

# TP n°1

## Formation d'images et focométrie

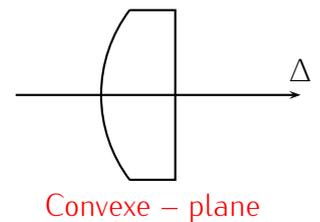
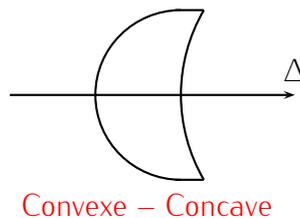
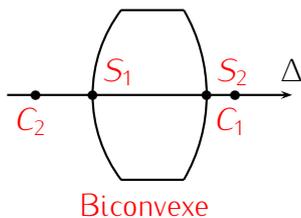
PCSI 2023 – 2024

### I Reconnaissance rapide des lentilles

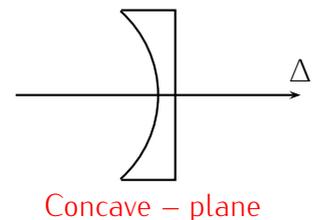
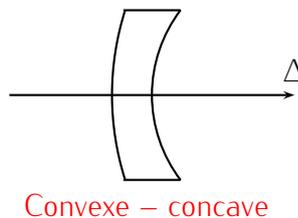
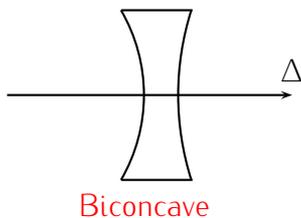
#### 1. Au toucher

Les lentilles minces convergentes sont de trois types : ménisque convergent, plan convexe ou biconvexe ; il est donc facile de les distinguer au toucher des lentilles minces divergentes qui se présentent sous différentes formes : ménisque divergent, plan concave ou biconcave

Lentilles convergentes :



Lentilles divergentes :



#### 2. Par une formation d'image

- Une lentille mince est convergente si, quand on déplace la lentille devant un texte, l'image de ce texte (en regardant au centre de la lentille) se déplace en sens inverse de la lentille.
- Une lentille convergente ne peut pas donner d'un objet virtuel une image virtuelle.
- L'image d'un objet réel à l'infini étant dans le plan focal image, on peut donc obtenir sur un écran ou une feuille l'image d'une source lumineuse éloignée comme par exemple le soleil ou l'éclairage au plafond.
- Une lentille mince est divergente si, quand on déplace la lentille devant un texte, l'image de ce texte se déplace dans le même sens que la lentille.
- Une lentille divergente ne peut pas donner d'un objet réel une image réelle. Impossible d'observer sur un écran l'image d'un objet réel avec une telle lentille.

## II Techniques de projection : alignement et éclairage

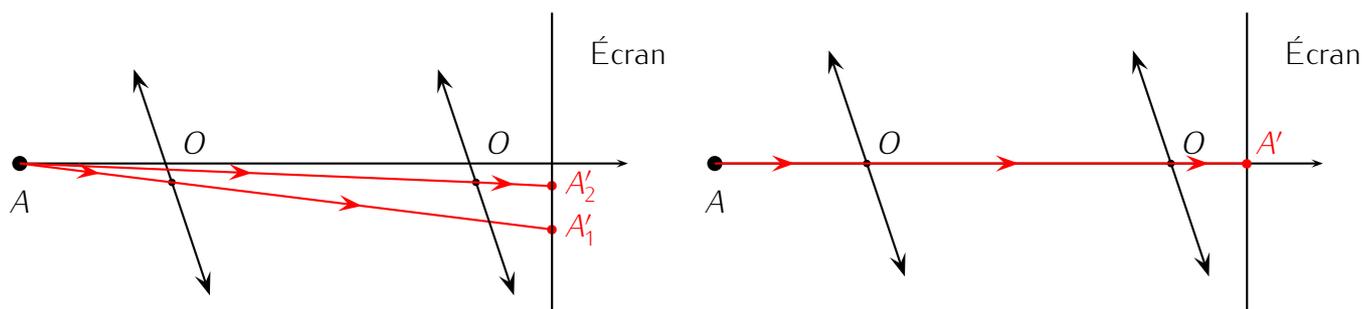
### 1. Alignement des systèmes optiques

Si on veut réaliser un système optique centré, il doit exister un axe de symétrie de révolution du système : **l'axe optique**.

