

**Attention :**

- Justifiez tous vos résultats, commentez les applications numériques si cela vous semble pertinent.
- Tout résultat non justifié sera systématiquement considéré comme faux.
- Soignez la présentation : faites de belles figures, encadrez les résultats, aérez votre copie.
- Les résultats non homogènes seront sanctionnés.

## ÉTUDE D'UNE PAIRE DE JUMELLES

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau 1, dont certaines seront explicitées plus loin si nécessaire.

Grossissement	x7	Diamètre objectif	50 mm
Angle de visée	$7,3^\circ$	Champ de vision	127 m à 1 000 m
Distance minimale de mise au point	10,6 m	Pupille de sortie	7,14 mm
Dégagement oculaire	12 mm	Longueur	$L=185$ mm

Tableau 1 – Extraits de données constructeur relatives à la paire de jumelles

Démontée (voir figure 1a), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.

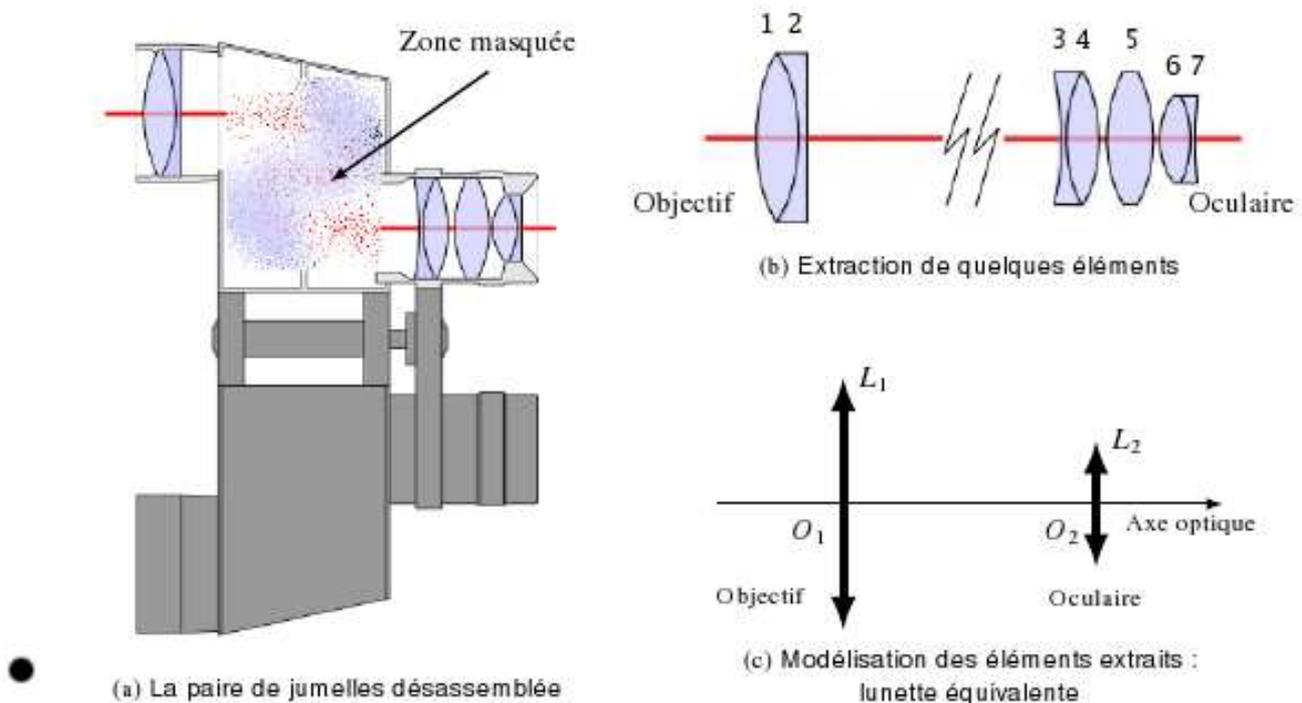


FIGURE I – La paire de jumelles et sa modélisation

On s'intéresse, en premier lieu, aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure 1b) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure 1c. On note  $f_1'$  et  $O_1$  (respectivement  $f_2'$  et  $O_2$ ) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

Notre but est de déduire des données constructeur figurant dans le tableau 1, les ordres de grandeur des caractéristiques optiques de ce système. Dans tout le problème, on suppose que  $f_2' = u$  et  $f_1' = 7f_2' = 7u$  où  $u$  est une longueur de référence à déterminer, et que le diamètre de l'objectif est le double de celui de l'oculaire.

Différents modèles seront proposés et permettront de déterminer trois valeurs différentes de  $u$ .

## A. Encombrement de la lunette équivalente

1. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.
- Q1 Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un œil humain ?
2. On appelle longueur ou encombrement de la lunette équivalente la grandeur  $L = \overline{O_1O_2}$  entre les centres optiques des deux lentilles (voir figure 1c).  
En déduire  $L$  en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ .
- Q2 Pour quelle valeur  $u_1$  de  $u$  y a-t-il accord avec les données constructeur ?
3. Représenter sur la feuille de papier millimétré fournie en annexe, à l'échelle 1, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire ; on prendra, pour simplifier la construction,  $u = 1$  cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations des angles et axes précisées. Dessiner le trajet d'un rayon lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle orienté  $\alpha$  par rapport à l'axe optique. On notera  $\alpha'$  l'angle orienté, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergeant de l'oculaire.
- Q3
4. Établir, à l'aide de cette représentation, l'expression algébrique du grossissement, noté  $G$ , en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ . Évaluer numériquement  $G$  et commenter son signe.
- Q4

## B. Le cercle oculaire

Le cercle oculaire délimite une surface particulière située dans un plan transverse de l'espace image. Il s'agit de l'image par l'oculaire de la monture de l'objectif. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.

- Q5 1. Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil au niveau du cercle oculaire ?
2. On note  $C$  la position du cercle oculaire sur l'axe optique.
- Q6 Déterminer littéralement, en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ , la grandeur  $\overline{O_2C}$ .
3. Le constructeur appelle dégagement oculaire ou relief de l'œil ( $RO$ ), « la distance entre l'œil et la première lentille » (voir figure 2a). On a donc  $RO = \overline{O_2C}$ .
- Q7 En déduire la valeur  $u_2$  de  $u$  (différente de  $u_1$ ) que cette approche permet d'obtenir. Pourquoi certains observateurs doivent-ils replier l'œil (voir figure 2b) ?
4. On note  $D$  le diamètre de l'objectif et  $d$  celui du cercle oculaire.  
Déterminer  $d$ , d'abord littéralement en fonction de  $f'_1$ ,  $f'_2$  et  $D$ , puis numériquement à l'aide des données du tableau 1.
- Q8
5. Le constructeur précise que « le diamètre du cercle oculaire peut être obtenu en divisant le diamètre de l'objectif par le grossissement ».  
En déduire la valeur constructeur correspondante et vérifier sa compatibilité avec le calcul précédent.
- Q9
6. Si elle existe, préciser quelle caractéristique de l'œil humain pourrait intervenir dans les choix effectués par le constructeur pour fixer la taille du cercle oculaire.
- Q10 S'agit-il d'une paire de jumelles destinée à être utilisée par grande ou faible luminosité ? Justifier.

