Corrigé du devoir surveillé n ° 2

Exercice 1 Point matériel dans un fluide

2.1) On étudie le point P dans le référentiel galiléen. Il est soumis à son poids et à la force donnée par l'énoncé. Le principe fondamental de la dynamique donne alors très facilement en projection sur les trois axes les trois équations différentielles suivantes : $m\ddot{X} = -kX$, $m\ddot{Y} = -kY$ et $m\ddot{Z} = -mg + \dfrac{\rho}{\rho_s}mg$

Les solutions générales des deux premières équations sont de la forme $X = X_m \cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t + \varphi_X\right)$ et $Y = Y_m \cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t + \varphi_Y\right)$.

Dès lors la trajectoire de p est une ellipse de centre O, dans le plan $Z = 0$.

Si on combine avec la troisième équation qui montre que la projection de P a un mouvement rectiligne uniformément accéléré ascendant, la trajectoire globale est celle d'une hélice elliptique, décrite de bas en haut.

2.2) **Étude de quelques cas particuliers**

2.2.1) La résolution est directe et donne $X = X_0 \cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right)$ et $Y = X_0 \sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right)$, ce qui montre que p décrit un cercle de rayon X_0 à la vitesse angulaire $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ pour un observateur de $\Re$.

Pour un observateur de $\Re'$ il est clair que la trajectoire est toujours un cercle de rayon X_0 mais décrit à une vitesse angulaire différente. Attention nous n'avons pas en physique de loi de composition des vecteurs rotations, il faut donc repasser par la loi de composition des vitesses. Par exemple à $t = 0$ on peut écrire $\overrightarrow{v}(p)_{/\Re} = \overrightarrow{v}(p)_{/\Re'} + \overrightarrow{v}(p)_e$, ce qui donne $\sqrt{\dfrac{k}{m}}X_0\overrightarrow{E}_Y = \omega'\overrightarrow{E}_Y + \omega X_0\overrightarrow{E}_Y$, en notant ω' la vitesse angulaire à laquelle le point p décrit le cercle dans $\Re'$. On en tire facilement $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m}} - \omega$.

2.2.2) Cette fois $X(t) = X_0 \cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right) + \sqrt{\dfrac{m}{k}}U_0 \sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}\right)$ et $Y(t) = 0$. Le point p décrit un segment de l'axe OX, de manière sinusoïdale.

2.3) On étudie le même système dans le référentiel non galiléen $\Re'$ (car en rotation uniforme autour d'un axe fixe de $\Re$).

L'accélération relative est simple (car on travaille en coordonnées cartésiennes dans $\Re'$) : $\overrightarrow{a}_r = \ddot{x}\overrightarrow{e}_x + \ddot{y}\overrightarrow{e}_y + \ddot{z}\overrightarrow{e}_z$.

L'accélération d'entraînement est celle du point point coïncident (fixe dans $\Re'$) et évaluée dans $\Re$. Il s'agit d'un mouvement circulaire décrit à la vitesse angulaire ω. On a donc $\overrightarrow{a}_e = -\omega^2\overrightarrow{Op} = -\omega^2\left(x\overrightarrow{e}_x + y\overrightarrow{e}_y\right)$.

L'accélération de Coriolis se calcule à partir de son expression : $\overrightarrow{a}_c = 2\omega\overrightarrow{e}_z \wedge \overrightarrow{v}_r = 2\omega\left(-\dot{y}\overrightarrow{e}_x + \dot{x}\overrightarrow{e}_y\right)$.

2.4) Dans le bilan des actions on rajoute donc la force d'inertie d'entraînement, celle de Coriolis. Ici l'énoncé nous fait rajouter une force de frottement fluide. Il vient alors facilement
$m\ddot{x} = -kx + m\omega^2 x - \mu\dot{x} + 2m\omega\dot{y}$
$m\ddot{y} = -ky + m\omega^2 y - \mu\dot{y} - 2m\omega\dot{x}$
$m\ddot{z} = -mg - \mu\dot{z} + \dfrac{\rho}{\rho_s} mg.$