L'alignement consiste à confondre les axes optiques des différents composants (lentilles, miroirs).

**Mise en œuvre :** pour aligner une lentille mince convergente sur un banc d'optique.

- Réglage de la position latérale du centre optique de la lentille : si la distance entre l'objet et l'écran est supérieure à  $4f'$ , il existe deux positions  $O_1$  et  $O_2$  du centre  $O$  de la lentille pour lesquelles il se forme une image nette de  $A$  sur l'écran.

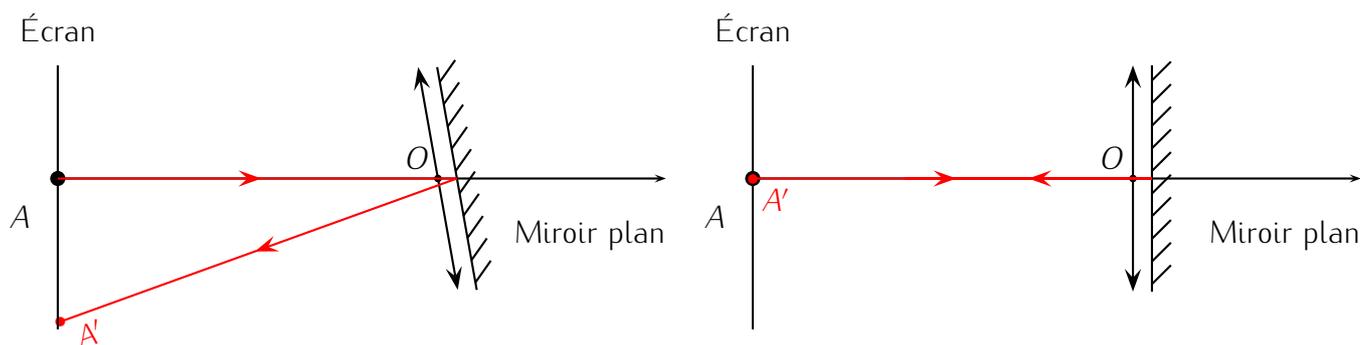


Soient  $A'_1$  et  $A'_2$  les images de  $A$ , on trace un rayon passant par le centre de la lentille pour les placer sur l'écran.  $A'_1$  et  $A'_2$  se forment au même point de l'écran si  $O$  est sur l'axe du banc.

- Alignement de l'axe optique de la lentille suivant l'axe du banc.

Pour l'instant, seul le centre optique est bien positionné, l'axe de la lentille peut avoir une orientation quelconque.

- ★ On commence par dégrossir le travail en vérifiant à l'œil que le plan de la lentille est à peu près perpendiculaire à l'axe du banc.



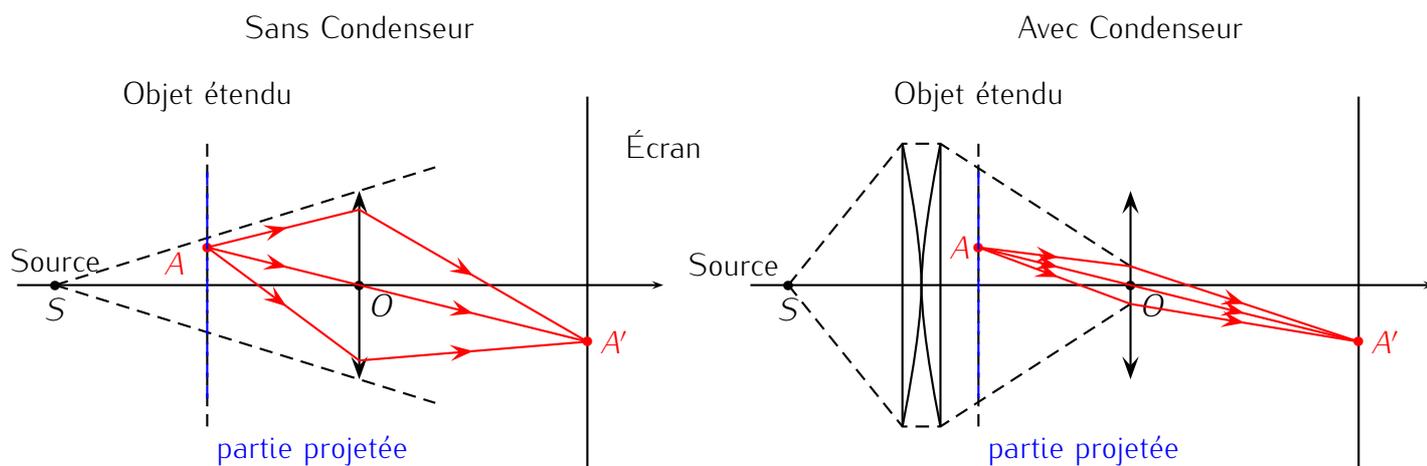
- ★ On place alors un miroir plan parallèlement à la lentille et on déplace l'ensemble solide le long de l'axe optique jusqu'à obtenir l'image et l'objet dans le même plan (méthode d'auto-collimation).

