

Chapitre 4 : Nombres complexes - Partie 1

Feuille d'exercices

Exercice 1 :

Déterminez les parties réelles et imaginaires des complexes suivants :

$$x = (1 + i)^3 \quad y = \frac{1 - 4i}{1 + 5i} \quad z = \frac{1 - 4i}{1 + 5i} + \frac{1 + 4i}{1 - 5i} \quad v = \frac{(1 + i)^2}{(1 - i)^2} \quad w = \frac{(1 + i)^2}{1 - i}$$

Exercice 2 :

Calculez le module des nombres complexes suivants :

$$x = 2 - 2i \quad y = 1 + i\sqrt{3} \quad z = 3 + i\sqrt{3} \quad t = -1 + i\sqrt{3}$$

$$u = \left(-1 + i\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 \quad v = (\cos(\alpha) - i\sin(\alpha))^5 \quad w = \frac{1 + i}{1 - i} \quad \lambda = \frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}$$

Exercice 3 :

Résoudre les équations suivantes, d'inconnues z (et z') dans \mathbb{C} :

1. $z + 3iz = 4 + i - z$
2. $\frac{(1 + i\sqrt{2})z + 1}{i + 3 - z} = 3$
3. $z^2 + z + 1 = 0$
4. $z^2 + z - 1 = 0$
5. $4z^2 - 10z + 4 = 0$
6. $\bar{z}^2 - \bar{z} + 1 = 0$
7. $(1 - i)z - 3i\bar{z} = 1 + 4i$
8. $\begin{cases} z + z' = 1 + 4i \\ z - z' = 1 - 2i \end{cases}$

Exercice 4 :

Soient $U = \{z \in \mathbb{C}; |z| = 1\}$ et $z \in U \setminus \{1\}$. Montrer que $\frac{z+1}{z-1}$ est un imaginaire pure.

Exercice 5 :

Calculer les racines carrées des nombres suivants :

$$A = -50 \quad B = 2i \quad C = 8 - 6i \quad D = 24 - 10i.$$

Exercice 6 :

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$:

- (1) $iz^2 + (i + 3)z + 2 - 2i = 0.$
- (2) $z^2 - (5 - 14i)z - 2(5i + 12) = 0.$
- (3) $z^3 - (5 + 3i)z^2 + (7 + 16i)z + 3 - 21i = 0$
(on cherchera une solution imaginaire pure)