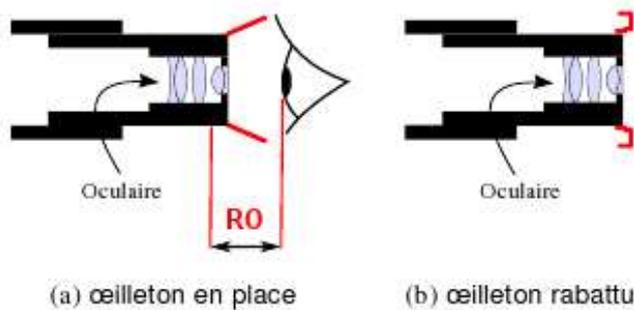


FIGURE 2 – Utilisation d'un œilleton

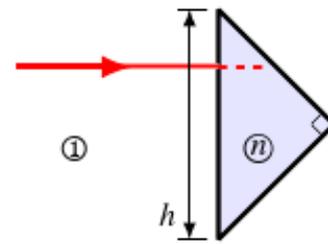


FIGURE 3 – Trajet d'un rayon lumineux à travers un prisme

### C. Étude du dispositif redresseur à prismes

#### 1. Rôle du dispositif redresseur

On insère un dispositif redresseur, appelé véhicule, entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes. Nous allons nous intéresser à un système à prismes, celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIXe siècle.

Q11 (a) Que verrait-on à travers la lunette équivalente précédente si on l'utilisait sans dispositif redresseur ?

La lunette de Galilée ne contient que deux lentilles et est adaptée à l'observation des objets terrestres. Expliquer en quoi elle diffère de notre lunette équivalente.

(b) Sur le schéma ci-dessus (voir figure 3), un rayon lumineux monochromatique arrive sous incidence normale sur l'hypoténuse du triangle isocèle rectangle, trace du prisme dans son plan de section principal. Toutes les faces de celui-ci sont parfaitement transparentes. L'indice du prisme est supérieur à celui du milieu extérieur.

Q12 Tracer qualitativement le parcours du rayon lumineux incident proposé sur la figure 3 s'il est réfracté à la traversée des faces du prisme. Sur le même schéma, représenter le trajet complet de ce rayon lumineux qui, une fois entré dans le prisme, est réfléchi sur les faces du prisme.

Q13 (c) Dans le cas de la réflexion totale, démontrer que la distance géométrique parcourue par le rayon lumineux dans le prisme vaut  $h$ , longueur de l'hypoténuse.

(d) L'indice du gaz dans lequel baigne le prisme est égale à 1,00.

Q14 Calculer la valeur limite de l'indice  $n$  du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage de la figure 3.

(e) Certaines paires de jumelles sont remplies de diazote gazeux en légère surpression par rapport à l'atmosphère.

Q15 Pourquoi du diazote ? Pourquoi en surpression ?

(f) Une paire de jumelles contient, dans chaque tube, deux prismes identiques à celui que nous venons de décrire (voir figure 3). Nous supposons ici que l'agencement des prismes ne sert qu'à réduire l'écartement entre les axes optiques des tubes et celui des yeux.

Q16 En vous inspirant de la figure 1a, où la zone contenant les prismes a été masquée, proposer un agencement plan des prismes (qui seront accolés) et des lentilles, permettant d'assurer cette réduction d'écartement.

En réalité, la disposition des prismes n'est pas plane ce qui permet de redresser les images dans une paire de jumelles.

#### 2. Calcul du nouvel encombrement

La présence des prismes allonge le chemin effectivement suivi par la lumière. Nous allons déterminer cette longueur optique ou encombrement et obtenir une nouvelle valeur  $u_3$  de  $u$ .

- (a) On s'intéresse au parcours d'un rayon lumineux monochromatique peu incliné dans une lame de verre à faces parallèles de même indice que le prisme. Le milieu extérieur est assimilé au vide.

Reproduire le schéma de la figure 4 sur votre copie et compléter le parcours du rayon lumineux jusqu'à le faire émerger de la lame de verre. Représenter un second rayon lumineux issu du point source  $A$ . En déduire graphiquement la position du point  $A'$ , image finale du point  $A$  à travers la lame.

Q17

- (b) On rappelle que la relation de conjugaison en position du dioptré plan séparant un milieu d'indice 1 d'un milieu d'indice  $n$  s'écrit

$$\frac{\overline{HA}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$$

où  $A_1$  est le point image du point objet  $A$  à travers le dioptré plan, et  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur le dioptré.

Écrire la relation de conjugaison liant les points  $A_1$ ,  $A'$  et  $H'$  dont la position est précisée sur la figure 4. Exprimer la distance  $\overline{HH'}$  en fonction de  $\overline{AA'}$  et mettre cette relation sous la forme  $\overline{HH'} = k_0 \cdot \overline{AA'}$ , la constante  $k_0$  ne dépendant que de l'indice  $n$ .

Q18

- (c) En présence des deux prismes, la longueur optique vaut  $L = 8u_3 + l$  où  $l$  correspond à la valeur de la grandeur  $\overline{AA'}$  de la question précédente obtenue pour une épaisseur de lame de verre égale à  $2h$ .

Q19 Exprimer littéralement  $u_3$  en fonction de  $L$ ,  $h$  et  $n$ .

Sachant que  $L = 235$  mm et que les caractéristiques des prismes sont telles que  $h = 25,0$  mm et  $n = 1,67$ , en déduire la valeur numérique  $u_3$  de  $u$ , différente de  $u_1$  et  $u_2$ .

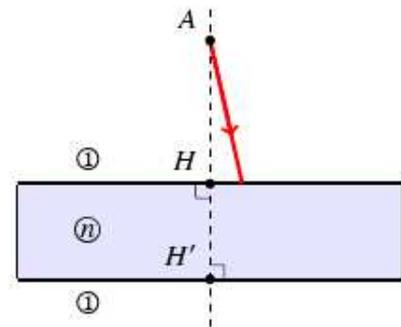


FIGURE 4 – Trajet d'un rayon lumineux incident

## D. Pertinence des modèles

Les modèles proposés ne convergent pas vers une unique valeur de  $u$ . En observant l'association des Q20 lentilles (3; 4; 5; 6; 7), identifier la faiblesse de la modélisation utilisée.

## SURCHAUFFE ?

1. Une résistance  $R$  est soumise à une tension  $U$ , on note  $I$  l'intensité du courant qui la traverse alors en convention récepteur. Déterminer l'expression de  $P$  la puissance reçue (puis dissipée par effet Joule) par la résistance en fonction de  $R$  et  $U$  uniquement.
2. Un expérimentateur a câblé le montage dessiné figure 1 ci-dessous  
Au point commun des trois résistances apparaît un potentiel  $V$  défini par rapport à la masse.

