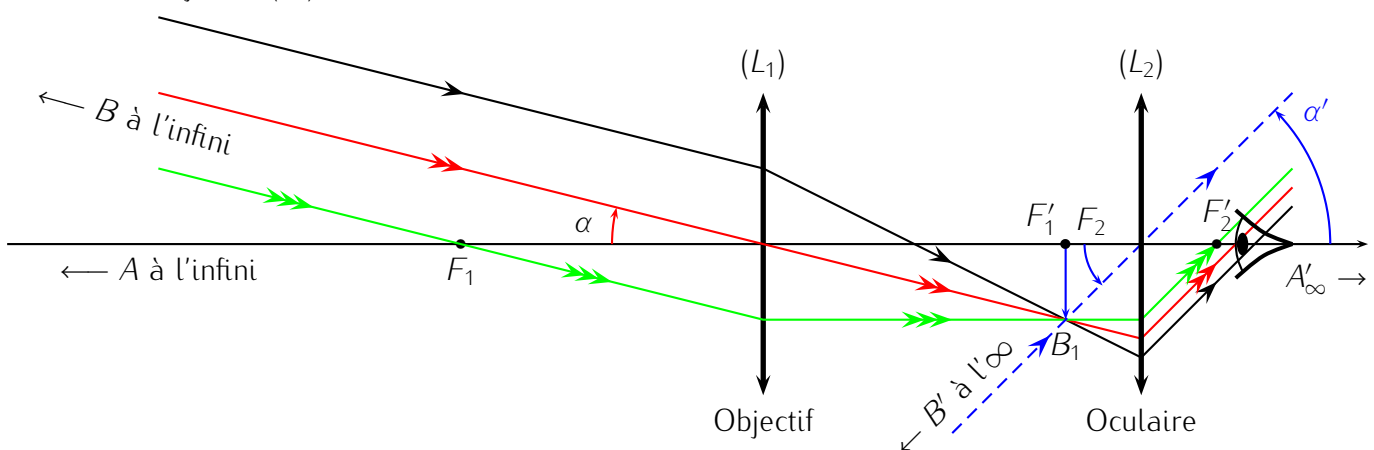


MODÈLES D'INSTRUMENTS D'OPTIQUE

Exercice 1 : Lunette astronomique de Meudon.

La lunette astronomique de Meudon, en France, est schématisée par l'association de deux lentilles minces convergentes, l'une, l'objectif (L_1) de focale $f'_1 = 16$ m et l'autre, l'oculaire (L_2) de distance focale $f'_2 = 4$ cm. Le diamètre de l'objectif est $D = 80$ cm.

1. Faire un schéma de la lunette quand elle est réglée à l'infini. Dessiner la marche d'un faisceau lumineux issu d'un objet situé à l'infini mais pas sur l'axe optique, les rayons arrivent alors sur l'objectif en faisant un angle α avec l'axe optique.
 2. Calculer la valeur du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où α' est l'angle que font les rayons avec l'axe optique en sortie du système.
 3. Situer le cercle oculaire (image de l'objectif à travers (L_2)) et calculer son diamètre d .
 4. On observe une étoile dont la diamètre angulaire apparent est $0,02''$. Montrer que cette étoile apparaît ponctuelle pour un observateur qui regarde dans la lunette, la résolution angulaire de l'œil est d'environ $1,5'$ Quel est alors l'intérêt ?
1. Si la lunette est réglée à l'infini, c'est un système afocal et $AB_\infty - (L_1) \rightarrow A_1B_1 - (L_2) \rightarrow A'B'_\infty$. L'image intermédiaire A_1B_1 est alors à la fois dans le plan focal image de (L_1) et dans le plan focal objet de (L_2).



Pour dessiner correctement le faisceau issu de AB à travers le système optique, on a tout intérêt à utiliser l'image intermédiaire A_1B_1 . Le rayon qui passerait par B_1 et O_2 donne l'angle α' .

2. En utilisant à nouveau l'image intermédiaire A_1B_1 , on fait apparaître les triangles rectangles $O_1F'_1B_1$ et $F_2O_2B_1$ de côté F_2B_1 commun. Dans ces triangles, on écrit $\alpha \simeq \tan \alpha = -\frac{\overline{B_1F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$ ($\alpha < 0$ sur la figure) et $\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}}$.

On en déduit $G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{B_1F_2}}{\overline{F_2O_2}} \times \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{B_1F'_1}} = -\frac{f'_2}{f'_1} = -\frac{16}{4 \cdot 10^{-2}} = -400$.

