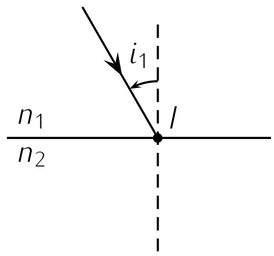
Travaux Dirigés de O_1

Exercice 1 : Construction d'Huygens

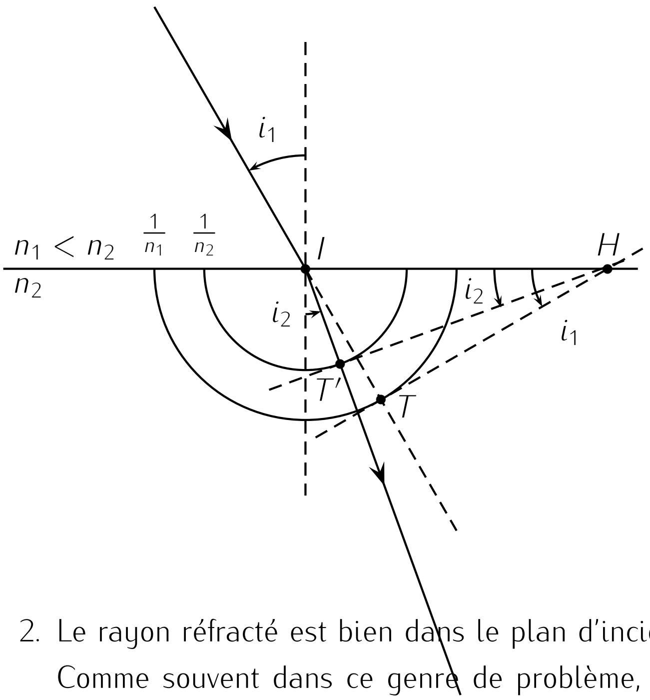
Cette construction géométrique permet de construire le rayon réfracté correspondant à un rayon incident donné.

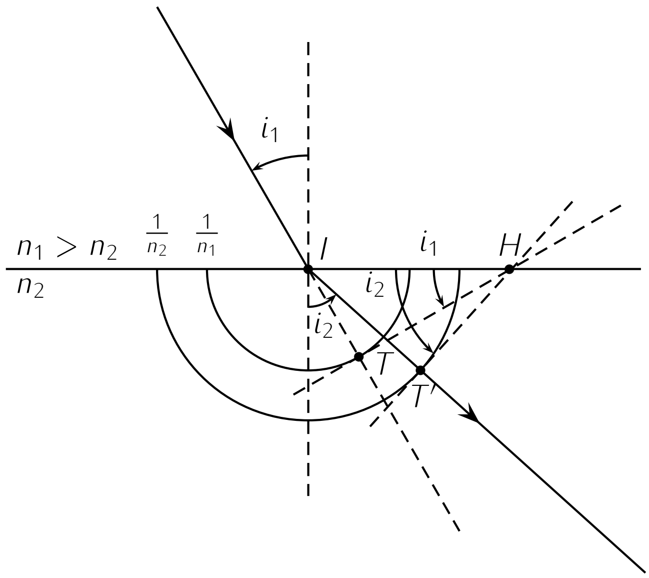
Du point d'incidence I comme centre, on trace deux demi-cercles de rayons $\frac{1}{n_1}$ et $\frac{1}{n_2}$.
On prolonge le rayon incident jusqu'à ce qu'il rencontre le demi-cercle de rayon $\frac{1}{n_1}$.
Du point d'intersection T, on mène la tangente qui coupe le dioptre en H.
À partir de H, on mène la tangente à l'autre demi-cercle ce qui définit un point T'.
Le rayon réfracté est alors IT'.



1. Suivre le mode opératoire dans les deux cas : $n_1 < n_2$ et $n_1 > n_2$.
2. Vérifier que cette construction est bien conforme aux lois de Snell-Descartes.
3. Retrouver les cas de la réfraction limite et de la réflexion totale.