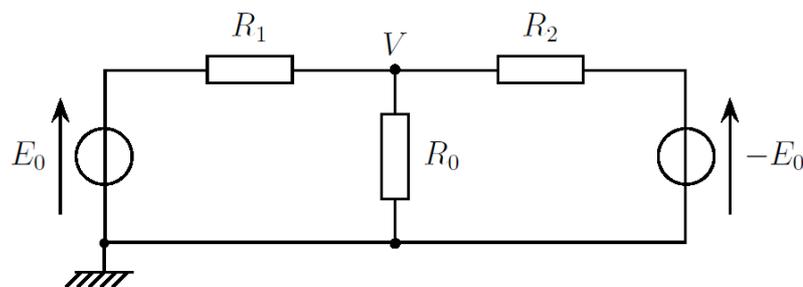


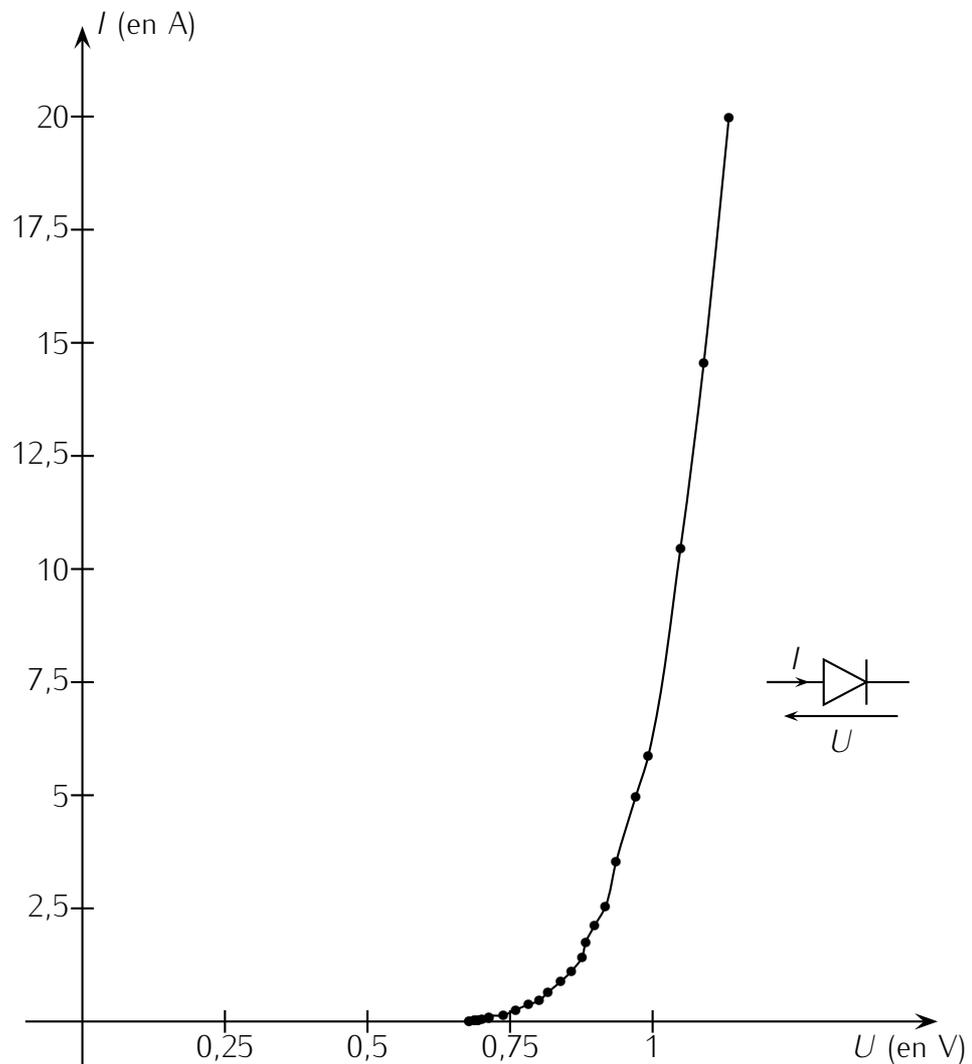
FIGURE 1 – Réseau électrique

- Q22 (a) Exprimer la tension aux bornes de chaque résistance en fonction de  $E_0$  et  $V$ .
- Q23 (b) Exprimer, en fonction de  $E_0$ ,  $V$ ,  $R_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$  la puissance Joule dissipée par le réseau en entier.
- Q24 (c) Quelle relation le potentiel  $V$  devrait-il respecter pour que cette puissance soit minimale ?
3. (a) En utilisant les relations constitutives des dipôles et la définition de la tension électrique, exprimer l'intensité du courant circulant dans chacune des trois branches en fonction de  $E_0$ ,  $V$ ,  $R_0$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .
- Q25
- Q26 (b) Appliquer la loi des nœuds.
- Q27 (c) En déduire le potentiel  $V$  en fonction des données de l'énoncé.
- Q28 4. Comparer les relations obtenues aux questions 2.(b) et 3. Commenter.
5. Les résistances,  $R_0 = 10 \Omega$ ,  $R_1 = 680 \Omega$  et  $R_2 = 56 \Omega$  sont choisies dans un lot standard ne pouvant supporter une dissipation supérieure au demi Watt.
- Q29 Sachant que  $E_0 = 15 \text{ V}$ , déterminer s'il existe un risque de surchauffe pour l'une des résistances.

On se propose maintenant d'illustrer la notion de résistance de protection pour un montage à diode.

- Q30 6. Tracer la caractéristique intensité-tension d'un générateur réel (modèle linéaire).
7. Expliquer la notion de point de fonctionnement et la méthode pour la trouver graphiquement à partir des caractéristiques en prenant l'exemple d'un circuit contenant un générateur réel et un résistor.
- Q31

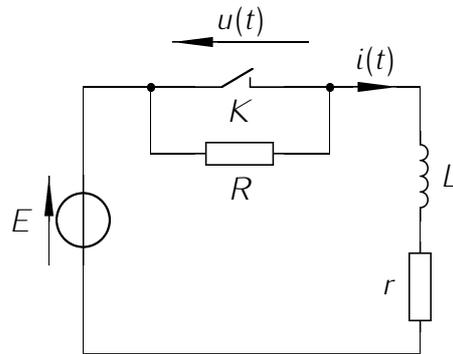
La documentation pour la diode BY251 indique que le courant maximal que peut supporter la diode est :  $I_{max} = 3\text{ A}$ . Elle donne aussi la caractéristique intensité tension suivante :



