# I Cours d'électricité

1) régime continu

a) Démontrer l'expression de la résistance équivalente à $m$ conducteurs ohmiques $R_i$ ($i$ de 1 à $m$), associés en série.

b) Démontrer l'expression de la résistance équivalente à $n$ conducteurs ohmiques $R_j$ ($j$ de 1 à $n$), associés en dérivation.

c) En déduire la résistance équivalente à $p$ conducteurs ohmiques $R$ identiques associés en dérivation.

2) régime transitoire d'un circuit RC

A la fin de la phase de charge le condensateur de capacité C a une tension à ses bornes égale à la f.e.m du générateur notée E.

a) Quelle est alors l'expression littérale de l'énergie d'origine électrostatique stockée dans ce condensateur ?

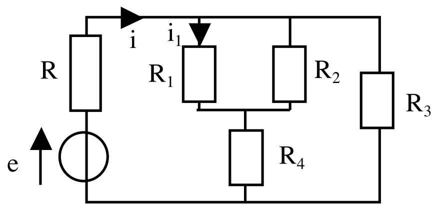
b) la f.e.m du générateur passant de E à zéro lors de la phase de décharge, l'intensité vérifie alors $i(t) = -\dfrac{E}{R} e^{-t/\tau}$.

Démontrer l'expression de l'énergie dissipée dans la résistance R du circuit pendant la totalité de la phase de décharge.

c) Conclusion ?

# II Electricité en régime continu

On a pour le circuit représenté ci-contre :




e = 10 V, R = 5,0 Ω, $R_1$ = 15 Ω, $R_2$ = 10 Ω, $R_3$ = 15 Ω et $R_4$ = 9,0 Ω.

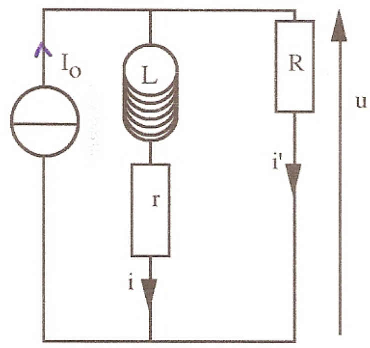
1) a) Calculer la résistance $R_{eq}$ qui est équivalente à l'association de $R_1$, $R_2$, $R_3$ et $R_4$ et qui est alimentée par le générateur de Thévenin (e, R).

b) En déduire la valeur numérique de l'intensité i débité par la source de tension.

2) Calculer l'intensité $i_1$ traversant le conducteur ohmique de résistance $R_1$.

# III Electricité en régime transitoire d'ordre 1

Un circuit inductif constitué d'un résistor $R$ monté en dérivation sur une bobine d'inductance $L$ et de résistance interne $r$ ($r > R$), est soumis à un échelon de courant délivré par un générateur de courant idéal de courant électromoteur $I(t)$.




Ce courant électromoteur vérifie :

$I(t) = 0$ pour $t < 0$ ( aucun courant ne circule dans le circuit pour $t < 0$ )

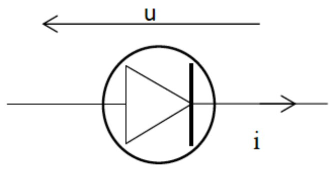
$I(t) = I_o = cte$ pour $t \geq 0$.

1) Etablir l'équation différentielle en i(t).
2) En déduire l'expression de l'intensité du courant $i(t)$ qui traverse la bobine.
3) En déduire les expressions de l'intensité $i'(t)$ dans le résistor ainsi que de la tension $u(t)$ aux bornes de la dérivation.
4) Tracer les courbes de $i(t)$ et $u(t)$.

# IV Problème

Partie 1 : **Etude d'un dipôle non linéaire : la photodiode.**

Une photodiode est un composant opto-électronique dont la caractéristique est fonction de la puissance lumineuse qu'elle reçoit.