2.5) Le système d'équation différentielle devient alors
$\ddot{x} + \dfrac{\mu}{m}\dot{x} + \left(\dfrac{k}{m} - \omega^2\right) x = 0$
$\ddot{y} + \dfrac{\mu}{m}\dot{y} + \left(\dfrac{k}{m} - \omega^2\right) y = 0$
$\ddot{z} + \dfrac{\mu}{m}\dot{z} = -g + \dfrac{\rho}{\rho_s} g.$
Les deux premières équations admettent la même équation caractéristiques $r^2 + 2\lambda r + \Omega^2 = 0$ avec les notations suggérées par l'énoncé, dont les racines sont $-\lambda \pm j\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2}$, puisque $\lambda < \Omega$. On observe donc un régime pseudo-périodique d'oscillations selon Ox et Oy.
On a donc :
$x(t) = \exp(-\lambda t)\left(A_x \cos\left(\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2} t\right) + B_x \sin\left(\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2} t\right)\right)$ et
$y(t) = \exp(-\lambda t)\left(A_y \cos\left(\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2} t\right) + B_y \sin\left(\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2} t\right)\right).$
Enfin sur z , on a d'abord une équation différentielle linéaire à coefficient constant avec second membre constant en $\dot{z}$, d'où $\dot{z} = \tau g \dfrac{\rho - \rho_s}{\rho_s} + A_z \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$ en posant $\tau = \dfrac{m}{\mu}$. Une deuxième intégration amène $z(t) = \tau g \dfrac{\rho - \rho_s}{\rho_s} t - \tau A_z \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right) + B_z$.

2.6) La trajectoire est donc une combinaison de deux mouvements sinusoïdaux de même pulsation $\sqrt{\Omega^2 - \lambda^2}$ et d'amplitude décroissante autour de O dans le plan horizontal, ce qui forme une spirale convergent vers O et d'un mouvement rectiligne classique avec frottement fluide linéaire selon Oz, et qui se termine par un mouvement rectiligne uniforme ascendant de vitesse $\tau g \dfrac{\rho - \rho_s}{\rho_s} \vec{u}_z$ le long de l'axe Oz.

Problème 2. Chute D'arbres. Mines-Ponts 2019 Physique II, partie II

II.A Chute d'un arbre mort

❏ 16 En projetant le principe fondamental de la dynamique appliqué au bûcheron sur l'axe vertical et sur l'axe horizontal il vient facilement $N_2 = mg - F\sin\alpha$ et $T_2 = F\cos\alpha > 0$. On va supposer que le bûcheron reste en contact avec le sol, et que donc $N_2 > 0$. La condition de non glissement est alors, compte tenu des signes, $T_2 \leqslant fT_2$, ce qui amène directement $F \leqslant F_{\max} = \dfrac{fmg}{\cos\alpha + f\sin\alpha}$.

❏ 17 En procédant de même par le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'arbre on trouve $N_1 = Mg + F\sin\alpha$ et $T_1 = -F\cos\alpha < 0$. La condition de non glissement est cette fois $-T_1 \leqslant fN_1$, soit $F \leqslant F'_{\max} = \dfrac{fMG}{\cos\alpha - f\sin\alpha}$. Or il est clair, puisque $M > m$, que $F_{max} < F'_{max}$, et donc que si la condition de la question précédente est remplie c'est aussi le cas pour la deuxième condition.

❏ 18 En utilisant la technique du bras de levier, et en faisant attention au signe, il vient facilement $\Gamma_g = -Mga$.

❏ 19 Il faut que le moment résultant s'exerçant sur l'arbre soit positif le long de l'axe de rotation pour que l'arbre bascule, ce qui donne $\Gamma_B \geqslant \Gamma_{B,\min} = |\Gamma_g| = Mga$.

❑ 20 Comme la norme de la force est supposée constante, le moment sera maximal si le bras de levier, que l'on calcule égale à $\ell \cos\alpha \sin\alpha$ est maximal, ce qui est le cas pour $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$.

❑ 21 En prenant en compte l'expression de la force maximale calculée avant, on obtient $\Gamma_B = \dfrac{fmg\ell\cos\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha + f\sin\alpha}$ ce qui après réécriture se met bien sous la forme demandée. L'étude du minimum de $\varphi(\alpha)$ amène $\tan\alpha_m = \dfrac{1}{\sqrt[3]{f}}$, qui vaut bien $\dfrac{\pi}{4}$ pour $f = 1$.

