ln(5)} = \frac{2\ln(5)}{\ln(5)} = 2$

11. $e^x e^{-x} = e^0 = 1$

12. $ee^{-x} = e^{1-x}$

13. $\frac{e^{2x}}{e^{2-x}} = e^{2x-2+x} = e^{x-2}$

14. $e^x(e^x + e^{-x}) = e^{2x} + 1$

15. $e^{-3x+1}(e^x)^3 = e$

16. $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = (e^x + e^{-x} - (e^x - e^{-x}))(e^x + e^{-x} + (e^x - e^{-x})) = 2e^x 2e^{-x} = 4$

17. $(e^x - e^{-x})(e^{2x} + e^x + 1) = e^{3x} + e^{2x} - e^{-x} - 1$

18. $e^x e^{\frac{1}{2}\ln(4x)-x} = e^{\ln(\sqrt{4x})} = \sqrt{4x} = 2\sqrt{x}$