1. Constructions :





2. Le rayon réfracté est bien dans le plan d'incidence, reste à montrer que $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

   Comme souvent dans ce genre de problème, on cherche des triangles rectangles ayant un coté commun. On identifie ici les triangles ITH et $IT'H$ de coté commun IH. La somme des angles orientés est égale à π et dans ITH, on en déduit $(IH,IT) + (TH,TI) + (HI,HT) = \pi \Rightarrow \frac{\pi}{2} - i_1 + \frac{\pi}{2} + (HI,HT) = \pi$ donc l'angle aigu (HI,HT) est i_1.

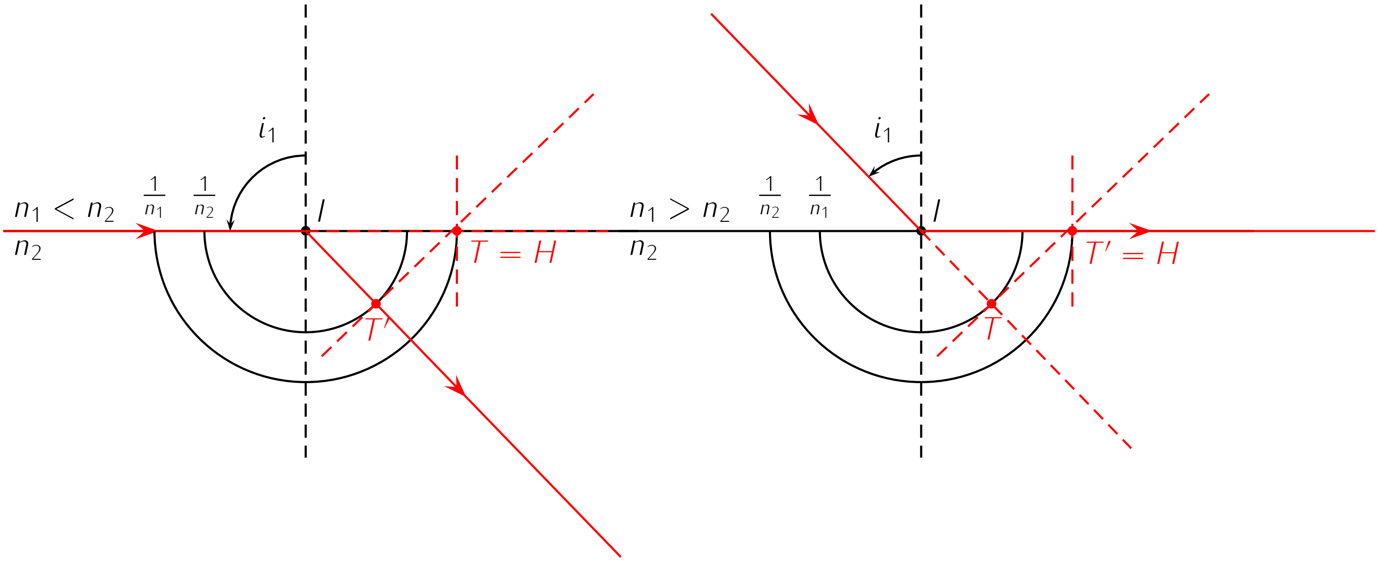
   Par application de relations analogues dans le triangle $IT'H$, on montre que l'angle aigu (HI,HT') est i_2.

   Dans ITH on lit ensuite $\sin i_1 = \frac{IT}{IH} \Rightarrow IH = \frac{IT}{\sin i_1}$ avec $IT = \frac{1}{n_1}$ d'où $IH = \frac{1}{n_1 \sin i_1}$.

   De même, dans ITH' de $\sin i_2 = \frac{IT'}{IH}$, on déduit $IH = \frac{1}{n_2 \sin i_2}$.