- Q32 8. Si l'on branche aux bornes de la diode un générateur idéal de tension de force électromotrice  $E = 1,1\text{ V}$ , quel sera le courant parcourant la diode ? Y-a-t-il un problème ?
- Q33 9. Parmi les générateurs réels de force électromotrice  $E = 1,1\text{ V}$  permettant de ne pas détruire la diode, tracer la caractéristique de celui qui a la plus petite résistance interne (vous devez utiliser le sujet pour faire la mesure, mais il faut reproduire qualitativement le schéma sur votre copie pour expliquer la démarche) ?
- Q34 10. En déduire la valeur de la résistance à ajouter en série avec la diode pour la « protéger » d'un générateur de force électromotrice  $1,1\text{ V}$  et de résistance interne nulle ou inconnue.
- Q35 11. Comment pensez vous que les points pour des intensités supérieures à  $3\text{ A}$  ont été obtenus ? (La caractéristique présente dans la documentation allait jusqu'à  $100\text{ A}$ , mais aucune diode n'a été maltraitée lors de la conception de ce sujet)

**ÉTINCELLE DE RUPTURE**

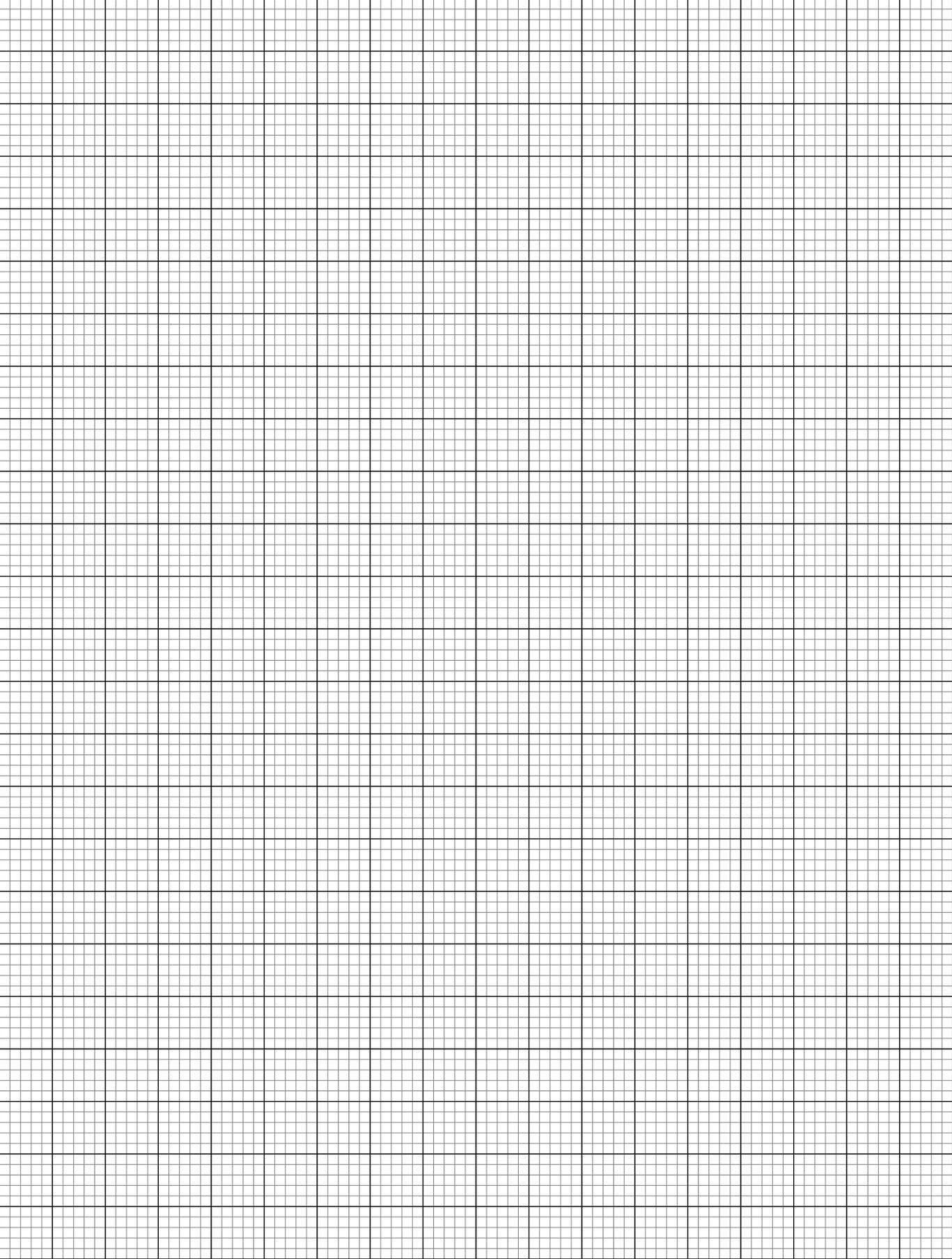
Soit le circuit représenté ci-dessous.



- Q36 1. Quelle est la valeur de l'intensité  $i(0)$  du courant dans le circuit à l'instant  $t = 0$  sachant que le courant est établi depuis longtemps et  $K$  fermé ?
- Q37 2. On ouvre  $K$  à  $t = 0$ . Déterminer  $i(t)$  pour  $t \geq 0$ .
- Q38 3. Tracer son allure.
- Q39 4. Déterminer  $u(t)$  et tracer son allure.
- Q40 5. Que se passe-t-il si  $R$  devient très grande ?

Nom :

À RENDRE AVEC VOTRE COPIE



# ÉTUDE D'UNE PAIRE DE JUMELLES

Capes Externe 2010

## A. Encombrement de la lunette équivalente

1. Un système est afocal si ses foyers principaux sont rejetés à l'infini.

L'image d'un objet situé à l'infini est alors elle-même à l'infini et un l'œil emmétrope pourra la voir nette sans accommoder.

Q1

2. Pour que le système des deux lentilles (la lunette équivalente) soit afocale, il faut et il suffit que le foyer principal image  $F'_1$  de l'objectif soit confondu avec le foyer principal objet  $F_2$  de l'oculaire.

On a alors  $A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$

On peut alors décomposer  $L = \overline{O_1 O_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F_2 O_2} = f'_1 - \overline{O_2 F_2} = f'_1 - f_2$  soit finalement  $L = f'_1 + f'_2$ .

Comme on a posé  $f'_1 = 7u$  et  $f'_2 = u$ , on en déduit  $L = 8u$  et dans le tableau on donne  $L = 185$  mm soit  $u = u_1 = \frac{L}{8} \simeq 23,1$  mm.

Q2

3. Sur le schéma en annexe, on positionne les deux lentilles sur l'axe optique  $\Delta$  (orienté) à  $\overline{O_1 O_2} = 8u = 8$  cm l'une de l'autre. Les foyers principaux sont également représentés.

On trace un rayon (orienté) arrivant sur  $O_1$  avec un angle  $\alpha$  (orienté et négatif) par rapport à  $\Delta$ . Il passe en  $B_1$  dans le plan focal objet de  $L_2$ . De  $B_1$  on trace un rayon de construction qui passe par  $O_2$  et qui définit ainsi l'angle  $\alpha'$  (orienté et positif). Tous les rayons arrivant selon la direction  $\alpha$  convergent en  $B_1$  puis ressortent parallèles, sous un angle  $\alpha'$ .