Remarque : si on n'oriente pas les angles, on peut obtenir $+400$ mais le signe $-$ permet de montrer que l'image finale ($A'B'$ vue par l'œil) sera inversée.

3. Par définition, $(L_1) - (L_2) \rightarrow \mathcal{C}$: cercle oculaire.

Vu la distance O_1O_2 par rapport à la distance focale de l'oculaire, le cercle oculaire, image de (L_1) par (L_2) est dans le plan focal image de (L_2) : on a $\overline{O_2\mathcal{C}} = f'_2 = 4$ cm.

En utilisant la formule du grandissement, $|\gamma_2| = \left| \frac{\overline{O_2\mathcal{C}}}{\overline{O_2O_1}} \right| = \frac{d}{D} \Rightarrow d = \frac{f'_2}{f'_1 + f'_2} D \simeq 2$ mm ce qui correspond environ à l'ouverture maximale de l'iris de l'œil. On aura donc intérêt à le placer au niveau du cercle oculaire pour récolter un maximum de lumière.

4. À travers la lunette, grâce au grossissement, on verra l'étoile double sous un diamètre angulaire $\alpha' = G.\alpha = 8''$ ce qui reste largement inférieur à la limite de résolution de l'œil et ce dernier ne pourra pas séparer les deux étoiles. Par contre, l'intérêt de la lunette est de collecter beaucoup de lumière : toute la lumière arrivant sur l'objectif ($D = 80$ cm) est concentrée au niveau du cercle oculaire.

Exercice 2 : Système afocal de trois lentilles.

Soient trois lentilles de distances focales respectives $f'_1 = -1,5$ m, $f'_2 = 40$ cm et $f'_3 = -20$ cm.

La lentille (L_2) est placée entre les lentilles (L_1) et (L_3).

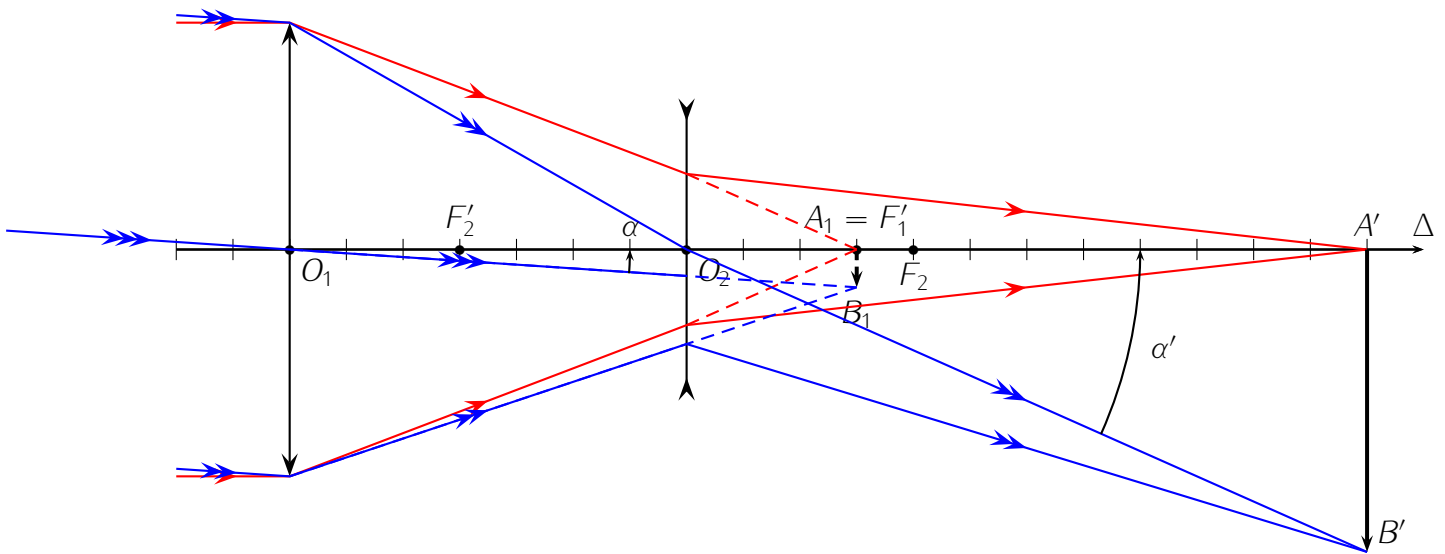
Le système est centré, aplanétique et stigmatique.