L'axe optique de la lentille sera confondu avec l'axe du banc optique si l'image et l'objet sont confondus.

### 2. Éclairage correct d'un objet transparent

L'éclairage de l'objet (grille par exemple) sera correct si l'objet est uniformément éclairé et si toute la lumière qui éclaire l'objet traverse le système optique en respectant les conditions de Gauss.

**Nécessité d'un condenseur :** si on éclaire directement un objet étendu, les rayons qui atteignent le système optique ne traversent qu'une partie de l'objet (figure ci-dessous à gauche).



Sans condensateur, le système optique ne formera l'image que de cette partie. De plus, une "image" floue de la source lumineuse se superpose en général à l'image de l'objet : il n'y a pas d'éclairage uniforme de l'objet.

Pour palier à ces deux inconvénients, on utilise un condenseur, le plus souvent constitué de deux lentilles convergentes (planes convexes, les faces planes tournées vers l'extérieur pour limiter les aberrations selon la règle des 4P : plus plat plus près) équivalent à une lentille convergente.

**Mise en œuvre pratique :**

- on place la source de lumière, le système optique, l'écran et l'objet sur le banc optique comme sur la figure de gauche,
- on ajoute le condenseur **juste devant l'objet** (si on dispose d'une lanterne, on règle le dispositif optique intégré),
- on forme, à l'aide du condenseur, l'image  $S'$  de la source sur le système optique (en déplaçant la source de lumière, seule dont la position peut être modifiée).

### 3. Mise en œuvre

**Préparation théorique et graphique :** On illustrera chacune des expériences suivantes par une construction des images, afin d'interpréter les observations expérimentales. La marche des rayons sera systématiquement justifiée sur chaque figure. Toutes les distances ou grandissements demandés seront donnés avec 3 chiffres significatifs. On appelle  $x$  la distance en cm, par rapport à l'extrémité du banc, des différents éléments placés sur le banc. On placera définitivement l'objet en  $x = 15$  cm .

#### 3.a. formation de l'image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente.



On placera la lentille  $+3\delta$  en  $x = 85$  cm sur l'axe optique . Déterminer à partir de la relation de conjugaison la position de l'image,  $\overline{OA'}$ , ainsi que le grandissement  $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ .

#### 3.b. Comment comparer les valeurs expérimentales et théoriques ?

Rappelons qu'en science, chaque expérience est un processus souvent complexe qui fait s'entremêler plusieurs processus. De cette complexité résulte une variabilité des résultats. Cette variabilité est naturelle et fait partie de la mesure. Il ne faut pas chercher à la supprimer car elle contient beaucoup d'informations sur les processus physiques.

**Définitions :** La quantification de la variabilité d'une mesure  $x$  d'une grandeur est appelée **incertitude-type** et notée  $u(x)$ . Par définition, l'incertitude-type correspond à l'écart-type de la distribution des données issues d'une répétition de la mesure.

Soit un ensemble de  $N$  mesures notées  $x_i$  avec  $i$  allant de 1 à  $N$ .

**Définition :** On définit la moyenne  $\bar{x}$  de l'ensemble, qui nous permet de définir l'écart-type, et

donc l'incertitude-type, grâce aux relations :  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  et  $u(x) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$

On fera à ce stade deux remarques :

- Pour estimer l'incertitude-type du résultat d'une unique mesure, il faut donc répéter un grand nombre de fois le processus de mesure. Cette répétition et les valeurs supplémentaires servent uniquement à estimer la variabilité du processus de mesure.
- L'incertitude-type est l'estimation d'une variabilité qui est unique à chaque processus de mesure. Il est donc naturel que deux personnes réalisant exactement la même expérience aient une variabilité, et donc une incertitude-type, différente.