Q3

4. Dans les triangles rectangles  $O_1 B_1 F_2$  et  $F_2 B_1 O_2$  de côté commun  $A_1 B_1$  et en se plaçant dans les conditions de Gauss,

$$\tan \alpha = -\frac{\overline{B_1 A_1}}{\overline{O_1 F'_1}} \simeq \alpha < 0 \text{ et } \tan \alpha' = \frac{\overline{B_1 A_1}}{\overline{F_2 O_2}} \simeq \alpha' \Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{B_1 A_1}}{\overline{O_2 F'_2}} \cdot \frac{-\overline{O_1 F'_1}}{\overline{B_1 A_1}} \Rightarrow \boxed{G = -\frac{f'_1}{f'_2}}$$

L'application numérique donne  $G = -\frac{7u}{u} = -7$  on trouve bien la valeur indiquée dans le tableau 1 mais au signe près. La lunette doit être munie d'un système redresseur d'image, contrairement à la lunette considérée ici.

Q4

## B. Le cercle oculaire

1. On place son œil au niveau du cercle oculaire car toute la lumière qui traverse le système passe à cet endroit. L'image perçue y est donc plus lumineuse.

Q5

2. Par définition du cercle oculaire,  $C$  est l'image de  $O_1$  par la lentille  $L_2$  et en appliquant la relation de conjugaison de Descartes, on obtient :

Q6

$$\frac{1}{\overline{O_2 C}} - \frac{1}{\overline{O_2 O_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2 C} = \frac{\overline{O_2 O_1} \cdot f'_2}{\overline{O_2 O_1} + f'_2} = \frac{-(f'_1 + f'_2)f'_2}{-f'_1 - f'_2 + f'_2} \Rightarrow \boxed{\overline{O_2 C} = f'_2 \left( 1 + \frac{f'_2}{f'_1} \right)}$$

3. Le dégagement oculaire ( $RO$ ) correspond ici à  $O_2C$ . On en déduit alors

$$\overline{O_2C} = f'_2 \left( 1 + \frac{f'_2}{f'_1} \right) \Rightarrow (RO) = u \left( 1 + \frac{u}{7u} \right) \Rightarrow \boxed{u = u_2 = \frac{7}{8}(RO) \simeq 10,5 \text{ mm}}$$

Q7

Un observateur dont l'œil n'est pas emmétrope repliera l'ocillon pour pouvoir placer son œil suffisamment proche de l'oculaire.

4. On se souvient que le cercle oculaire, de diamètre  $d$ , est l'image de la lentille  $L_1$  de diamètre  $D$  par  $L_2$ . En appliquant la formule du grandissement :

Q8

$$\gamma = \frac{\overline{O_2C}}{\overline{O_2O_1}} = \frac{f'_2}{\overline{O_2O_1} + f'_2} = -\frac{f'_2}{f'_1} \quad \text{et} \quad \boxed{d = |\gamma| \cdot D = \frac{f'_2}{f'_1} D = \frac{D}{7} \simeq 7,1 \text{ mm}}$$

Q9

5. Le grossissement indiqué par le constructeur étant de 7, on retrouve bien  $d = \frac{D}{7}$ , on obtient donc des résultats identiques.

6. Pour que toute la lumière parvienne sur la rétine, le constructeur doit s'arranger pour que le diamètre du cercle oculaire soit inférieur ou égale à celui de la pupille de l'œil, même dilatée au maximum. Cette dernière a un diamètre maximum d'environ 8 mm, cela signifie que cette paire de jumelles est destinée à être utilisée faible luminosité.

Q10

### C. Étude du dispositif redresseur à prismes

1. Rôle du dispositif redresseur

Q11

(a) Comme le grossissement  $G$  est négatif sans dispositif redresseur, l'observateur verra les images inversées.

Dans la lunette de Galilée, la seconde lentille (l'oculaire) est divergente ( $f'_2 < 0$ ) alors que l'objectif reste constitué d'une lentille convergente ( $f'_1 > 0$ ) d'où un grossissement  $G = -\frac{f'_1}{f'_2} > 0$ . Elle est donc plus adaptée à l'observation terrestre.

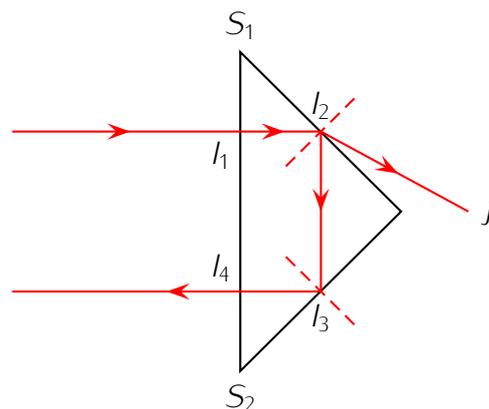
Q12

(b) Tracés de rayons dans le prisme :

Le rayon lumineux arrive sous incidence normale en  $I_1$ , il est donc réfracté sans être dévié.

Il arrive ensuite en  $I_2$  sur le dioptre verre → air sous une incidence de  $i = \frac{\pi}{4}$ .

Il peut alors être soit réfracté en s'éloignant de la normale (rayon  $I_2J$ ) soit réfléchi.



D'après les lois de Snell Descartes, il restera de toute façon dans le plan de la figure.

Le rayon réfléchi arrive ensuite en  $I_3$  sous la même incidence  $\frac{\pi}{4}$ , se réfléchit donc comme en  $I_2$  sort enfin du prisme sans être dévié en  $I_4$ .

(c) La distance  $h$  est égale à  $h = S_1S_2 = S_1I_1 + I_1I_4 + I_4S_2$  or le trajet suivi par le rayon est  $I_1I_2 + I_2I_3 + I_3I_4$  avec  $S_1I_1 = I_1I_2$  et  $I_3I_4 = S_2I_4$  car les triangles  $(S_1I_1I_2)$  et  $(I_4I_3S_2)$  sont isocèles.

Q13

On a donc bien  $h = d$  le trajet parcouru par la lumière dans le prisme.

(d) Pour observer une réflexion totale dans le prisme, il faut et il suffit qu'elle se produise en  $l_2$ . Le cas limite correspond à une réfraction rasante sous  $r = \frac{\pi}{2}$  avec  $n \sin i = n_{\text{air}} \sin r = 1$ . Il faut donc que  $n \sin i = 1$  avec  $i = \frac{\pi}{4}$  soit  $n \frac{\sqrt{2}}{2} > 1 \Rightarrow n = \sqrt{2} \simeq 1,41$ .

Q14

(e) On utilise du diazote parce qu'il s'agit d'un gaz inerte qui ne va donc pas oxyder les dioptrés et en surpression pour que l'oxygène de l'air ne puisse pas pénétrer dans la paire de jumelles.