1. Donner la signification de ces trois derniers termes.
 2. On veut que le système soit afocal c'est à dire que ses foyers principaux soient rejetés à l'infini. Déterminer alors la relation entre les trois distances focales et les distances d_1 séparant (L_1) de (L_2) et d_2 séparant (L_2) de (L_3). Calculer d_2 si $d_1 = 50$ cm.
 3. Faire une figure du système à l'échelle et déterminer graphiquement si le grandissement transversal est inférieur ou supérieur à 1.
1. Voir cours. 2. $\frac{1}{d_2 - f'_3} + \frac{1}{d_1 - f'_1} = \frac{1}{f'_2}$, $d_2 = 30$ cm. 3. $\gamma < 1$.

Exercice 3 : Appareil photographique.

1. L'objectif d'un appareil photographique est assimilable à une lentille mince convergente (L_1) de 10 cm de distance focale. On photographie une tour de 50 m de haut située à 1 km.
 - (a) À quelle distance de l'objectif se situe l'image A_1B_1 obtenue ?
 - (b) Quelle est la taille de cette image ?
2. On associe à cet objectif une lentille mince divergente (L_2) de distance focale -4 cm. Le capteur est située à 12 cm de (L_2) on règle $\overline{O_1O_2}$ jusqu'à obtention, sur le capteur, d'une image finale $A'B'$ nette.
 - (a) Quelle est alors la distance $\overline{O_1O_2}$ entre (L_1) et (L_2) ?
 - (b) Quelle est la taille de l'image dans ce cas ?
 - (c) Quel est l'intérêt de (L_2) ?
 - (d) Sur un schéma à l'échelle 1/1, positionner les lentilles (L_1) et (L_2), les images A_1B_1 et $A'B'$ en utilisant les valeurs numériques précédentes. Mettre en évidence sur ce schéma α , l'angle apparent sous lequel on voit l'objet depuis le centre optique de (L_1).
 - (e) Sur le même schéma, tracer la marche, à travers (L_1) et (L_2), d'un faisceau lumineux incident couvrant toute la lentille (L_1) dans les deux cas suivants :
 - faisceau parallèle de même direction que l'axe optique du système.
 - faisceau parallèle, incliné selon l'angle apparent α .
3. On reprend l'appareil photographique de la question 1.
 - (a) Quelle devrait être la distance focale d'une lentille convergente unique qui donnerait de la même tour, une image de même taille que celle donnée par le système ($(L_1), (L_2)$) précédent ?
 - (b) Pourquoi utilise-t-on la solution de la question 2. plutôt que celle de la question 3. pour fabriquer les appareils photographiques ?
1. Étude de l'objectif.
 - (a) Étant donné que la distance objet – lentille ($\overline{AO_1} = 1$ km) est très supérieure à la distance focale $f'_1 = 10$ cm de la lentille, l'image intermédiaire A_1B_1 se trouve dans le plan focal image de (L_1). On a alors $\overline{O_1A_1} = f'_1 = 10$ cm.

- (b) Par utilisation de la formule du grandissement de la lentille (L_1), $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \Rightarrow \overline{A_1B_1} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \cdot \overline{AB} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{-10 \cdot 10^1} \cdot 50 = -5 \cdot 10^{-3}$ m soit une image intermédiaire de hauteur 5 mm et inversée.
2. Ajout de la lentille divergente (L_2).
- (a) On a maintenant $AB - (L_1) \rightarrow A_1B_1 - (L_2) \rightarrow A'B'$ avec $\overline{O_2B'} = 12$ cm et $f'_2 = -4$ cm. On connaît la position de A_1B_1 et celle de $A'B'$, on va donc utiliser la relation de conjugaison de L_2 pour déterminer sa position. $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2A_1} = \frac{f'_2 \cdot \overline{O_2A'}}{f'_2 - \overline{O_2A'}} = \frac{-4 \cdot 12}{-4 - 12} = 3$ cm. On en déduit ensuite $\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A_1} + \overline{A_1O_2} = 10 - 3 = 7$ cm.
- (b) En utilisant à nouveau la formule du grandissement, $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \cdot \overline{A_1B_1} = \frac{12}{3} \cdot (-0,5) = -2$ cm.
- (c) On voit que (L_2) permet d'obtenir une image finale quatre fois plus grande.
- (d) Figure :



Pour placer α on utilise le fait que les rayons issus de B et qui arrivent sur (L_1) en faisant l'angle α avec Δ passeraient en B_1 (l'image de B par (L_1)) si (L_2) n'existait pas.