Certaines expériences n'ont pas de variabilité observée. C'est le cas ici, la distance  $\overline{OA}$  peut être mesurée plusieurs fois, on obtiendra toujours le même résultat. C'est aussi le cas lorsque l'on mesure naïvement la taille d'un objet avec la même règle graduée. Logiquement, reproduire la mesure n'apporte pas d'information. Cette absence de variabilité observée n'implique pas une absence de variabilité. Cela signifie juste qu'à l'échelle de cette expérience, avec l'appareil de mesure choisi, la variabilité est plus faible que la précision de la mesure. Ce phénomène n'est pas uniquement lié à l'appareil de mesure. En effet, selon les conditions expérimentales, il n'est parfois pas matériellement possible (ou souhaité) de reproduire le processus de mesure. Dans ce cas, une seule valeur est accessible et il faut tout de même estimer son incertitude-type. Il faut donc estimer théoriquement la variabilité de la mesure sans l'observer. Nécessairement, cela est possible sous certaines hypothèses qui ne seront pas forcément adaptées à toutes les expériences.

**Propriété :** Lors d'une mesure sans variabilité observée, on estime la plus petite plage dans laquelle l'expérimentateur est certain de trouver la valeur recherchée. On note  $\bar{x}$  la valeur centrale de cette plage et  $\Delta$  sa demi-largeur. Autrement dit, l'expérimentateur est certain de trouver la valeur recherchée dans l'intervalle  $[\bar{x} - \Delta, \bar{x} + \Delta]$ . Dans ce cas, le résultat de la mesure est  $\bar{x}$  et  $u(\bar{x}) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$ .

**Remarques :**

- L'intervalle  $\Delta$  doit être pris le plus faible possible selon les critères personnels de l'expérimentateur et selon les conditions de l'expérience. Il ne doit pas y avoir de règle générale.
- Nous verrons plus tard dans l'année pourquoi  $u(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$ .

- Ici, quelle est l'incertitude-type sur la mesure de  $\overline{OA'}$  ? et sur la mesure de  $\overline{OA}$  ?

Si l'on souhaite comparer la valeur de  $\overline{OA'}$  mesurée sur le banc optique à celle calculée via la relation de conjugaison, il faut aussi être capable d'estimer l'incertitude type sur la valeur de  $\overline{OA'}$  calculée théoriquement. Dans la suite, pour plus de clareté, nous noterons  $\overline{OA'_{\text{exp}}}$  la valeur de  $\overline{OA'}$  mesurée sur le banc optique et  $\overline{OA'_{\text{th}}}$  la valeur de  $\overline{OA'}$  calculée à l'aide de la relation de conjugaison. Bien qu'il existe des méthodes théoriques pour calculer l'incertitude-type sur  $\overline{OA'_{\text{th}}}$ , nous la mesurerons à l'aide de l'outil numérique.

L'idée est :

- de générer un très grand nombre ( $N$ ) de tirage aléatoire de  $\overline{OA}$  répartis uniformément dans l'intervalle  $[\overline{OA} - \Delta, \overline{OA} + \Delta]$
- en déduire  $N$  valeurs de  $\overline{OA'_{\text{th}}}$
- de mesurer l'écart-type des résultats

On parle de méthode de Monte-Carlo.

- Compléter le script Python en affectant à la variable  $u\_OA$  l'incertitude type sur la mesure de  $\overline{OA}$ .
- Exécuter le script.
- Relever l'incertitude-type sur  $\overline{OA'_{\text{th}}}$

Pour pouvoir comparer les deux mesures entre elles, il faut un critère quantitatif pour indiquer si ces deux mesures sont considérées comme compatibles ou incompatibles.

**Définition :** L'écart normalisé  $E_N$  entre deux processus de mesure donnant les valeurs  $m_1$  et  $m_2$  et d'incertitudes types  $u(m_1)$  et  $u(m_2)$  est défini par

$$E_N = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{u(m_1)^2 + u(m_2)^2}}$$

Par convention, on qualifie souvent deux résultats de compatibles si leur écart normalisé vérifie la propriété  $E_N \leq 2$ .

