

Séance de soutien numero 4 : Trigonométrie I

Vésale Nicolas - Dimitri De Vallière

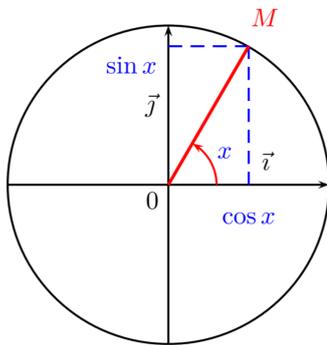
1 Le cercle trigonométrique

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) , on appelle cercle trigonométrique le cercle de rayon 1 et de centre l'origine du repère.

Soit M un point sur le cercle et x l'angle orienté (\vec{OI}, \vec{OM}) .

On appelle $\cos(x)$ l'abscisse de M , $\sin(x)$ l'ordonnée.

Pour tout θ tel que $\cos(x) \neq 0$, on pose enfin $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

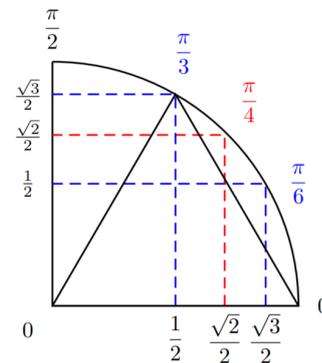


Le théorème de Pythagore donne immédiatement

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

On rappelle les valeurs remarquables dans le quart supérieur droit du cercle.

Les autres valeurs se retrouvent par symétrie



Exercice 1 : A propos de symétrie...

- $\cos(x + 2\pi) =$
 - $\sin(x + 2\pi) =$
- $\cos(\pi - x) =$
 - $\sin(\pi - x) =$
- $\sin(-x) =$
 - $\cos(-x) =$
- $\cos(x + \pi) =$
 - $\sin(x + \pi) =$
- $\cos(\frac{\pi}{2} + x) =$
 - $\sin(\frac{\pi}{2} + x) =$
- $\sin(\frac{\pi}{2} - x) =$
 - $\cos(\frac{\pi}{2} - x) =$

Exercice 2 : Et encore des histoires de symétrie...

Déterminez les valeurs ci dessous :

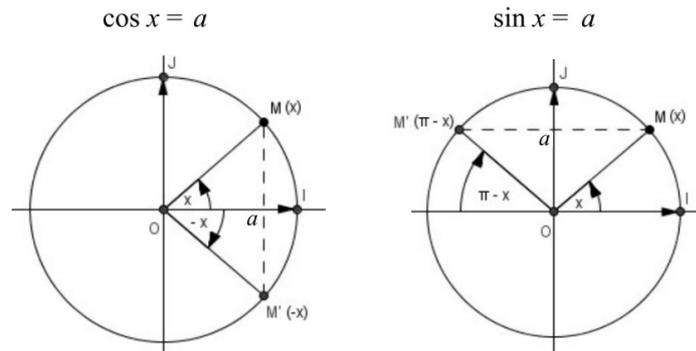
- $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$
- $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
- $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
- $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$
- $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$
- $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

Exercice 3 :

- Soit $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(x) = \frac{4}{5}$. Déterminez $\cos(x)$ et $\tan(x)$.
- Soit $x \in [0, 2\pi]$ tel que $\cos(x) = -\frac{12}{13}$. Quelles sont les valeurs possibles pour $\sin(x)$?

2 Equations et inéquations trigonométriques

Equations : Toujours à l'aide du cercle trigonométrique, on peut résoudre graphiquement certaines équations, en particulier celles de la forme $\cos(x) = a$ ou $\sin(x) = a$. L'idée est que deux points sur le cercle correspondent à la valeur qu'on s'est fixée :



Exercice 4 :

Résoudre les équations ou inéquation suivantes, d'inconnue $x \in [0, 2\pi]$ (on ne se préoccupe pas des "modulo" dans cet exercice) :

1. Une première série pour voir si ça va

a) $\sin(x) = \frac{1}{2}$

b) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sin(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

2. On complique un peu :

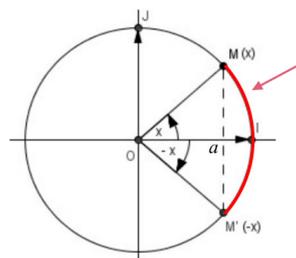
a) $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

c) $\cos(x) = \sin(x)$

Inéquations : Toujours à l'aide du cercle trigonométrique, on peut résoudre les équations de la forme $\cos(x) \leq a$, $\cos(x) \geq a$, $\sin(x) > a$, etc...

Par exemple pour $\cos(x) \geq a$: on repère sur l'axe des abscisses la partie supérieure à a , et on regarde sur le cercle les points dont les abscisses sont dans cette zone. Cela donne le dessin ci dessous :



Exercice 5 :

Résoudre les inéquations ci dessous pour x dans l'intervalle indiqué

1. $\cos(x) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $x \in [-\pi; \pi]$

2. $2\sin(x) + 1 < 0$ pour $x \in [-\pi; \pi]$

3. $2\cos(x) - \sqrt{3} \leq 0$ pour $x \in [0; 2\pi]$