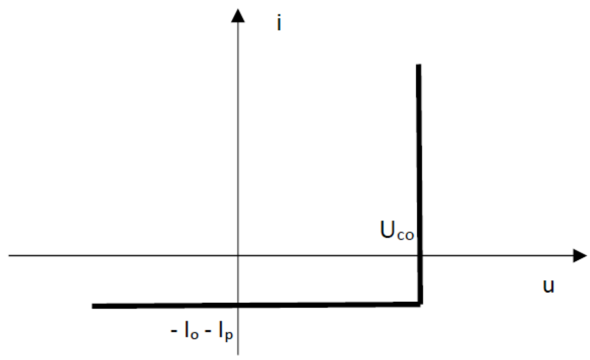

L'intensité i la traversant est reliée à la tension à ses bornes par :

$$i(u) = I_o.\left(\left(e^{u/V_o}\right) - 1\right) - I_p$$

avec $I_o$ = 10 µA, $V_o$ = 26 mV et $I_p = k.P_L$ où $P_L$ est la puissance lumineuse et k = 0,50 $A.W^{-1}$.

1. La photodiode reçoit une puissance lumineuse $P_L$ = 1,0 mW. Tracer la caractéristique i(u) de la diode fonctionnant dans ces conditions pour u variant entre -0,10 V et + 0,20 V et déterminer sa tension en circuit ouvert (ou tension à vide) $U_{co}$.

2. Analyser cette caractéristique du point de vue énergétique : quelle partie du plan de coordonnées i(u) correspond à un comportement générateur et quelle partie correspond à un comportement récepteur ?
3. Justifier que l'on puisse adopter pour la photodiode un modèle linéaire par parties, indiqué ci-contre :



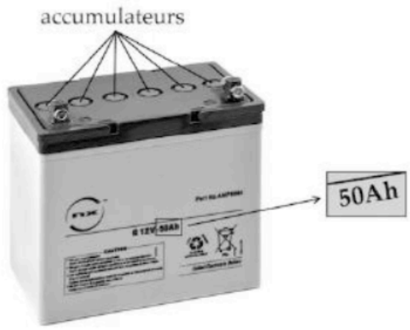

On modélise la photodiode selon la caractéristique idéalisée précédente. Cette photodiode est connectée en série avec une résistance de charge $R_C$. Déterminer graphiquement le point de fonctionnement du circuit. On prêtera attention à l'algébrisation de la relation courant-tension sur le résistor de résistance $R_c$ et donc de conductance $1/R_c$.
On distinguera deux cas, en introduisant la résistance $R_o = U_{co}/(I_o + I_p)$. Donner dans chaque cas les expressions du courant et de la tension au point de fonctionnement en fonction de $U_{co}$, $R_o$ et $R_c$.

4. Déterminer la puissance P fournie par la diode en fonctionnement en fonction de $R_c$, $U_{coc}$ et $R_o$. On rappelle que la puissance fournie est égale à l'opposée de la puissance reçue. Représenter la valeur absolue |P| de cette puissance P en fonction de $R_c$ et déterminer la valeur absolue de la puissance maximale fournie, $P_{max}$, en fonction de $U_{co}$ et $R_o$. Pour quelle valeur de $R_c$ cette puissance maximale est-elle atteinte ? Le comportement de la photodiode est-il alors générateur ou récepteur ?

5. On définit le rendement de conversion par : $\eta = P_{max} / P_L$ (la lettre grecque η se prononce « éta »). Justifier cette définition. Calculer numériquement $P_{max}$ ainsi que ce rendement de conversion η et commenter les valeurs numériques obtenues.

**Partie 2 : Stockage de l'énergie électrique**

**Partie A : Batterie d'accumulateurs**




Une batterie au plomb est un ensemble de six accumulateurs (cellules électrochimiques plomb – acide sulfurique) raccordés en série et réunis dans un même boîtier.

Une batterie possède un caractère générateur durant sa décharge et un caractère récepteur durant sa charge (conversion réversible entre énergie électrique et énergie chimique).