**Remarques :** L'écart normalisé s'appelle aussi parfois « z-score ». Ce seuil à 2 est d'origine historique. On le retrouve dans de nombreux champs scientifiques, comme la médecine, la pharmacie, la biologie, la psychologie, l'économie, l'écologie, etc. Ce seuil peut différer selon le domaine : par exemple, pour démontrer l'existence d'une nouvelle particule en physique subatomique, il faut atteindre un seuil de 5.

- Calculer l'écart-normalisée entre  $\overline{OA'_{\text{th}}}$  et  $\overline{OA'_{\text{exp}}}$  et commenter le résultat obtenu.

### 3.c. formation de l'image virtuelle d'un objet réel par une lentille divergente.



On placera la lentille  $L_1$  ( $-3\delta$ ) en  $x = 35$  cm ; on aura donc  $\overline{O_1A} = -20$  cm. Prévoir la position,  $\overline{O_1A_1}$ , de l'image  $\overline{A_1B_1}$ , ainsi que le grandissement  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$ . Vérifier que l'on ne peut pas visualiser cette image droite sur un écran mais qu'il est possible de l'observer à l'œil.

On peut également "simuler la présence d'un œil sur le banc optique"; en effet l'image virtuelle  $\overline{A_1B_1}$  précédente devient un objet réel pour la lentille  $L_2$  convergente modélisant l'œil ; on placera  $L_2 = +8\delta$  en  $x = 41$  cm.

Quelle doit-être la position de l'écran, repérée par  $\overline{O_2A'}$ , pour observer cette image réelle  $\overline{A'B'}$  obtenue grâce à l'œil fictif? Déterminer le second grandissement  $\gamma_2 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}$ , puis le grandissement total  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ .

### 3.d. Profondeur de champ

On place l'objet en  $x = 15$  cm et la lentille ( $+3\delta$ ) en  $x = 95$  cm. On prévoit donc une image nette en  $x = \dots$  cm. Qu'en est-il en réalité ? L'image est-elle nette pour une seule position de l'écran ? Justifier. Reprendre l'expérience précédente en plaçant contre la lentille un diaphragme à iris ; déterminer l'intervalle en  $x$ ,  $\Delta x$ , (on déplacera pour cela l'objet sur le banc optique) donnant une image d'une netteté acceptable pour des ouvertures d'environ 5 mm puis 10 mm du diaphragme. Que peut-on en conclure ?

## III Focométrie

**But et matériel :** vous disposez d'une lentille convergente inconnue ( $+?$  de distance focale image  $f'_C$ ) et d'une lentille divergente ( $-?$ ;  $f'_D$ ) dont on cherche à déterminer les distances focales (on peut les distinguer au touché). Un banc optique, une lanterne munie d'un objet  $P$ , des lentilles marquées (+5 par exemple), un miroir plan ( $M$ ) et un écran sont également à votre disposition.

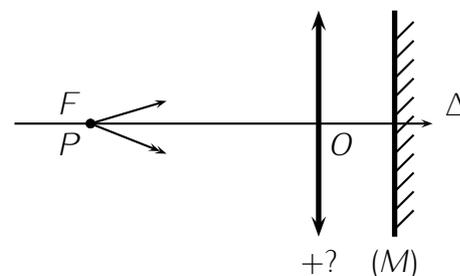
### 1. Méthode d'auto collimation

Complétez la figure ci-contre où  $F$  est le foyer objet de la lentille convergente inconnue.

On remarque que si l'objet  $P$  (plaque trouée) est en  $F$ , son image par le système optique apparaît également sur la plaque (on peut montrer que le grandissement est alors  $-1$ ).

On peut alors mesurer directement  $f'_C = \overline{OF'} = \overline{FO}$  sur le banc optique, c'est la méthode d'autocollimation.

Utilisez cette méthode pour mesurer la distance focale image  $f'_C$  de la lentille convergente.



### 2. Méthode de la boîte de verre

Accolez une lentille divergente de vergence  $V_D$  négative à une lentille convergente de vergence  $V$  connue et suffisamment grande (+5 ou +6 par exemple) pour former une lentille équivalente  $L_{\text{éq}}$  convergente c'est à dire de vergence  $V_{\text{éq}} > 0$ .