   Par identification, on reconnaît bien $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

3. Les cas de la réfraction limite et de la réflexion totale correspondent à la situation pour laquelle H est situé sur le cercle extérieur, on obtient alors les figures suivantes :



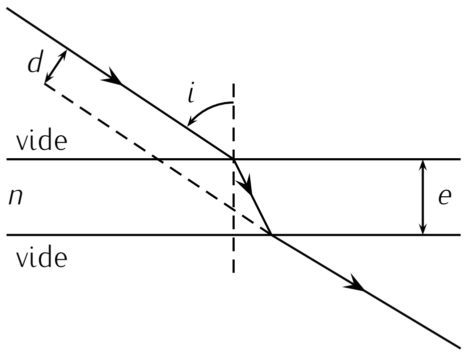
Pour effectuer le second tracé, on pourra utiliser le principe du retour inverse de la lumière.

Exercice 2 : Fibre à saut d'indice

On considère une fibre optique à saut d'indice. On reprend les notations du cours.

1. Tracer l'allure du trajet d'un rayon lumineux en supposant qu'il reste confiné à l'intérieur du cœur.
2. Établir la condition que doit vérifier l'angle d'incidence i au niveau du dioptre cœur/gaine pour que le rayon reste confiné dans le cœur.
3. Calculer l'angle limite θ_t pour lequel le confinement est assurée.
4. On considère une fibre rectiligne. Quel est le trajet qui offre le temps de parcours le plus court dans la fibre optique ? Quel est celui qui offre le temps le plus long ? En déduire l'expression de la dispersion intermodale.

Exercice 3 : Lame à faces parallèles

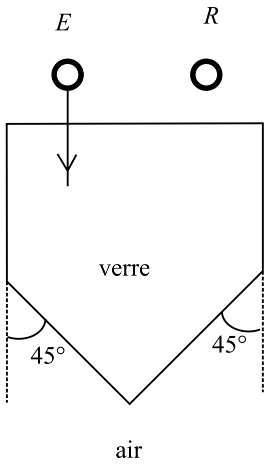


1. Construire le rayon transmis par une lame à faces parallèles en verre d'indice de réfraction n et d'épaisseur e. Ce rayon existe-t-il toujours ?
2. Quelle est la direction du rayon réfracté si le rayon incident arrive sous l'incidence i ?
3. Déterminer la distance d qui sépare la direction du rayon incident de celle du rayon transmis (Cf. figure)
   Application numérique : $n = 1{,}5$, $e = 1$ cm et $i = 45$ °.

1. Il existe toujours.
2. Sa direction est la même.
3. $d = e \sin i (1 - \frac{\tan r}{\tan i}) \simeq 3{,}3$ mm.

Exercice 4 : Capteur de niveau d'eau

On désire connaitre le niveau du liquide dans un château d'eau. Pour cela, on l'quipe d'un capteur optique schématisé sur la figure ci-dessous. L'émetteur E, est un faisceau laser et le récepteur R est une photodiode. Cette dernière fournit un signal électrique lorsqu'elle reçoit de la puissance lumineuse. L'indice du verre est $n = 1{,}5$; celui de l'air est 1.

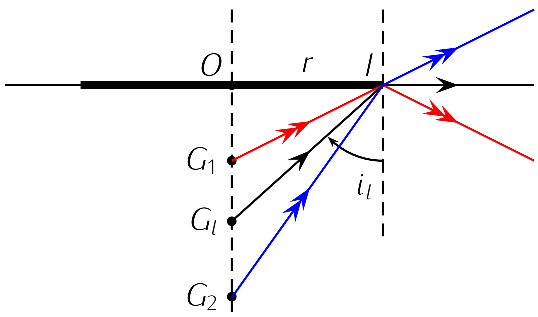


1. Montrer que le faisceau laser se réflechit totalement sur les faces et ressort en R.
2. À la place de l'air, il y a maintenant de l'eau d'indice $n' = 1{,}33$. Le récepteur R reçoit il toujours de la lumière ?
3. Expliquer comment utiliser ce dispositif pour connaitre le niveau de remplissage du château d'eau.