Ce type de batterie est largement utilisé dans l'industrie, dans l'équipement des véhicules automobiles ou pour stocker de l'énergie produite par intermittence (énergie solaire ou éolienne).

1. <u>Étude d'un accumulateur</u> : on ne s'intéresse pour le moment qu'à un seul des six accumulateurs de la batterie.

Par définition, sa tension à vide $E_{accu}$ est la tension à ses bornes lorsqu'il ne débite aucun courant.

On donne ci-dessous (figure 1) la courbe représentant la tension "à vide" d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge.

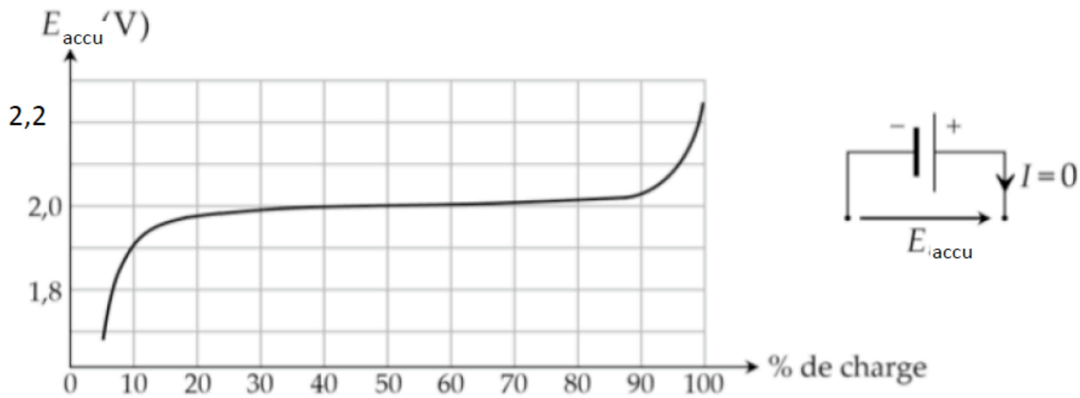



Figure 1 – Tension à vide d'un accumulateur en fonction de son pourcentage de charge

Lorsque l'accumulateur débite un courant I non nul, la tension U à ses bornes devient inférieure à sa tension à vide.

On donne ci-dessous (figure 2) la courbe représentant la tension U aux bornes d'un accumulateur chargé à 50 % en fonction du courant I qui le traverse en convention générateur.

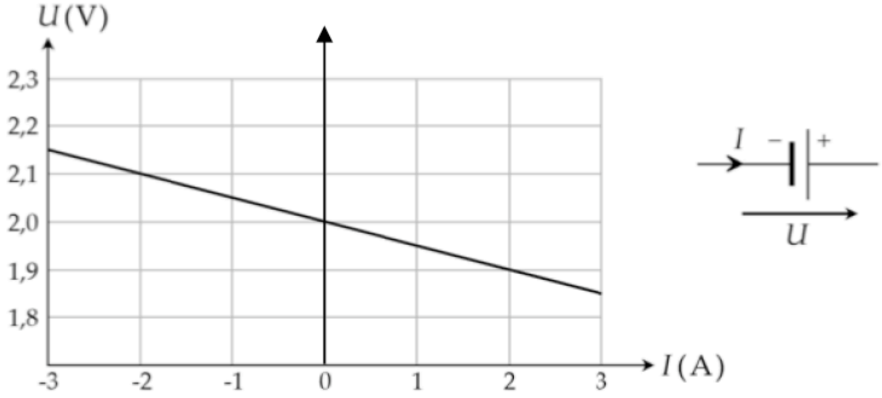



Figure 2 – Caractéristique statique d'un accumulateur chargé à 50 %

Dans cette partie, la charge de l'accumulateur étudié sera constamment comprise en 20 % et 90 %.

1.1) Un accumulateur est-il un dipôle linéaire ou non, actif ou passif, symétrique ou polarisé (justifier les réponses) ?