On rappelle que dans le cas de lentilles accolées,  $V_{\text{éq}} = V + V_D$

Utilisez la méthode d'autocollimation précédente pour mesurer  $f'_{\text{éq}}$ , en déduire  $V_{\text{éq}}$  puis  $V_D = V_{\text{éq}} - V$  et enfin  $f'_D$ . Aucun calcul d'incertitude n'est demandé.

### 3. À partir de la méthode de conjugaison

La relation de conjugaison des lentilles minces lie la position de l'objet à celle de l'image et la distance focale  $f'_C$  :  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'_C}$ .

À partir du montage précédent, éloigner au maximum l'écran de la lanterne, déplacer la lentille sur le banc pour déterminer les deux positions pour lesquelles on a une image nette.

Approchez l'écran de quelques centimètres et recommencez jusqu'à obtenir une vingtaine de mesures.

Pour déduire  $f'_C$  des valeurs précédentes, on utilisera le script Python déposé sur Hugoprépa.

- Entrer les valeurs de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  dans deux listes.
- Exprimer  $f'$  en fonction de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  et compléter le script afin d'obtenir une liste contenant toutes vos mesures de  $f'$ .
- En déduire la valeur moyenne de  $f'$ .

#### 4. Quelle est la précision de cette dernière mesure ?

Lorsque la variabilité des mesures est accessible, il convient de répéter un grand nombre de fois le processus mesure pour estimer l'incertitude-type sur une unique réalisation de la mesure.

L'expérience n'est plus « mesurer un point à l'aide d'un protocole » mais « mesurer la moyenne de  $N$  points effectués avec le même protocole ».

Après avoir effectué une première série de  $N$  mesures on pourra calculer la valeur moyenne  $\bar{x}$  et l'incertitude-type  $u(x)$ . Si l'on reproduit cette série de  $N$  mesures on trouvera une nouvelle valeur moyenne, proche de la précédente mais différente. Si l'on refait une troisième série de  $N$  mesure on trouvera encore une valeur moyenne différente. Et ainsi de suite pour  $n$  série de  $N$  mesures. La dispersion des  $n$  moyennes sera forcément plus faible que la dispersion d'une unique série de  $N$  mesures. Cependant, on comprend bien que cette opération peut vite être chronophage. Heureusement, il existe une formule mathématique permettant d'estimer l'incertitude-type sur la moyenne.

**Définition :** On réalise  $N$  fois le même protocole pour obtenir l'ensemble des points expérimentaux  $\{x_i\}$ . On note l'incertitude-type  $u(x)$  de cet ensemble de mesures qui est évaluée en calculant son écart-type. Le résultat de l'expérience est

$$\bar{x} \pm u(\bar{x})$$

avec  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  la moyenne de la distribution et avec  $u(\bar{x}) = \frac{u(x)}{\sqrt{N}}$ .

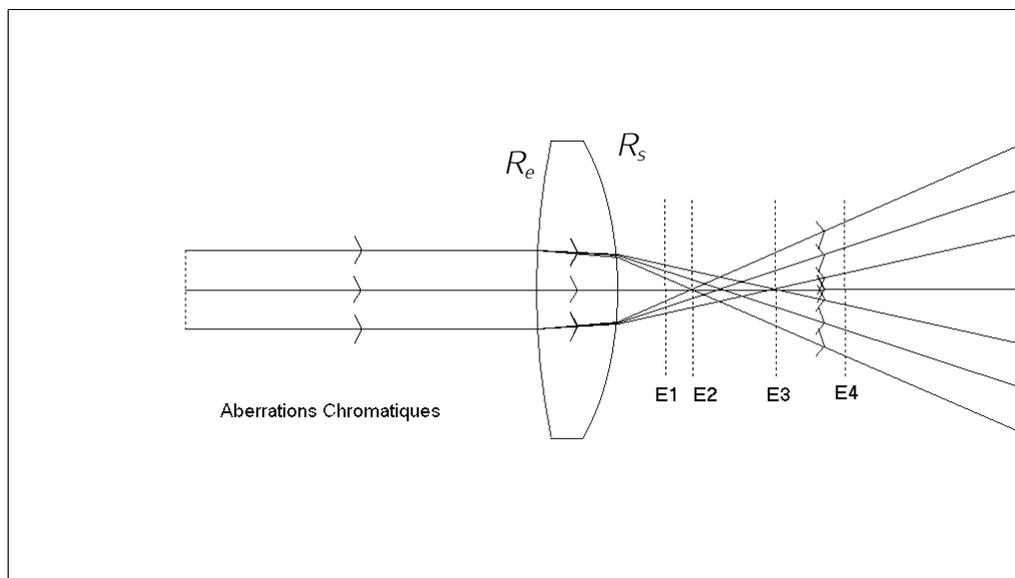
Ainsi, en une série de mesure, on obtient les points expérimentaux, leur incertitude-type, la moyenne de ces points et grâce à cette formule, l'incertitude-type sur la moyenne. On obtient ainsi une estimation plus précise de la grandeur à mesurer en modérant la variabilité de chaque prise de mesure unique.