- (e) On complète le tracé :
- le faisceau parallèle à Δ converge vers A_1 puis A' .
 - le faisceau parallèle et incliné selon α converge vers B_1 puis B' .
3. Retour à l'appareil photo à une lentille : (L_1). On a cette fois $AB - (L_1) \rightarrow A'B'$.
- (a) Comme l'objet reste situé très loin, son image $A'B'$ par (L_1) reste dans le plan focal image, c'est à dire $\overline{O_1A'} = f'_1$. D'après la formule du grandissement, $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = \frac{f'_1}{\overline{O_1A}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \Rightarrow f'_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \overline{O_1A} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{50} \cdot (-10^3) = 0,4$ m soit une distance focale de 40 cm.
- (b) On préfère donc ajouter une lentille convergente comme décrit lors de la question 2. pour limiter l'encombrement des appareils photographiques.

Exercice 4 : Ouverture d'un appareil photographique.

Un appareil photographique argentique est constitué d'une lentille convergente de focale $f' = 50$ mm. La pellicule est placée à la distance d de la lentille. Les rayons incidents sont limités par un diaphragme de diamètre D et dont l'ouverture est circulaire.

1. On souhaite photographier des objets à une distance variant de $x = 0,6$ m à l'infini par rapport à la lentille. Calculer les distances d_{\min} et d_{\max} de la pellicule pour lesquelles l'image formée est nette.

- On définit un nombre N appelé nombre d'ouverture vérifiant $\frac{1}{N} = \frac{D}{f'}$ (appelée ouverture relative). Sur les objectifs, on peut faire varier le diamètre du diaphragme d'entrée de manière discontinue, ce qui est repéré sur l'objectif par une série de nombres N dont les valeurs sont 2,8 ; 4 ; 5,6 ; 8 ; 11 ; 16. Sur les boîtiers d'appareils photographiques, on dispose d'autre part des temps d'exposition nécessaire respectifs (en s) : $t_e = \frac{1}{15} ; \frac{1}{30} ; \frac{1}{60} ; \frac{1}{125} ; \frac{1}{250} ; \frac{1}{500}$. Expliquez.
 - La pellicule est caractérisée par un grain $g = 0,02$ mm (taille du grain de l'émulsion de la pellicule). On souhaite que la taille de la tache image d'un objet A reste inférieure à g pour que l'image soit satisfaisante. La mise au point étant faite à *l'infini*, mettre en évidence à l'aide d'une construction géométrique, la distance minimale L_0 , dite "hyperfocale", qui sépare A de la lentille pour que l'image soit correcte. Exprimer L_0 en fonction de g , f' et N .
 - Soit P_f la profondeur du champ (zone de l'espace objet qui donne une image nette). Qualitativement, comment P_f varie-t-elle avec N , avec f' ?
1. $d_{\min} = 50$ mm et $d_{\max} = 54,5$ mm. 2. Si N varie, D varie, il entre moins de lumière dans l'appareil et on doit adapter t_e . 3. $L_0 = f'^2/(gN)$. 4. Si L_0 diminue donc si f' diminue ou N augmente, P_f augmente (voir figure).

Exercice 5 : Lunette de Galilée, effet de Zoom.

La lunette de Galilée est formée d'une lentille objectif ($(L_1) : O_1, f'_1 = 20$ cm) et d'une lentille oculaire divergente ($(L) : O, f' < 0$). Le foyer objet F de (L) coïncide avec le foyer image F'_1 de (L_1) . La longueur $l = O_1O$ vaut 15 cm. On pointe un objet AB de 2 cm à 30 cm devant l'objectif.

- Construire l'image $A'B'$ de AB . Est-elle réelle ou virtuelle ?
- Calculer $p' = \overline{OA'}$ et $\overline{A'B'}$ (valeurs numériques).
- Le grandissement de l'ensemble dépend-il de la position de AB ? On tracera un rayon issu de B et arrivant sur le système parallèlement à l'axe optique.
- Cet appareil est destiné à voir des objets éloignés. En appelant α le diamètre angulaire apparent d'un objet à l'infini et α' celui de son image, calculer le grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de cette lunette.