1.2) Justifier que l'on puisse modéliser l'accumulateur par l'association en série d'une source idéale de f.é.m. constante $E_{accu}$ et d'un résistor de résistance $r_{accu}$ et donner la représentation de Thévenin équivalente à un accumulateur. Exprimer alors la tension à ses bornes U en fonction de $E_{accu}$, $r_{accu}$ et I l'intensité du courant qui le traverse en convention générateur.

1.3) Déterminer graphiquement les valeurs numériques de $E_{accu}$ et $r_{accu}$.

2. Caractéristiques de la batterie : la batterie étudiée comporte un ensemble de six accumulateurs identiques à celui étudié précédemment.

2.1) Comment doit-on associer ces six accumulateurs de façon à obtenir une batterie de tension à vide $E_{bat}$ maximale ?

2.2) Donnez la représentation de Thévenin équivalente à la batterie alors constituée. On précisera la valeur de $E_{bat}$ et celle de $r_{bat}$, la résistance interne de la batterie.

3. Charge de la batterie

On étudie maintenant la "charge" d'une batterie initialement complètement déchargée (pourcentage de charge nul), on considère alors $e_{bat} = 0$. Au fur et à mesure de la charge $e_{bat}$ augmentera.
De façon à effectuer la charge, on utilise une alimentation électrique modélisée par un générateur de force électromotrice E = 16 V constante et de résistance interne négligeable.

On réalise le montage représenté figure 3 ci-dessous : on a placé deux résistors de résistances respectives $R_1 = 2{,}0\ \Omega$ et $R_2 = 5{,}0\ \Omega$ pour contrôler la charge de la batterie.

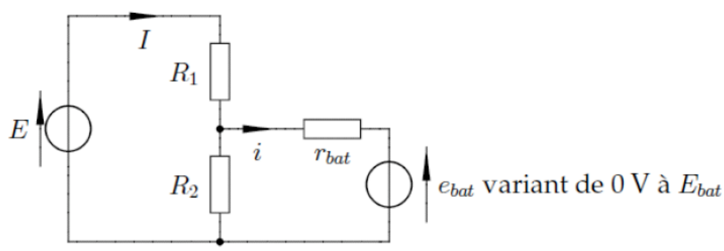



Figure 3 – Circuit utilisé pour charger la batterie

3.1) Au début de la charge, la batterie est totalement déchargée, on considère alors $e_{bat}$ = 0 V.

À quel dipôle passif la batterie est-elle alors équivalente ? En déduire, par la méthode de votre choix, la valeur $i_0$ de l'intensité i du courant la traverse. Faire l'application numérique.

3.2) Lorsque $e_{bat}$ n'est pas nul, c'est à dire en cours de charge, écrire le système d'équations vérifiées par les deux inconnues I et i. ***On ne demande pas de résoudre ce système d'équations sur cette question.***

3.3) Par la méthode de votre choix, montrer que :

$$i = \frac{E.R_2 - (R_1 + R_2).e_{bat}}{(R_1 + R_2).r_{bat} \ + \ R_1.R_2}$$

3.4) Pour quelle valeur de $e_{bat}$ l'intensité i s'annule-t-elle ? D'après le graphe de la figure 1, quel sera alors le pourcentage de charge des accumulateurs de la batterie ?

3.5) On souhaite que i s'annule lorsque la batterie est chargée à 100 %. Quelle sera alors la valeur de $e_{bat}$ ?
On conserve $R_1$ = 2,0 Ω. Quelle valeur numérique faut-il maintenant donner à $R_2$ ?

# I Cours d'électricité

1)a) $u = (R_1 i + R_2 + +R_m i) = R_{eq} i \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{m} R_i}$

1. b) $i = i_1 + i_2 + +i_n = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + + \frac{u}{R_n} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + + \frac{1}{R_n})u = \frac{u}{R_{eq}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}}$

1. c) $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} = \sum_{j=1}^{p} \frac{1}{R} = \frac{p}{R} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{R}{p}}$

2) régime transitoire d'un circuit RC

a) l'énergie à la fin de la phase de charge du condensateur vaut $\frac{1}{2C} q^2(\infty)$ soit $\frac{1}{2} CE^2$.

b) on cherche durant cette phase de décharge l'énergie totale dissipée dans $R$.