❑ 22 $F_{\max} = 7 \times 10^2\,\mathrm{N}$, $\ell = 14\,\mathrm{m}$. Cette force est sûrement réalisable par un bûcheron (qui ne travaille pas seul de toutes façons...)

❑ 23 On calcule facilement la hauteur du barycentre de l'arbre ce qui conduit à $E_p = Mg\left(\dfrac{H}{2}\cos\theta + a\sin\theta\right)$.
L'étude de de E_p montre que E_p passe par un maximum pour $\tan\theta_s = \dfrac{2a}{H}$. Quand on dépasse cet équilibre instable l'arbre continue à basculer tout seul. On peut aussi trouver cet angle en écrivant que le barycentre est à la vertical du point O.

II.B Chute d'un arbre vivant sous l'effet du vent

❑ 24 On peut proposer $U = 30\,\mathrm{m/s}$ ce qui correspond à un vent dont la vitesse est de l'ordre de $100\,\mathrm{km/h}$. On calcule alors le nombre de Reynolds pour cet écoulement (en prenant $L = 2a$) : $\mathrm{Re} = 1.5 \times 10^5 \geqslant 2000$. On en déduit que l'on peut utiliser la formule de la force de traînée à une tranche d'épaisseur $\mathrm{d}z$, soit $\mathrm{d}\overrightarrow{F} = \dfrac{1}{2}\rho_a C_x \times 2a\mathrm{d}z \times U^2\overrightarrow{u}_x$. On note une différence d'un facteur 2 avec la formule de l'énoncé. Je continue avec la formule de l'énoncé.

❑ 25 La force élémentaire précédente donne un moment élémentaire par rapport à l'axe de rotation $\mathrm{d}\Gamma_v = z\rho_a C_x \times 2a\mathrm{d}z \times U^2$ (le bras de levier est simplement z). Par intégration entre $z = 0$ et $z = H$ il vient $\Gamma_v = aC_x\rho_a H^2U^2$

❑ 26 Dans l'intégration le bras de levier n'est plus z, mais $z\cos\theta$ et donc le résultat après intégration sera simplement multiplié par $\cos\theta$. Dès lors $n = 1$.

❑ 27 En traduisant le fait que pour $\theta = 0$, $\Gamma = -\Gamma_0$, il vient $\beta = 1$. Par ailleurs il est clair que maintenant θ_c annule Γ, soit $\theta_c = 10°$. Pour cette forme on trouve un minimum atteint pour $\theta = 4°$, avec valeur du minimum $-16.2 \times 10^3\,\mathrm{N\,m}$, valeurs parfaitement (trop !) compatibles avec le graphe prétendument expérimental...

❑ 28 Pour qu'il y ait équilibre pour $\theta = 0$, il faut que le moment dû au vent soit inférieur à la valeur absolue du couple résistant de l'air, ce qui n'est possible que si $p < 1$. L'équilibre est alors stable car si θ augmente la résistance.
Si $1 < p < 1{,}62 = \left|\dfrac{\Gamma_m}{\Gamma_0}\right|$, on voit qu'il existe deux positions d'équilibre θ_1 et θ_2 inférieures à θ_c. Celle de plus petit angle est stable. En effet si l'angle augmente le couple résistif (négatif) augmente en valeur absolue, ce qui ramène l'arbre vers la position d'équilibre. L'autre position est instable.
Si l'amplitude du mouvement autour de la position d'équilibre stable permet d'atteindre θ_2, alors on dépasse la zone dans laquelle le couple résistif permet de compenser le moment dû au vent, ce qui fait que l'arbre ne résistera pas au vent.