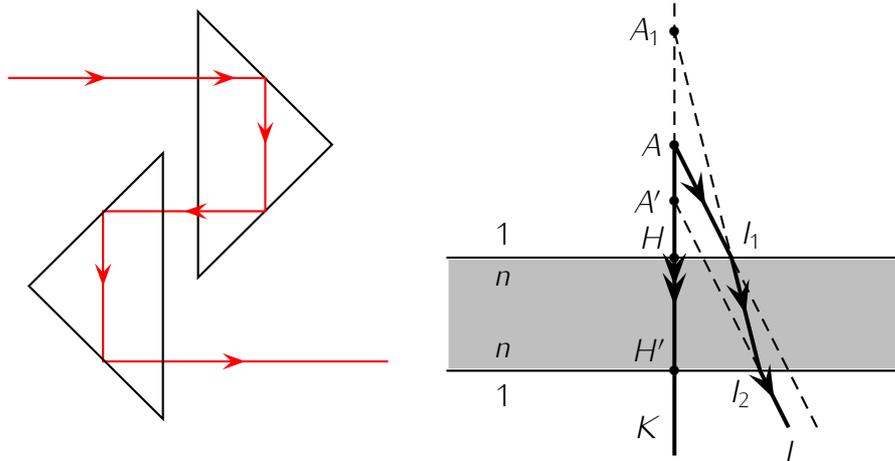
Q15

Q16

(f) On peut imaginer l'agencement représenté ci-dessous à gauche.

2. Calcul du nouvel encombrement

(a) Image de  $A$  par une lame à faces parallèles



Le point  $A'$  est l'image de  $A$  à travers la lame à face parallèle c'est dire après traversée des deux dioptrés.

Ce point (on considère qu'il y a stigmatisme) est à l'intersection de deux rayons issus de  $A_1$  : le rayon  $AHH'K$  normal aux dioptrés et  $l_2J$ .

Q17

(b) Relations de conjugaison. En reprenant la relation donnée par l'énoncé, comme  $A_1$  est l'image

de  $A$  par le dioptre  $1 \rightarrow n$  où se situe  $H$  :  $A \xrightarrow{H, 1 \rightarrow n} A_1 \Rightarrow \overline{HA_1} = n \cdot \overline{HA}$  et par analogie, comme  $A'$  est l'image de  $A_1$  par le dioptre  $n \rightarrow 1$  où se situe  $H'$  :  $A_1 \xrightarrow{H', n \rightarrow 1} A'$

Q18

$\Rightarrow n \overline{H'A'} = \overline{H'A_1} \Rightarrow \overline{H'A'} = \frac{1}{n} \overline{H'A_1}$  (relation homogène et cohérente). On peut ensuite décomposer

$$\begin{aligned} \overline{HH'} &= \overline{HA} + \overline{AA'} + \overline{A'H'} = \frac{\overline{HA_1}}{n} + \overline{AA'} + \frac{\overline{A_1H'}}{n} = \frac{\overline{HA_1} + \overline{A_1H'}}{n} + \overline{AA'} = \frac{\overline{HH'}}{n} + \overline{AA'} \\ \Rightarrow \overline{HH'} \left(1 - \frac{1}{n}\right) &= \overline{AA'} \Rightarrow \overline{HH'} = \frac{n}{n-1} \overline{AA'} = k_0 \cdot \overline{AA'} \end{aligned}$$

(c) L'énoncé donne  $L = 8u_3 + l$  avec  $l = \overline{AA'} = \frac{\overline{HH'}}{k_0}$  où  $k_0 = \frac{n}{n-1}$  et  $\overline{HH'} = 2h$  soit  $L =$

$$8u_3 + \frac{2h(n-1)}{n} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{8} \left( L - \frac{2(n-1)h}{n} \right)$$

Pour  $L = 235$  mm,  $h = 25,0$  mm et  $n = 1,67$ , l'application numérique donne  $u_3 \simeq 26,9$  mm.

Q19

## D. Pertinence des modèles

On a considéré que l'ensemble des lentilles (3; 4; 5; 6; 7) est équivalent à une lentille mince  $L_2$ , c'est Q20 certainement là qu'on a commis l'approximation la plus grossière lors de la modélisation.

### SURCHAUFFE ?

1. Par application de la loi d'Ohm, en convention récepteur,

Q21  $U = RI \iff I = \frac{U}{R}$  et par définition de la puissance,  $P = U.I = \frac{U^2}{R}$

*Puissance reçue positive  $\Rightarrow$  effectivement reçue*

2. On peut représenter les potentiels et leurs différences (tensions) sur le montage :

*Pensez à utiliser le résultat de la question précédente*

(a) La puissance Joule dissipée par le réseau en entier est la somme des puissances dissipées par chaque résistor :

$$P = P_1 + P_2 + P_0 = \frac{U_1^2}{R_1} + \frac{U_0^2}{R_0} + \frac{U_2^2}{R_2}$$

et par lecture directe sur le montage,  $U_1 = E_0 - V$ ,  $U_0 = V - 0$  et  $U_2 = V - (-E_0) = V + E_0$  d'où l'expression

*Revoir la notion de tension = différence de potentiels si nécessaire*

Q22 
$$P = \frac{(E_0 - V)^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_0} + \frac{(E_0 + V)^2}{R_2}$$

Q23 (b) La fonction  $P(V)$  atteint un extremum (minimum ici, d'après l'énoncé) quand

*Calcul très classique de recherche d'un extremum*

$$\frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow \frac{-2(E_0 - V)}{R_1} + \frac{2V}{R_0} + \frac{2(E_0 + V)}{R_2} = 0 \Rightarrow V = \frac{\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_0}{R_2}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Q24 3. (a) On a d'après les relations constitutives des dipôles :  $I_0 = \frac{V}{R_0}$ ;  $I_1 = \frac{E_0 - V}{R_0}$ ;  $I_2 = \frac{V + E_0}{R_0}$

(b) La loi des nœuds donne :

$$I_0 + I_1 + I_2 = 0$$

Q25

(c) On remplace les expressions des intensités :

Q27 
$$\frac{0 - V + E_0}{R_1} + \frac{0 - V}{R_0} + \frac{0 - V - E_0}{R_2} = 0 \Rightarrow \frac{V - E_0}{R_1} + \frac{V}{R_0} + \frac{V + E_0}{R_2} = 0x$$

Q26

4. Isolons  $V$  à partir de la loi des nœuds en termes de potentiels :

$$V = \frac{\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_0}{R_2}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Q28

On obtient la **même expression de  $V$** , cela signifie que le circuit atteint un état d'équilibre tel que la puissance dissipée soit minimale.

