3.3 Diffusion thermique-Exercice 3

Le combustible d'un réacteur nucléaire se présente sous forme de barres cylindriques de rayon r_1, de très grande longueur L et de conductivité thermique λ_1, à l'intérieur desquelles les réactions nucléaires dégagent une puissance volumique p_v. Chaque barre est entourée d'une couche protectrice sans activité nucléaire, de rayon intérieur r_1, de rayon extérieur r_2 et de conductivité thermique λ_2, dont la surface extérieure est maintenue à la température T_2 par une circulation de liquide.

Données : $r_1 = 6$ mm ; $r_2 = 9$ mm ; $\lambda_1 = 2$ W.m^{-1}.K^{-1} ; $\lambda_2 = 25$ W.m^{-1}.K^{-1} ; $p_v = 2.10^8$ W.m^{-3} ; $T_2 = 500$ K

On s'intéresse à la température T(r) à l'intérieur d'une barre ou de son enveloppe, à la distance r de l'axe, en régime stationnaire. On note $T_1 = T(r_1)$.

a-Exprimer le flux thermique Φ à travers la couche protectrice. Quelle propriété a-t-il en régime stationnaire ? En déduire la résistance thermique de la couche protectrice d'une barre sous la forme $R_{th} = \alpha/L$. Calculer α.

b-Exprimer T_1 en fonction de T_2, p_v, r_1 et α.

c-En faisant un bilan énergétique pour un cylindre de rayon $r < r_1$, établir l'équation différentielle vérifiée par la température T(r) dans la barre combustible. Déterminer T(r) puis en déduire la température au centre T(0) en fonction de T_2, p_v, r_1 λ_1 et α. Calculer numériquement T(0).

---

a-Flux thermique à travers le cylindre de rayon r ($r_1 < r < r_2$) d'axe Oz, de hauteur L : $\boxed{\Phi = 2\pi r L . j_Q(r)}$

En régime stationnaire et en l'absence de source interne dans la couche protectrice, ce flux se conserve : <u>il est indépendant de r</u>

Loi de Fourier dans la couche : $j_Q(r) = -\lambda_2 \dfrac{dT}{dr}$ d'où : $\dfrac{dT}{dr} = -\dfrac{\Phi}{2\pi\lambda_2 L r}$

On intègre de r_1 à r_2 : $T_2 - T_1 = -\dfrac{\Phi}{2\pi\lambda_2 L} \mathrm{Ln}\dfrac{r_2}{r_1}$ D'où : $\boxed{R_{th} = \dfrac{T_1 - T_2}{\Phi} = \dfrac{\mathrm{Ln}(\frac{r_2}{r_1})}{2\pi\lambda_2 L} = \dfrac{\alpha}{L}}$

A.N : <u>$\alpha = 2{,}6.10^{-3}$ W^{-1}.K.m</u>

b-Le flux Φ évacué à travers la couche protectrice est égal, en régime stationnaire, à la puissance produite dans la barre par les réactions nucléaires : $\Phi = p_v.\pi r_1^2 L$

Donc : $T_1 - T_2 = R_{th}\Phi = \dfrac{\alpha}{L} p_v \pi r_1^2 L$ d'où : $\boxed{T_1 = T_2 + \pi r_1^2 \alpha p_v}$ A.N : <u>$T_1 = 558$ K</u>

c-En régime stationnaire, la puissance produite dans le volume du cylindre par les réactions nucléaires est égale à la puissance évacuée à travers la surface latérale de ce cylindre : $p_v \pi r^2 L = j_Q(r).2\pi r L = -\lambda_1 \dfrac{dT}{dr} 2\pi r L$

On a donc : $\boxed{\dfrac{dT}{dr} = -\dfrac{p_v r}{2\lambda_1}}$

En intégrant : $\boxed{T(r) = T_1 + \dfrac{p_v}{4\lambda_1}(r_1^2 - r^2)}$

Puis : $T(0) = T_2 + \alpha p_v \pi r_1^2 + \dfrac{p_v}{4\lambda_1} r_1^2$ A.N : <u>$T(0) = 1458$ K</u>