❑ 29 Pendant le mouvement le théorème du moment cinétique en projection sur l'axe de rotation donne $J\ddot{\theta} = \Gamma_v + \Gamma_r = p\,|\Gamma_0| - |\Gamma_0|\left(1 + 4\dfrac{\theta}{\theta_c} - 5\dfrac{\theta^2}{\theta_c^2}\right) = |\Gamma_0|\left(p - 1 - 4\dfrac{\theta}{\theta_c} + 5\dfrac{\theta^2}{\theta_c^2}\right)$.
En multipliant par le facteur intégrant $\dot{\theta}$ en tenant compte des conditions initiales, il vient $\dfrac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = |\Gamma_0|\left((p-1)\,\theta - 2\dfrac{\theta^2}{\theta_c} + \dfrac{5}{3}\dfrac{\theta^3}{\theta_c^2}\right) = \theta\,|\Gamma_0|\left((p-1) - 2\dfrac{\theta}{\theta_c} + \dfrac{5}{3}\dfrac{\theta^2}{\theta_c^2}\right)$. Il vient donc par identification, $P(u) = p - 1 - 2u + \dfrac{5}{3}u^2$.

La valeur critique p_c est la valeur de p telle que le système atteint la position θ_2 avec une vitesse nulle. Pour p supérieure à cette valeur, le système va basculer vers la position d'équilibre instable. Après quelques lignes de calculs, on aboutit à $p_c = \dfrac{8}{5}$.

❏ 30 Notons que l'on est bien dans le cas $p < p_c$. Il va y avoir amortissement du mouvement par les divers phénomènes dissipatifs, ce qui permet que θ converge vers $\theta_\infty = \theta_1$, position d'équilibre stable évoquée plus haut.

III MP* uniquement Centrale MP 2014 Physique Partie IV

Positionnement du télescope spatial James Webb au point de Lagrange L_2

IV.A Étude préliminaire

IV.A.1) La troisième de Képler pour une trajectoire circulaire permet d'écrire directement

$$T_T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_S}}$$

IV.A.2) Le référentiel $\mathcal{R}_0$ a clairement un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe Sz, fixe dans $\mathcal{R}_h$. En conséquence ce référentiel $\mathcal{R}_0$ n'est pas galiléen car $\mathcal{R}_h$ est galiléen.

IV.B Équilibre des forces

IV.B.1) Dans $\mathcal{R}_0$ les actions à prendre en compte sont l'interaction gravitationnelle avec le Soleil, l'interaction gravitationnelle avec la Terre, la force d'inertie d'entraînement et la force d'inertie de Coriolis dues au caractère non galiléen du référentiel.

Comme on va écrire une condition d'équilibre dans $\mathcal{R}_0$, en fait la force d'inertie de Coriolis n'intervient pas car elle est nulle.

Compte tenu de la position de L_2 le principe fondamental de la statique se traduit en projection sur Sx, et simplification par la masse m du satellite, par

$$0 = -\frac{GM_S}{(R+r)^2} - \frac{GM_T}{r^2} + \Omega_T^2(R+r),$$

en notant $\Omega_T = \dfrac{2\pi}{T_T}$ la vitesse angulaire de rotation de $\mathcal{R}_0$ par rapport à $\mathcal{R}_h$.

IV.B.2) Comme $r \ll R$, linéarisons la relation précédente en tenant compte de $\Omega_T^2 = \dfrac{4\pi^2}{T_T^2} = \dfrac{GM_S}{R^3}$.

On a $\dfrac{1}{(R+r)^2} = \dfrac{1}{R^2\left(1+\dfrac{r}{R}\right)^2} \simeq \dfrac{1}{R^2}\left(1-2\dfrac{r}{R}\right)$ d'où $0 = -\dfrac{GM_S}{R^2}\left(1-2\dfrac{r}{R}\right) - \dfrac{GM_T}{r^2} + \dfrac{GM_S}{R^3}(R+r)$. Il vient alors facilement $r = R\sqrt{\dfrac{M_T}{3M_S}}$ ce qui est le résutat attendu.

IV.B.3) L'application numérique (3 C.S.) donne

$$r = 1.50 \times 10^6\,\mathrm{km}$$

On a alors $\dfrac{r}{R} = 1.00 \times 10^{-2} \ll 1$. L'approximation précédente est donc justifiée

IV.C Étude de la stabilité du point de Lagrange

IV.C.1) Les forces de gravitation dérivent d'une énergie potentielle de la forme $-k/OM$. Il faut bien sûr expliciter k et OM dans les deux cas, en utilisant le paramétrage proposé par l'énoncé. On introduit pour le besoin la masse m du satellite.