Méthode 1 : $W_J = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = -\int_{q(0)}^{q(\infty)} d(\frac{q'^2}{2C}) = \frac{q^2(0)}{2C} - \frac{q^2(\infty)}{2C} = \frac{1}{2} CE^2$

Méthode 2: $W_J = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = \int_0^{\infty} R(-\frac{E}{R} e^{-t/\tau})^2 dt = \frac{E^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-2t/\tau} dt = \frac{E^2}{R}(-\frac{\tau}{2})[e^{-2t/\tau}]_0^{\infty} = \frac{E^2}{R}\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2} CE^2$

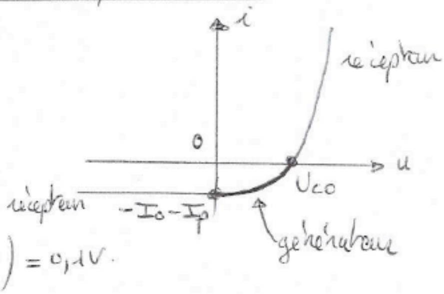
c) l'énergie dissipée dans $R$ en régime libre correspond exactement à l'énergie stockée initialement dans le condensateur.

# IV Problème

## Partie I La photodiode

Etude d'un dipôle non linéaire : la photodiode

1) $i(u) = I_0\left(e^{\frac{u}{U_0}} - 1\right) - I_p$




$$\begin{cases} \text{si } u \to -\infty : & i(u) = -I_0 - I_p \\ \text{si } u \to +\infty : & i(u) = I_0\, e^{u/U_0} \end{cases}$$

$u_{co} = (u)_{i=0} = U_0 \ln\left(1 + \frac{I_p}{I_0}\right) = 0{,}1\,V.$

2) Générateur si $P = ui < 0$ en convention récepteur

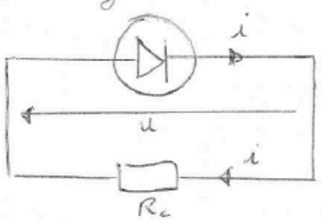
$\Rightarrow u > 0$ et $i < 0$ ($u < 0$ et $i > 0$ impossible ici)

Récepteur ailleurs (si $P = ui > 0 \Rightarrow u > 0$ et $i > 0$, ou $u < 0$ et $i < 0$)

3) On linéarise en deux parties :

* $u < U_{co}$ : $i \simeq -I_0 - I_p$ (comme quand $u \to -\infty$)
* $i > -I_0 - I_p$ : $u \simeq U_{co}$ car l'exponentielle croît très vite.

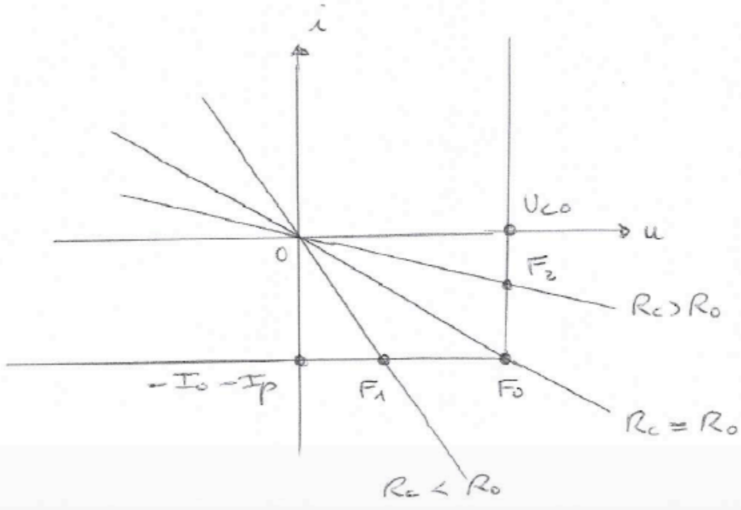
4) On réalise le montage suivant :




loi d'ohm pour le résistor (convention générateur) :

$u = -R_c i \to i = -\frac{u}{R_c}$

$\Rightarrow$ droite de pente $-\frac{1}{R_c}$.