5. L'expression calculée au 4. nous permet de calculer  $V = \frac{E_0(R_0 R_2 - R_0 R_1)}{R_1 R_2 + R_0 R_2 + R_0 R_1} \simeq -2,06 \text{ V}$

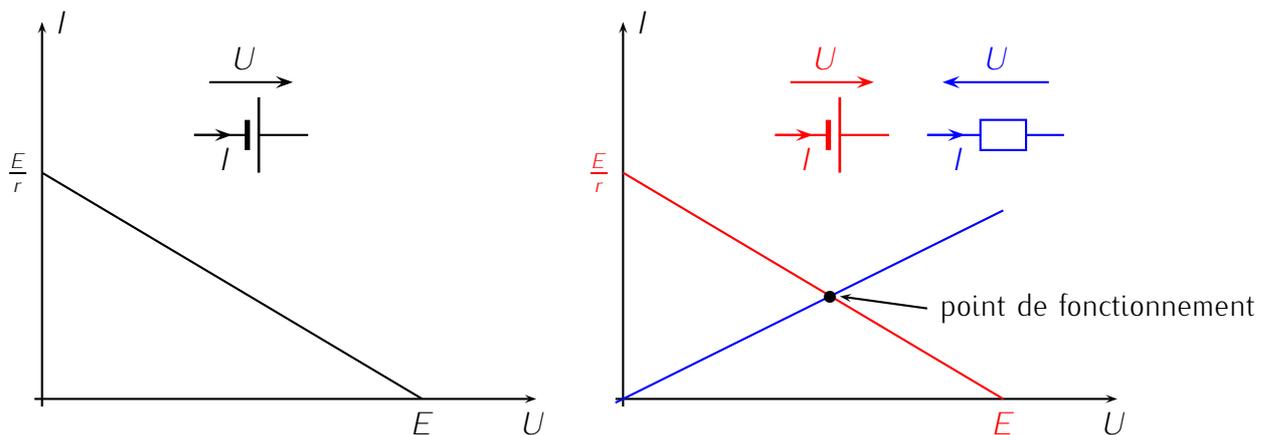
On en déduit ensuite successivement

- $P_1 = \frac{(E_0 - V)^2}{R_1} \simeq \frac{13^2}{680} \simeq 0,25 \text{ W} < P_{\max} = 0,5 \text{ W}$ , **pas de risque pour le résistor  $R_1$** .
- $P_2 = \frac{(E_0 + V)^2}{R_2} \simeq \frac{17^2}{56} \simeq 5,2 \text{ W} \gg P_{\max}$ , **le résistor  $R_2$  va griller!**
- $P_0 = \frac{V^2}{R_0} \simeq \frac{2^2}{10} \simeq 0,4 \text{ W} < P_{\max}$ , **pas de risque pour le résistor  $R_0$** .

Q29

Q30

6. Le modèle linéaire pour un générateur réel est une droite de pente  $-1/r$  :  $U = E - rI \Rightarrow I = \frac{E - U}{r}$   
Il ne faut pas oublier d'indiquer le schéma électrique correspondant pour montrer la convention utilisée

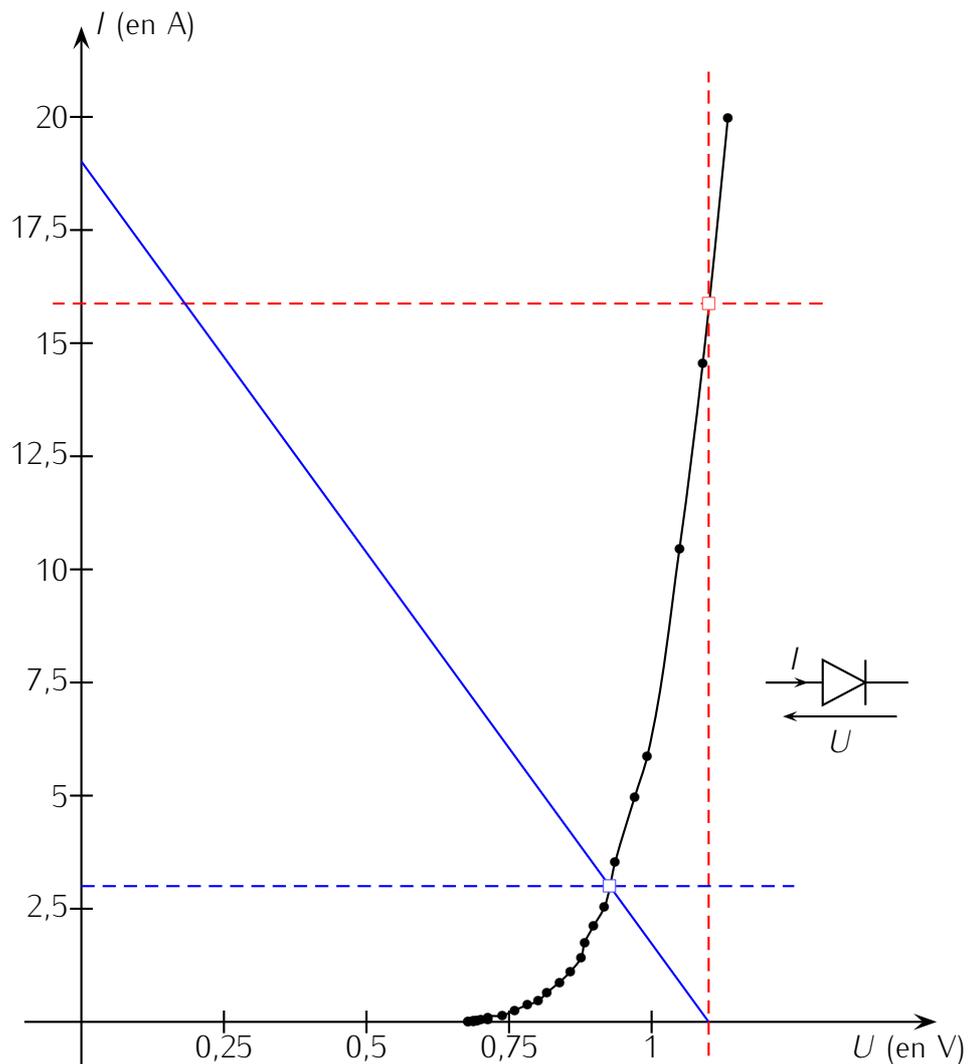


7. Un point de fonctionnement d'un circuit dans le cas de deux dipôles branchés l'un sur l'autre est un couple  $(I, U)$  de valeurs possibles pour l'intensité et la tension compte tenu des dipôles branchés. Si l'on dispose de deux dipôles de relation constitutives  $i = f(u)$  (convention générateur) et  $i = g(u)$  (convention récepteur), alors l'intensité à travers les dipôles et la tension à leurs bornes sont les mêmes et les points de fonctionnement sont les couples  $(I, U)$  solution du système d'équation