- Calculer l'écart-type de la distribution de  $f'$ .
- En déduire l'incertitude-type sur la moyenne de  $f'$ .

## IV Aberrations

### 1. Aberrations chromatiques (ou chromatisme)

Simulation :



Au lieu de converger en un point (foyer principal de la lentille), on observe un "foyer bleu" (au niveau de  $E_2$ ) plus proche de la lentille que le "foyer rouge" (au niveau de  $E_3$ ).

**Origine :** l'indice d'un verre dépend de la longueur d'onde ; c'est le phénomène de **dispersion** (on dit que le verre est un milieu dispersif) :  $n(\lambda)$ .

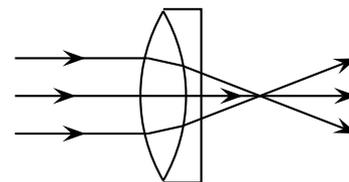
**Mise en évidence expérimentale :** selon la place de l'écran, la tache change de couleur :

- En  $E_1$ , image **bleutée entourée d'un halo rouge**.
- En  $E_3$ , image **rougeâtre entourée d'un halo bleu**.

On peut également incliner l'écran de façon à visualiser les différentes focales.

La distance entre les positions  $E_2$  et  $E_3$  de l'écran sur l'axe de la lentille ( **axe optique** ) forme l'aberration chromatique longitudinale, elle est d'autant plus importante que le verre est **dispersif**.

**Correction :** les achromats sont des systèmes corrigés des aberrations chromatiques : ils sont obtenus en accolant des lentilles en verre de nature différente (crown - flint) de façon à ce que les pouvoirs dispersifs se compensent.



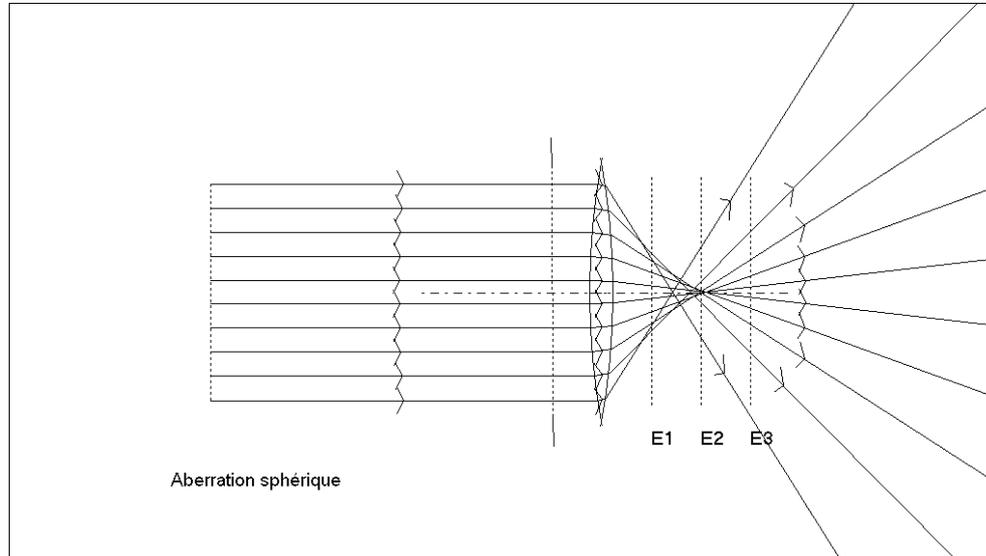
### 2. Aberrations géométriques

Les aberrations géométriques dépendent de la géométrie du système (forme des dioptrés et miroirs qui composent le système optique) et également de la position de l'objet par rapport au système optique (distance à l'axe optique ou étendue de l'objet et ouverture du faisceau qui en est issu).