1.a. Virtuelle. 1.b. $p' = -5,625$ cm et $\overline{A'B'} = 0,5$ cm. 1.c. $\gamma = 4 \forall p$ 1.d. $G = 4$. 2.a. $f_2 = -4$ cm. 2.b. $p' = \frac{20(x^2 - 35x + 320)}{x(x-15)} < 0$ en cm et $G = \frac{80}{x^2 - 35x + 320}$. 2.c. G maximum pour $x = 12$ cm : zoom.

Exercice 6 : Étude d'un microscope.

Un microscope peut être modélisé par deux lentilles convergentes (L_1) et (L_2) alignées sur le même axe optique, entourées d'air.

(L_1) modélise l'objectif et a une distance focale image $f'_1 = 2$ mm. (L_2) modélise l'oculaire et a une distance focale image $f'_2 = 30$ mm. La distance $\Delta = \overline{F'_1F_2}$ entre le foyer image de (L_1) et le foyer objet de (L_2) vaut 160 mm, c'est l'intervalle optique du microscope.

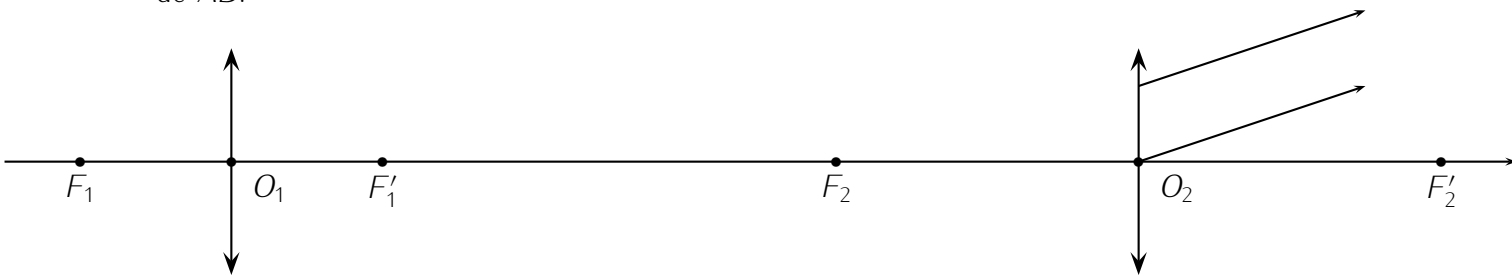
La distance minimale de vision de l'œil est $d_m = 25$ cm : c'est le punctum proximum, la distance au dessous de laquelle l'œil n'arrive plus à accommoder : l'image n'est plus nette.

Par contre, l'œil normal voit net un objet situé à l'infini et cela sans accommoder.

On observe, à travers le microscope, un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique avec A et l'œil sur l'axe optique.

- Rappeler la formule de conjugaison de Newton pour une lentille mince sphérique. Donner également les deux formules de Newton pour le grandissement γ .
- Où doit être placé A pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder ? Faire l'application numérique.

3. Les deux rayons sortant de la lentille (L_2) sur le dessin ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) sont issus de B . Dessiner leur trajet à travers le microscope et trouver ainsi graphiquement la position de AB .



4. Expression du grossissement :

- Sous quel angle maximal θ_0 un œil normal voit-il AB sans le microscope ? (on prendra $\tan \theta_0 \simeq \theta_0$).
 - Sous quel angle θ l'œil voit-il AB à travers le microscope ? (on prendra $\tan \theta \simeq \theta$).
 - On définit le grossissement par $G = \frac{\theta}{\theta_0}$. Calculer G en fonction de Δ , d_m , f'_1 et f'_2 . Faire l'application numérique.
5. Le cercle oculaire de centre C est l'image de la monture de (L_1) à travers (L_2).
- Que vaut $\overline{CF'_2}$.
 - Quel est le diamètre D' du cercle oculaire sachant que le diamètre de la monture de (L_1) est $D = 11 \text{ mm}$?
6. Comme la rétine est discontinue, granulaire, l'œil ne peut pas distinguer deux rayons lumineux l'un de l'autre s'ils font entre eux un angle inférieur à $\varepsilon = 1,5$ minute d'arc. Quelle est la taille du plus petit objet AB que l'on pourra distinguer ? On donnera son expression en fonction de Δ , ε , f'_1 et f'_2 . Faire l'application numérique.
1. Formules de conjugaison et de grandissement de Newton pour une lentille mince sphérique : si A' est le conjugué de A par une lentille de distance focale image f' .