Pour l'interaction gravitationnelle avec le Soleil on a $E_{p,S} = -\dfrac{GM_S m}{\sqrt{(R+r+x)^2 + y^2 + z^2}}$.

Pour l'interaction gravitationnelle avec la Terre on a $E_{p,T} = -\dfrac{GM_T m}{\sqrt{(r+x)^2 + y^2 + z^2}}$.

Enfin on sait que dans le cas d'une rotation uniforme la force d'inertie d'entraînement dérive également d'une énergie potentielle (formellement $-\dfrac{1}{2}\omega^2 HM^2$ avec H projeté orthogonal de M sur H). Attention il s'agit de la force axifuge et la distance à prendre en compte est la distance à l'axe de rotation (pas au centre du Soleil ici...). Finalement $E_{pS} = -\dfrac{1}{2}m\Omega_T^2\left((R+r+x)^2 + y^2\right) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{GM_S m}{R^3}\left((R+r+x)^2 + y^2\right)$.
Je ne peux que conseiller à ceux qui veulent s'aguerrir en calcul avec des développements limités de vérifier que les formules données par l'énoncé dans la question suivante sont ... fausses car non homogènes... Il manque la constante de gravitation !

IV.C.2) En projection sur chacun des trois axes le principe fondamental de la dynamique dans $\mathcal{R}_0$ donne une équation de la forme $\ddot{u} + \alpha u = 0$. C'est le signe de α qui détermine s'il y a stabilité dans cette direction ou pas. En effet si $\alpha > 0$, l'équation est celle d'un oscillateur harmonique, le mouvement est lié et il y a stabilité. Dans le cas contraire il y a instabilité.
On voit donc que selon Ox la position est instable $\alpha = -\dfrac{3GM_T m}{r^3} < 0$, alors que selon les deux autres directions $\alpha = \dfrac{GM_T m}{r^3} > 0$ et $\alpha = \dfrac{4GM_T m}{3r^3} > 0$ la position est stable.
Et effectivement pour une étude complète il faut prendre en compte la force d'inertie de Coriolis, et c'est une autre paire de manches...

IV MP* uniquement

1.) L'enthalpie standard de formation molaire d'un corps est l'enthalpie de réaction de la réaction de formation d'une mole de ce corps à partir des corps purs simples le constituant chacun pris dans son état standard de référence.

2.) On a donc $\dfrac{1}{2}\,\mathrm{N_{2,(g)}} + \dfrac{1}{2}\,\mathrm{O_{2,(g)}} = \mathrm{NO_{(g)}}$

3.) On applique la loi de Hess pour obtenir $\Delta_r H^0 = -454\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$.

4.) Pour une évolution isobare isotherme on peut écrire $\Delta H = Q_p$. Ici elle est adiabatique d'où $\Delta H = 0$. Par ailleurs H étant une fonction d'état on peut imaginer une autre transformation amenant du même état initial au même état final, que l'on peut décomposer en une transformation isotherme à la températrure initiale et amenant à la composition finale, puis une variation de température du système sans évolution de la composition du système.

Si on note $2n_0$ et $\dfrac{5}{2}n_0$ les quantités de matière de $\mathrm{NH_3}$ et $\mathrm{O_2}$, comme la réaction est totale l'avancement final sera $\xi = n_0$ et la composition finale est alors $2n_0$ moles de NO et $3n_0$ de $\mathrm{H_2O}$.
On peut alors écrire $\Delta H = \xi\Delta_r H^0 + \left(2n_0 \times C_p^0\,(\mathrm{NO}) + 3n_0 \times C_p^0\,(\mathrm{H_2O})\right)(T_f - T_i) = 0$ d'où $T_f = T_i - \dfrac{\Delta_r H^0}{2 \times C_p^0\,(\mathrm{NO}) + 3 \times C_p^0\,(\mathrm{H_2O})} = 2.7 \times 10^3\,\mathrm{K}$.

V MPI* uniquement. Un modèle simplifié de sismographe

Q1.) Le coefficient λ est le coefficient d'amortissement (ou de frottement visqueux). Son unité est le $\mathrm{kg\,s^{-1}}$ ou le $\mathrm{N\,m^{-1}\,s^{-1}}$.