## 2.a. Aberration de sphéricité

**Origine :** elle est due au fait que les rayons éloignés de l'axe optique sont plus convergents que les rayons plus proches de l'axe optique. Elle apparaît donc lorsque l'ouverture du faisceau est **grande**. C'est la plus importante des aberrations géométriques.

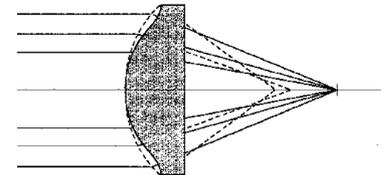
**Simulation :**



**Mise en évidence expérimentale :** on montre, en utilisant une lentille que les rayons lumineux sont tous tangents à une surface appelée caustique (qui n'est pas un cône).

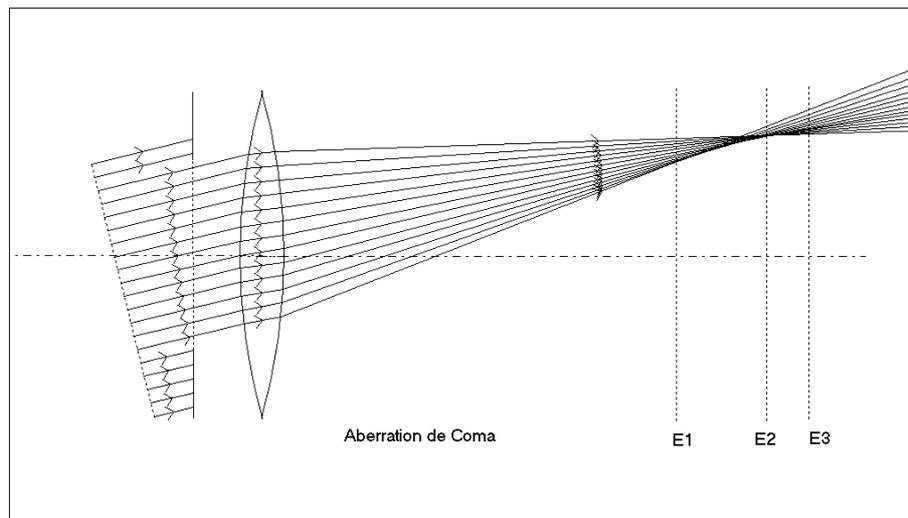
**Correction :** pour limiter l'aberration de sphéricité, il faut :

- réduire l'ouverture du faisceau en **diaphragmant** la lentille mais cela a pour inconvénient de limiter **la luminosité**.
- placer le côté le plus bombé de la lentille du côté des rayons les moins inclinés sur l'axe optique selon la règle des 4P (Plus Plat Plus Près). *Simulation*
- On peut également utiliser une lentille asphérique.



## 2.b. Coma

**Simulation :** si les rayons issus d'une source ponctuelle arrivent trop inclinés par rapport à l'axe optique d'une lentille, l'image quasiponctuelle au départ se déplace et prend la forme d'une queue de comète (d'où le nom de coma).



**Remarque :** les rayons qui passent par le centre de la lentilles ne changent pas (ou peu) de direction.

## Table des matières

### I Matériel, nature des objets et des images, vérification des formules

1. Reconnaissance rapide des lentilles
  - 1.a. Au toucher
2. Par une formation d'image

### II Techniques de projection : alignement et éclairage

1. Alignement des systèmes optiques
2. Éclairage correct d'un objet transparent
3. Mise en œuvre
  - 3.a. formation de l'image réelle d'un objet réel avec une lentille convergente.
  - 3.b. Comment comparer les valeurs expérimentales et théoriques ?
  - 3.c. formation de l'image virtuelle d'un objet réel par une lentille divergente.
  - 3.d. Profondeur de champ

### III Focométrie

1. Méthode d'auto collimation
2. Méthode de la boîte de verre
3. À partir de la méthode de conjugaison
4. Quelle est la précision de cette dernière mesure ?

### IV Aberrations

1. Aberrations chromatiques (ou chromatisme)
2. Aberrations géométriques
  - 2.a. Aberration de sphéricité
  - 2.b. Coma