* Si $R_c = R_0 = \dfrac{U_{c0}}{I_0 + I_p}$ :

  Le point de fonctionnement est en $F_0$ : $u = U_{c0}$, $i = -I_0 - I_p$

* Si $R_c < R_0$ :

  Le point de fonctionnement est en $F_1$ : $u = R_c(I_0 + I_p)$, $i = -I_0 - I_p$

  $\rightarrow u = R_c \dfrac{U_{c0}}{R_0}$, $i = -\dfrac{U_{c0}}{R_0}$

* Si $R_c > R_0$ :

  Le point de fonctionnement est en $F_2$ : $u = U_{c0}$, $i = -\dfrac{U_{c0}}{R_c}$

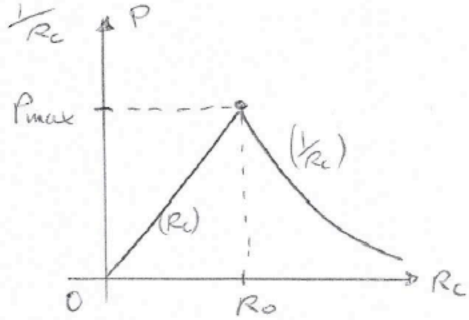
5) Puissance électrique reçue par la diode : $ui < 0$

→ Puissance électrique fournie par la diode : $P = -ui > 0$.

* Si $R_c < R_0$ : $P = \left(\dfrac{U_{c0}}{R_0}\right)^2 R_c \sim R_c$
* Si $R_c > R_0$ : $P = \dfrac{U_{c0}^2}{R_c} \sim 1/R_c$

$$P_{max} = P(R_0) = \frac{U_{c0}^2}{R_0} = 50\,\mu W$$

avec $R_0 = 200\,\Omega$




6) $$\eta = \frac{\text{puissance électrique produite (au maximum)}}{\text{puissance lumineuse reçue.}}$$

Si toute l'énergie lumineuse reçue était transformée en électricité, on aurait un rendement de 100%.

$$\eta = \frac{P_{max}}{P_L} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} P_{max} = 50\,\mu W \\ P_L = 1\,mW \end{cases}$$

$$\rightarrow \eta = 5\%$$

C'est très faible.

Il faut d'une part associer un grand nombre de panneaux pour arriver à une puissance électrique suffisante, et d'autre part essayer d'améliorer les performances des panneaux.

**Partie II Stockage de l'énergie électrique**



# Stockage de l'énergie électrique.

## A. Batterie d'accumulateurs.

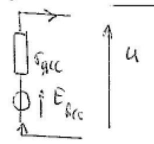
### 1. Etude d'un accumulateur (unique).

1-1). Un accumulateur est un dipôle linéaire : sa caractéristique $u = f(i)$ est rectiligne. Il est actif : en convention générateur sa caractéristique comporte des points à $i \geq 0$ et $u \geq 0$, pour lesquels la puissance fournie $P_f = ui \geq 0$.

Il est polarisé (non symétrique) : sa caractéristique n'admet pas l'origine O ($i = 0$, $u = 0$) pour centre de symétrie → son sens de branchement impacte son comportement dans un circuit.