Q2.) La masse m étudié dans un référentiel galiléen est soumise à son poids $mg\overrightarrow{u}_{z'}$, à la tension du ressort $-k(\ell-\ell_0)\overrightarrow{u}_{z'}$ (force de rappel proportionnelle à l'élongation), et à la force de frottement $-\lambda\overrightarrow{v}$. Dans la situation d'équilibre la vitesse étant constamment nulle, la force de frottement fluide l'est aussi, tout comme l'accélération. La longueur du ressort est alors $\ell=\ell_1$. En projection sur l'axe vertical la relation fondamentale de la dynamique donne $0=mg-k(\ell_1-\ell_0)$, soit $\ell_1=\ell_0+\dfrac{mg}{k}$. On trouve $\ell_1>\ell_0$ ce qui est cohérent avec l'intuition.

Q3.) Le référentiel $\mathcal{R}'$ est en translation rectiligne (non uniforme a priori) par rapport à $\mathcal{R}$. Il est donc non galiléen. Et dan ce cas il faut rajouter la force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{F}_{ie}=-m\overrightarrow{a}_e$ où $\overrightarrow{a}_e$ est l'accélération d'entraînement, i.e. la vitesse ici de n'importe quel point fixe du boîtier par rapport au référentiel $\mathcal{R}$.

Q4.) Dans $\mathcal{R}'$ la masse est soumise à son poids, à la tension du ressort, à la force de frottement fluide (l'énoncé aurait dû préciser la vitesse $\overrightarrow{v}$ qui apparaît dans l'expression donnée) et à la force d'inertie d'entraînement.

L'énoncé sous-entend sans doute par ailleurs que ce sont les composantes (selon l'axe $O'z'$) des vecteurs qui sont pas positives...

Le schéma attendu est donné ci-après.

Q5.) Il faut voir que d'après la définition de O' on a $\ell=\ell_1+z'_G$. Dès lors d'après les questions prrécédentes il vient $m\ddot{z}'_G\overrightarrow{u}_{z'}=mg\overrightarrow{u}_{z'}-k\left(\ell_1+z'_G-\ell_0\right)\overrightarrow{u}_{z'}-\lambda\dot{z}'_G\overrightarrow{u}_{z'}-m\ddot{z}_s\overrightarrow{u}_{z'}$.

En projection il reste $m\ddot{z}'_G=mg-k\left(\ell_1+z'_G-\ell_0\right)-\lambda\dot{z}'_G-m\ddot{z}_s$, mais compte tenu de l'expression de ℓ_1 antérieure, l'expression se simplifie en $m\ddot{z}'_G+\lambda\dot{z}'_G+kz'_G=-m\ddot{z}_s=m\omega^2E_m\cos(\omega t+\phi)$.

Q6.) En divisant par m l'équation précédente on la met sous forme canonique. Par identification on trouve l'expression de la pulsation propre $\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ et du facteur de qualité $Q=\dfrac{m\omega_0}{\lambda}=\dfrac{\sqrt{km}}{\lambda}$.

Q7.) Le terme d'amortissement de l'équation précédente disparaît pour tomber sur celle d'un oscillateur harmonique avec une excistation sinusoïdale : $\ddot{z}'_G+\omega_0^2z'_G=\omega^2E_m\cos(\omega t+\phi)$.

Q8.) En utilisant la notation complexe il vient très facilement $Z_m=\left|\dfrac{\omega^2E_m}{\omega^2-\omega_0^2}\right|$.

Q9.) La courbe présentée est cohérente avec le fait que la limite en $\omega=0$ de Z_m est nulle, qu'il y a une divergence en $\omega=\omega_0$ et que la limite en $+\infty$ de Z_m vaut E_m.

Q10.) Pour $u=1$ on assiste à un phénomène de résonance (ici l'amplitude infinie est bien sûr irréaliste et due à la suppression du terme d'amortissement).

Il faut se placer dans la zone $u\gg 1$ pour que E_m soit égal à E_m. Il faudrait regarder aussi la phase. On constate qu'elle vaut π. Donc en fait le signal enregistré est l'opposé du signal d'excitation.