On demandera l'énoncé d'une définition ou d'un théorème du cours, qui doivent être parfaitement connus, puis une démonstration exigible, qui doit être comprise et pas seulement apprise par coeur. Le tout ne devra pas excéder 15 minutes au total de façon à avoir suffisamment de temps pour les exercices.

1 Espaces vectoriels

(révisions de 1ère année sur $\mathbb{K}^n$ et nouveau cours de 2ème année)

- **Espaces vectoriels sur $\mathbb{K}$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$)**
  - Espace vectoriel sur $\mathbb{K}$: définition, règles de calcul.
  - Exemples classiques. ($\mathbb{K}^n$, $\mathcal{A}(I, \mathbb{R})$(ensemble des applications définies sur I et à valeurs réelles), $\mathbb{R}[X]$ espace vectoriel des fonctions polynômes à coefficients réels et $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ doivent être connus.)
  - Combinaisons linéaires.
- **Sous espaces vectoriels :**
  - Définition, caractérisation . Exemples $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$, $\mathcal{D}(I, \mathbb{R})$, $\mathbb{K}_n[X]$ et autres...
  - Intersection de sous-espaces vectoriels.
  - Sous espace vectoriel engendré par une famille de p vecteurs de E. (Par définition, c'est l'ensemble des combinaisons linéaires de ces p vecteurs, et on montre que c'est un ssev de E) . Opérations sur les familles de vecteurs ne modifiant pas l'espace vectoriel engendré.
- **Familles de vecteurs**
  - Familles génératrices . Familles libres. Familles liées. Bases : définition, caractérisation. Coordonnées d'un vecteur dans une base.
  - Bases canoniques de $\mathbb{K}^n$,$\mathbb{K}_n[X]$,$\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
  - Lorsqu'on connaît une base, matrice d'un vecteur ou d'une famille de vecteurs relativement à cette base.

Remarques pour les colleurs :
NB 0 : Comme les nombres complexes étaient nouveaux l'an dernier pour certains étudiants et que nous ne les avons pas encore révisés, ne ***donner que des espaces vectoriels réels.***
NB 1 : La notion de ***dimension n'a pas été vue*** *(sauf pour $\mathbb{K}^n$, étudié en première année)*
NB 2 : La notion de somme de deux espaces vectoriels n'est ***PAS*** *au programme*
NB 3 : En ce qui concerne les polynômes, pour l'instant les étudiants connaissent seulement ***les fonctions polynômes à coefficients réels*** *et la notation X n'a pas été introduite.*
On écrira donc des choses du type $\forall x \in \mathbb{R} \quad P(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$, même si c'est un peu lourd.

2 Quelques révisions d'analyse

Revoir le cours de 1ère année sur les points suivants

- **Fonctions usuelles :** courbes représentatives et dérivées des fonctions $\ln, \exp, \sin, \cos, \tan, \arctan$, fonctions puissances, valeur absolue, partie entière, $\sqrt{\cdot}$.
  NB : Aucune formule de trigo n'est exigible en ce début d'année
- Formulaire de dérivation de première année à connaître.
- Savoir énoncer le **théorème des accroissements finis**, et le **théorème de la bijection**.
- Savoir étudier la **continuité en un point** ou la **dérivabilité en un point** en utilisant des calculs de limite simples (les équivalents n'ont pas été revus, mais les limites en 0 de $x \ln x$, $\frac{e^x-1}{x}$ et en $+\infty$ de $\frac{\ln x}{x}$, $\frac{e^x}{x}$ ont été rappelées et sont à connaître (pas de démonstration.).
- Savoir **étudier une fonction** f et tracer C_f.
  Savoir en déduire les courbes représentatives de $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(ax)$ où ($a > 0$), $x \mapsto f(a + x)$, $x \mapsto a + f(x)$, $x \mapsto f(-x)$, $a \mapsto f(a - x)$
- Révisions autonomes à faire sur le programme de 1ère année concernant les **suites classiques** (géométriques, arithmétiques, arithmético-géométriques, récurrentes linéaires d'ordre 2) ainsi que $\sum_{k=0}^{n} q^k$,

$$\sum_{k=0}^{n} k,\ \sum_{k=0}^{n} k^2,\ \sum_{k=0}^{n} k^3.$$

Démonstrations exigibles

— L'intersection de 2 sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel E est un sous-espace vectoriel de E. (Les élèves qui le souhaitent pourront se borner au cas où $E = \mathbb{K}^n$ (1ère année))

— L'ensemble des combinaisons linéaires de la famille $\mathcal{F} = (\vec{u}_1, .., \vec{u}_p)$ de vecteurs de E est un ssev de E. (Les élèves qui le souhaitent pourront se borner au cas où $E = \mathbb{K}^n$. (1ère année))

— Théorème d'enrichissement d'une famille libre.(2 ème année)

— Si $\vec{u}_p$ est combinaison linéaire de $\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_{p-1}$, alors $Vect\,(\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_p) = Vect\,(\vec{u}_1, \ldots, \vec{u}_{p-1})$. (2 ème année)

— Une famille de polynômes non nuls de degrés deux à deux distincts est libre.(2 ème année ; démontré pour des fonctions polynômiales de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$)