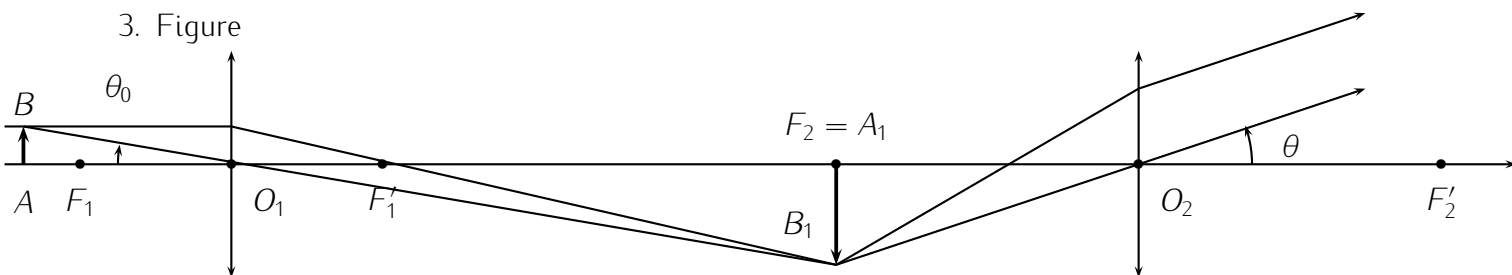
$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 = -\overline{OF}^2 \quad \gamma = -\frac{\overline{OF}}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{\overline{OF'}}$$

Remarque : γ se retrouve rapidement à l'aide d'une figure.

2. Pour que l'œil observe AB à travers le microscope sans accommoder, il faut que l'image A_1B_1 de AB soit dans le plan focal objet de L_2 donc que $A_1 = F_2$ et en appliquant la relation précédente à L_1 avec F_2 le conjugué de A par L_1 :

$$\overline{F_1A} \cdot \overline{F_1F_2} = -f_1'^2 \iff \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F_1F_2}} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = -\frac{4}{160} \simeq -0,025 \text{ mm} \quad (A \simeq F_1)$$

3. Figure



4. (a) Un œil normal voit AB sous un angle maximum s'il est à la distance minimale c'est à dire à d_m et $\tan \theta_0 = \frac{\overline{AB}}{d_m} \simeq \theta_0$

(b) À travers le microscope, on voit les rayons sortir sous un angle

$$\theta \simeq \tan \theta = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2}, \text{ or } \frac{\overline{A_1 B_1}}{AB} = -\frac{\overline{F'_1 A_1}}{\overline{OF'_1}} = -\frac{\Delta}{f'_1} \text{ et } \theta = \frac{\Delta \overline{AB}}{f'_2 f'_1} \Rightarrow G = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2} \simeq 667$$

5. Cercle oculaire.

(a) Par application de la formule de Newton au couple (O_1, C) , conjugués par L_2 :

$$\overline{F_2 O_1} \cdot \overline{F'_2 C} = -f_2'^2 \iff \overline{F'_2 C} = \frac{-f_2'^2}{\overline{F_2 F'_1} + \overline{F'_1 O_1}} = \frac{-f_2'^2}{-\Delta - f'_1} \iff \overline{CF'_2} \simeq -5,56 \text{ mm}$$

(b) Le cercle oculaire étant le conjugué de L_1 par L_2 , on peut utiliser la formule du grandissement :

$$\frac{D'}{D} = |\gamma| = \left| -\frac{\overline{F'_2 C}}{\overline{OF'_2}} \right| = \frac{f'_2}{\Delta + f'_1} \iff D' = \frac{f'_2}{\Delta + f'_1} D \simeq 2,04 \text{ mm}$$

6. Le microscope permet d'augmenter l'angle que font deux rayons proches. On pourra distinguer l'objet AB à travers le microscope si l'angle

$$|\theta| = |G| \cdot |\theta_0| > \varepsilon \iff \frac{\Delta \overline{AB}}{f'_2 f'_1} > \varepsilon \iff AB > \frac{\varepsilon f'_1 f'_2}{\Delta} \simeq 0,16 \mu\text{m}$$

On obtient AB inférieur à la longueur d'onde de la lumière visible (0,4 à 0,8 μm) mais on est plus dans le domaine de l'optique géométrique et c'est la diffraction de la lumière à travers L_1 qui limitera la résolution du microscope.