1-2). $u = f(i)$ est une relation linéaire de forme : $u = E_{Acc} - r_{acc} \cdot i$.

ce qui se modélise selon le schéma :




1-3). Valeur de $u$ pour $i = 0$ : $E_{Acc} = 2,0\,V$

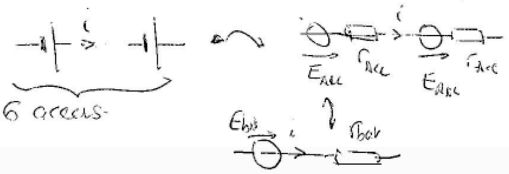
$r_{acc}$ s'obtient par la pente ($-r_{Acc}$) du graphe $u = f(i)$.

↳ $r_{Acc} = \dfrac{2,1 - 1,9}{2,0 - (-2,0)}$ soit $r_{Acc} = 0,050\,\Omega$

### 2. batterie

2-1) Association en série, car alors les f.é.m des différents éléments accumulateurs vont s'additionner.

2-2.



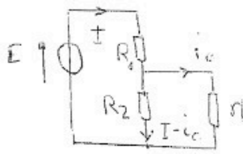

$E_{bat} = 6\,E_{Acc} = 12,0\,V$

$r_{bat} = 6\,r_{Acc} = 0,30\,\Omega$

3. Charge de la batterie

3-1). En début de charge $e_{bat} = 0$.

↳ la batterie se comporte comme un resistor.



$$E = R_1 I + r_{bat} i_0 \quad (1)$$

avec $R_2 (I - i_0) = r_{bat} i_0 \quad (2)$.

donc $I = \dfrac{r_{bat} + R_2}{R_2} i_0 \quad (3)$

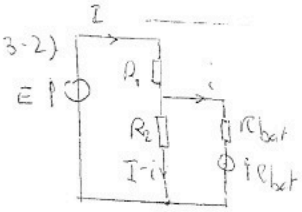
Rmq: par le diviseur de courant $(r_{bat}, R_2) \to i_0 = \dfrac{R_2 I_0}{r_{bat} + R_2} \quad (3')$

En injectant (3) ou (3') (analogues) dans (1) :

$$E = \left[ \frac{R_1}{R_2} (r_{bat} + R_2) + r_{bat} \right] i_0 .$$

d'où $i_0 = \dfrac{E}{r_{bat}\left(1 + \dfrac{R_1}{R_2}\right) + R_1}$ $\qquad \underline{i_0 = 6,6 A}$

3-2)



$$\begin{cases} E = R_1 I + r_{bat} i + e_{bat} & (a) \\ R_2 (I - i) = e_{bat} + r_{bat} i & (b) \end{cases}$$

3-3). En resolvant ce système (b) donne : $I = \dfrac{e_{bat} + (r_{bat} + R_2) i}{R_2}$

On injecte dans (a) : $E = \left(\dfrac{R_1}{R_2} + 1\right) e_{bat} + \left[ \dfrac{R_1}{R_2} (r_{bat} + R_2) + r_{bat} \right] i$

On tire : $i = \dfrac{E - \left(\dfrac{R_1}{R_2} + 1\right) e_{bat}}{\dfrac{R_1}{R_2} (r_{bat} + R_2) + r_{bat}}$

soit finalement :

$$i = \frac{R_2 E - (R_1 + R_2) e_{bat}}{(R_1 + R_2) r_{bat} + R_1 R_2}$$

3-4). $i = 0$ s'obtient pour $R_2 E - (R_1 + R_2) e_{bat} = 0$

soit $e'_{bat} = \dfrac{R_2 E}{R_1 + R_2}$ $\quad$ AN : $\underline{e'_{bat} = 11 \ V.}$

$\dfrac{e'_{bat}}{6} = 1,91 \ V$ → ceci correspond à une charge à environ 10% des accumulateurs.

3-5). la charge à 100% s'obtient pour une fem de chaque accumulateur valant 2,25V, soit pour $e'_{bat} = 6 \times 2,25 = \underline{13,5 V}$

Il faudra alors : $R_2 (E - e'_{bat}) = R_1 e'_{bat}$

soit $R_2 = \dfrac{R_1 e'_{bat}}{E - e'_{bat}}$ $\quad$ AN : $\underline{R_2 = 11 \Omega}$