$$\begin{cases} I = f(U) \\ I = g(U) \end{cases}$$

Q31

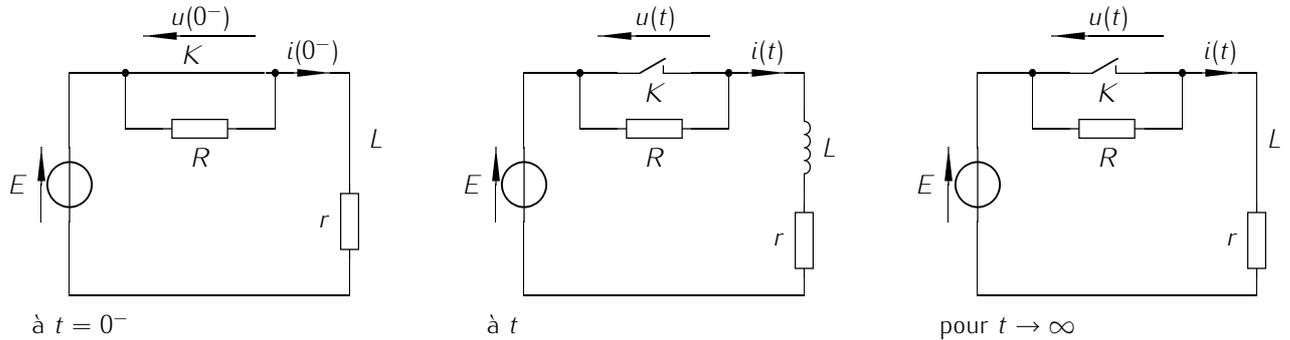
Graphiquement, cela revient à regarder l'intersection entre les caractéristiques des deux dipôles (cf ci-dessus à droite).



- Q32 8. On lit graphiquement (pointillés ci-dessus)  $I = 15,9\text{ A}$  pour  $U = 1,1\text{ V}$
9. On cherche le point de la courbe d'ordonnée  $3\text{ A}$ ; il a pour abscisse  $U = 0,93\text{ V}$ . Il faut que la caractéristique du générateur coupe celle de la diode en dessous de ce point. Dans le pire des cas, en ce point. Cela donne la droite tracée ci-dessus qui coupe l'axe des ordonnées entre  $17,5$  et  $20\text{ A}$  (difficile à tracer avec précision, en  $I = 19\text{ A}$  selon moi).
- Q33 10. La résistance interne correspondante est l'inverse de la pente de la courbe :  $r = E/I(0) = 1,1/19 = 0,06\ \Omega$ , ce qui est très faible car on a pris un générateur dont la force électromotrice est assez faible. Dans la pratique, on met généralement une résistance plus grande (quelques  $\Omega$ ) pour protéger une diode.
- Q34 11. Puisque la diode ne peut pas supporter un tel courant en continu, la caractéristique n'a PAS été tracée en continu, mais en utilisant de brèves impulsions (créneau valant zéro 98% du temps et seulement 2% du temps une valeur supérieur à 23 . On fait donc l'hypothèse que la caractéristique statique et dynamique sont les mêmes (ce qui peut-être vérifié pour les points accessible en régime continu).
- Q35

**ÉTINCELLE DE RUPTURE**

- Q36 1. Pour déterminer la valeur initiale de  $i(t)$ , on représente le circuit à  $t = 0^-$ , c'est à dire avec  $K$  fermé et en régime permanent. On peut alors remplacer la bobine par un interrupteur fermé (circuit ci-dessus) et Quelle est la valeur de l'intensité  $i(0)$  dans le circuit sachant que le courant est établi depuis longtemps et  $K$  fermé ?



Le résistor étant court circuité, on a simplement  $i(0^-) = \frac{E}{r}$ .

L'intensité du courant qui traverse une bobine ne peut pas subir de discontinuité, on a donc  $i(0^+) = i(0^-) = \frac{E}{r}$ .

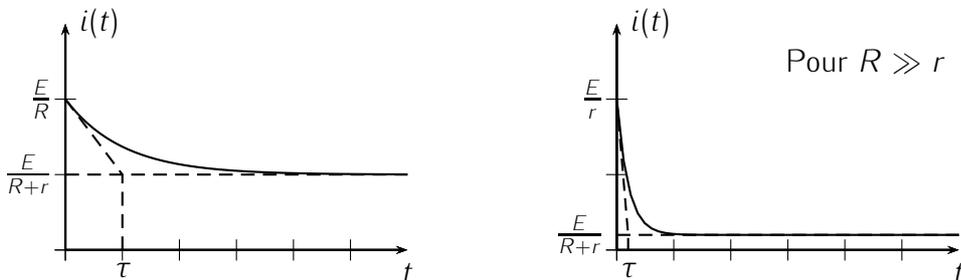
- Q37 2. On ouvre  $K$  à  $t = 0$ , l'application de la loi des mailles donne alors (circuit ci-dessus au centre)  $E - Ri(t) - L \frac{di(t)}{dt} - ri(t) = 0 \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L}$  avec  $\tau = \frac{L}{R+r}$

La solution de cette équation est du type  $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\tau E}{L} = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R+r}$ .

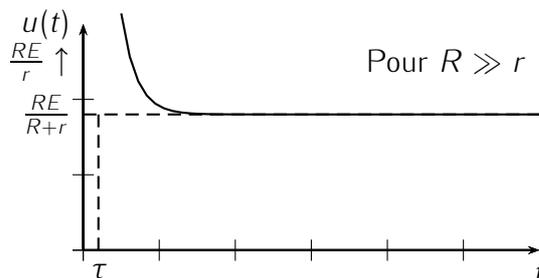
On vérifie au passage que la solution particulière correspond au régime permanent ( $K$  ouvert et  $L$  assimilable à un interrupteur fermé : circuit ci-dessus à droite).

On détermine la constante  $A$  en utilisant la condition initiale :  $i(0^-) = \frac{E}{r} = i(0^+) = A + \frac{E}{R+r} \Rightarrow A = \frac{E}{r} - \frac{E}{R+r}$  et  $i(t) = \frac{E}{R+r} + (\frac{E}{r} - \frac{E}{R+r}) \exp(-\frac{t}{\tau})$  avec  $\tau = \frac{L}{R+r}$ .

- Q38 3. On trace l'allure de  $i(t)$  en précisant la valeur initiale, l'asymptote et la tangente à l'origine.



- Q39 4. On a l'allure suivante pour  $u(t)$



Si  $R \rightarrow \infty$ ,  $\tau \rightarrow 0$  et  $i$  passe très rapidement de  $\frac{E}{r}$  à  $\frac{E}{R+r} \rightarrow 0$ , on tend vers une discontinuité de  $i$  dans la bobine.

- Q40 5. On a simplement  $u(t) = Ri(t) = \frac{RE}{R+r} + (\frac{RE}{r} - \frac{RE}{R+r}) \exp(-\frac{t}{\tau})$  avec  $\tau = \frac{L}{R+r}$  et si  $R \rightarrow \infty$ ,  $u(0^+) = \frac{RE}{r} \rightarrow \infty$ , une très grande tension apparaît aux bornes de l'interrupteur, cela peut conduire à l'apparition d'une étincelle (dite "étincelle de rupture") lors de l'ouverture d'un circuit inductif.