1. L'angle limite de réflexion totale sur le dioptre verre/air vaut 41° alors que l'angle d'incidence vaut 45°. Il y a donc réflexion totale.
2. L'angle limite de réflexion totale sur le dioptre verre/eau vaut 62°, il y a donc réfraction dans cette situation.
3. En rapprochant horizontalement l'émetteur et le récepteur, celui-ci recevra de la lumière dès que le rayon frappe le dioptre verre/eau. La position de l'émetteur permet donc de connaitre le niveau d'eau.

Exercice 5 : Grenouille cachée

Une grenouille est cachée dans l'eau d'indice $n \simeq 1{,}33$ sous le centre d'un nénuphar de rayon $r = 10$ cm.
Quelle profondeur maximale h la grenouille ne doit elle pas dépasser pour qu'on ne puisse pas la voir de l'autre coté de la surface ?



Pour qu'on ne puisse pas voir la grenouille, il faut qu'aucun rayon provenant de cette dernière ne traverse la surface de l'eau.
Traçons une figure : s'il y a réfraction, comme la lumière passe du milieu d'indice n à l'air d'indice $1 < n$ (moins réfringent), les rayons s'écartent de la normale. Au delà de l'angle d'incidence limite i_l, il y a réfraction totale. Prenons les rayons qui passent par I, au bord du nénuphar.
Si la grenouille est située en dessous de G_l (par exemple en G_2), certains rayons arrivent sur la surface avec un angle inférieur à i_l l'angle limite de réfraction et traversent la surface.
Ce n'est plus le cas si la grenouille se situe au-dessus de G_l (par exemple en G_1).
Le cas limite correspond donc à G_l pour lequel la profondeur est $h = OG_l$ et $n \sin i_l = 1 \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_l = \frac{1}{n}$ (optique).
On cherche maintenant une relation trigonométrique faisant intervenir $\sin i_l$.
Dans le triangle rectangle OIG_l, on exprime $\sin i_l = \frac{OI}{IG_l} = \frac{r}{\sqrt{h^2+r^2}}$ (mathématique).
On en déduit $\frac{1}{n} = \frac{r}{\sqrt{h^2+r^2}} \Rightarrow h = r.\sqrt{n^2-1} \simeq 8{,}8$ cm.

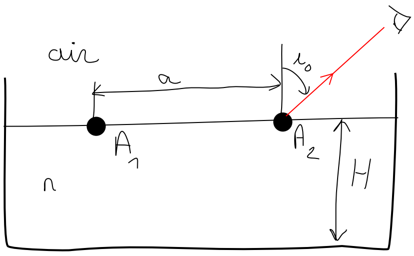
Exercice 6 : Vu du fond de l'eau ...

Un poisson est posé sur le fond d'un lac : il regarde vers le haut et voit un disque lumineux de rayon r, centré sur sa verticale et dans lequel il voit tout ce qui est au dessus de l'eau.

1. Expliquez cette observation à l'aide d'une figure.
2. Le rayon du disque est $r = 30$ cm, en déduire la profondeur h à laquelle se trouve le poisson.

1. 2. $i_{\text{lim}} = \arcsin \frac{1}{n_{\text{eau}}} \simeq 48{,}7\ °$ et $h = \frac{r}{\tan i_{\text{lim}}} \simeq 26{,}3$ cm.

Exercice 7 : **Réfractomètre à fils**



Deux fils parallèles A_1 et A_2, distants de a, sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice n grâce à des flotteurs non représentés sur la figure. Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est un miroir plan. La hauteur H de liquide dans la cuve est facilement réglable grâce à un dispositif de vases communicants. On observe le fil A_2 sous une incidence i_0 donnée, et on règle H de telle façon que l'image du fil A_1 par le miroir se superpose au fil observé. Exprimer l'indice n du liquide en fonction de i_0 , a et H.

$n = \sqrt{1 + \frac{4H^2}{a^2}} \sin(i_0)$