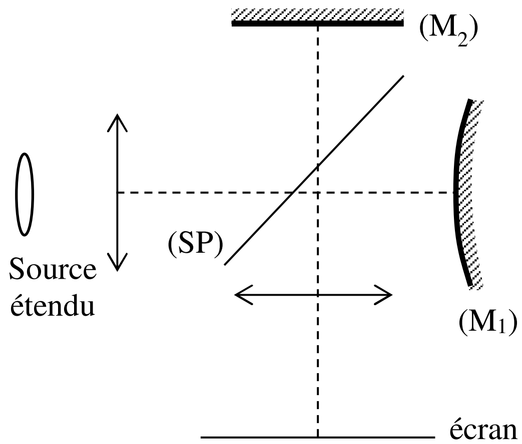
1.4.2 Michelson en coin d'air-Exercice 5

L'interféromètre de Twyman est une variante de l'interféromètre de Michelson. Il est utilisé industriellement pour le contrôle interférométrique des surfaces optiques non planes ou des objectifs à lentilles ou miroirs.

On considère un interféromètre de Michelson comportant un miroir non parfaitement plan et assimilé à un miroir convexe (M_1) de rayon de courbure R = 10,0 m.
L'image (M_1') de ce miroir par la séparatrice est tangente au miroir plan (M_2).
L'interféromètre est éclairé en incidence normale par une source étendue monochromatique de longueur d'onde λ = 630 nm.
On observe la figure d'interférence dans le plan conjugué de (M_2) par la lentille (L) où le grandissement transversal est γ = 5.



a-Obtient-on des franges d'égale épaisseur ou d'égale inclinaison ? Quelle forme ont-elles ?

b-Montrer que la différence de marche en un point M à la distance r de l'axe est $\delta = r^2/R$.

c-Déterminer les rayons des franges brillantes successives observées sur l'écran.

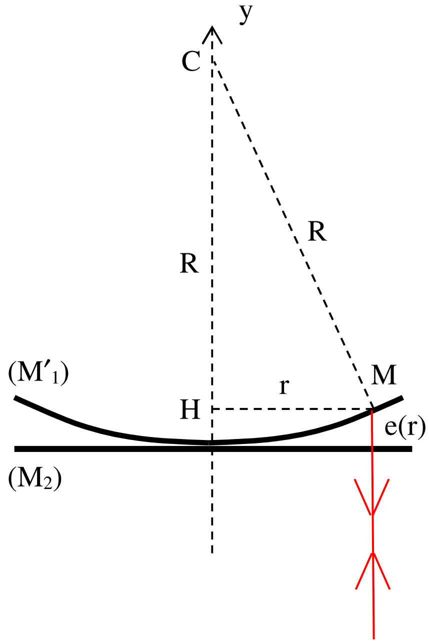
d-Si les miroirs ont un diamètre de 2 cm, quelle est la valeur maximale du rayon de courbure que l'on peut détecter ?

1.4.2 Michelson en coin d'air-Exercice 5

---

a) En prenant l'image (M'_1) du miroir (M1) par la lame séparatrice, on est ramené au schéma ci-contre.

On peut alors faire une analogie avec un coin d'air.
Il s'agit d'un « coin d'air » à symétrie de révolution autour de l'axe Oy, d'épaisseur locale e(r).
<u>Ce sont des franges d'égale épaisseur</u> localisées sur le coin.
Une frange correspond à r = constante donc ce sont <u>des anneaux</u>.



b-Différence de marche : $\delta(M) = 2e(r)$

Soit C le centre du miroir sphérique.

Théorème de Pythagore pour le triangle CHM : $R^2 = r^2 + (R - e(r))^2$

$$\Rightarrow \quad R^2 = r^2 + R^2\left(1 - \frac{e(r)}{R}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad R^2 \approx r^2 + R^2\left(1 - 2\frac{e(r)}{R}\right) \quad \text{car } e(r) << R$$

$$\Rightarrow \quad e(r) \approx \frac{r^2}{2R}$$

D'où : $\boxed{\delta(M) = \frac{r^2}{R}}$

c-Pour r = 0 : $\delta(M) = 0$ la frange brillante d'ordre 0 est le centre de la figure d'interférences

Pour le premier anneau brillant $\delta(M) = \lambda$, d'où son rayon sur le coin : $r_1 = \sqrt{\lambda R}$

Pour le deuxième anneau brillant $\delta(M) = 2\lambda$, d'où son rayon sur le coin : $r_2 = \sqrt{2\lambda R}$

Pour $k^{\text{ième}}$ anneau brillant $\delta(M) = k\lambda$, d'où son rayon sur le coin : $r_k = \sqrt{k\lambda R}$

On tient compte du grandissement de la lentille pour avoir les rayons sur l'écran : $\boxed{r_{k\,\text{écran}} = \gamma\sqrt{k\lambda R}}$

d-Soit D = 2 cm le diamètre des miroirs, on doit avoir : $r_k \leq \frac{D}{2}$

On doit voir au minimum un anneau, donc on prend k = 1 : $r_1 \leq \frac{D}{2} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\lambda R} \leq \frac{D}{2} \quad \Rightarrow \quad R \leq R_{max} = \frac{D^2}{4\lambda}$

A.N : R_{max} = <u>159 m</u>
