Travaux Dirigés de M_1

Conseils pour ce TD :

- Le cours doit être connu, les applications directes qui y figurent refaites.
- Retrouvez rapidement l'expression des vecteurs vitesse et accélération selon la base polaire dans le cas d'un mouvement circulaire.
- Faites de belles figures sur lesquelles vous représenterez les vecteurs à projeter. Évitez les cas particuliers (angles de 45° par exemple).
- Faites bien la différence entre vecteur, norme du vecteur (scalaire positif) et projection du vecteur sur un axe (scalaire positif ou négatif).
- Vérifiez systématiquement l'homogénéité et la cohérence de vos résultats.

Exercice 1 : Avion de chasse

Un avion de chasse volant à vitesse constante $v = 1500$ km/h effectue un demi-tour en forme de demi-cercle de rayon $R = 6$ km. Calculer l'accélération de l'avion pendant son virage. Illustrer sur un schéma la trajectoire de l'avion, sa vitesse et son accélération à un instant donné.

Exercice 2 : Test d'accélération d'une voiture

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrété.

1. Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180$ m. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D.
2. Quelle est la distance d'arrêt pour une déccélération de 7 m.s^{-1}.

Exercice 3 : LHC

Le Large Hadron Collider du CERN est un accélérateur de particule qu'on supposera circulaire et de 27 km de circonférence. Il entraine des protons jusqu'à une énergie de 7 TeV pour créer des collisions de très haute énergie.

1. En considérant la norme de la vitesse des protons constante, montrez que leur vitesse angulaire est constante. Déterminez leur vitesse angulaire et leur accélération en coordonnées polaires.
2. En utilisant la formule classique de l'énergie cinétique, déterminez la vitesse des protons dans l'accélérateur. Que remarquez vous ?
3. On donne l'expression relativiste de l'énergie : $E_c = \gamma mc^2$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$, où c est la vitesse de la lumière et m la masse du proton. On donne $mc^2 = 1$ GeV. Calculer la vitesse du proton.

Exercice 4 : Interpellation pour vitesse excessive

Un conducteur roule à vitesse constante v_0 sur une route rectiligne. Comme il est en excès de vitesse à 100km/h, un gendarme à moto démarre à l'instant où la voiture passe à sa hauteur et accélère uniformément. Le gendarme atteint la vitesse de 90 km/h au bout de 10 s.

1. Quel sera le temps nécessaire au motard pour rattraper la voiture ?
2. Quelle distance aura-t-il parcourure ?
3. Quelle vitesse aura-t-il atteinte ?

Exercice 5 : Courses entre véhicules radio-commandés

Deux modèles réduits de voitures radio-commandées ont des performances différentes : le premier a une accélération de 4,0 m.s^{-2}, le second de 5,0 m.s^{-2}. Cependant l'utilisateur de la première voiture a plus de réflexes que celui de la seconde, ce qui lui permet de la faire démarrer 1 s avant le second.

1. Déterminer le temps nécessaire au deuxième véhicule pour rattraper l'autre ?
2. Les deux modèles réduits participent à des courses de 100 m et 200 m. Est-il possible que le perdant du 100 m prenne sa revanche au 200 m.
3. Calculer pour les deux courses la vitesse finale de chacun des véhicules.

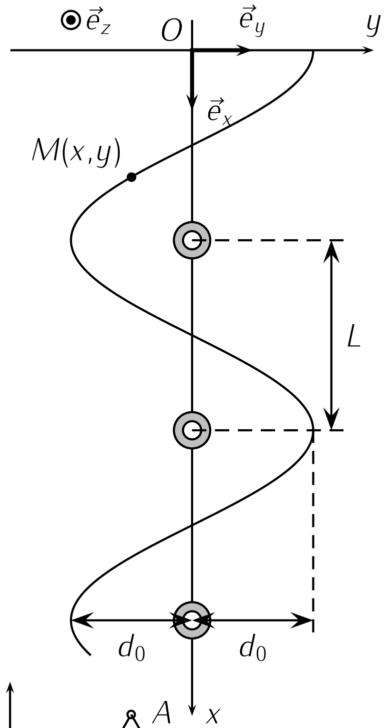
Exercice 6 : Laboratoire spatial

Un laboratoire spatial, constitué de deux anneaux concentriques de même axe, est en rotation uniforme autour de cet axe de manière à créer une gravité artificielle. Sa période de rotation T est choisie de manière à ce que l'accélération soit égale à $\vec{g}_T$ l'accélération de pesanteur sur Terre (9,81 m.s^{-2}) au niveau de l'un des anneaux (de rayon $r_1 = 2{,}15$ km) et à $\vec{g}_M$ l'accélération de la pesanteur sur Mars (3,72 m.s^{-2}) au niveau de l'autre.

Déterminer la valeur de T et le rayon r_2 du second anneau.

Exercice 7 : Super G

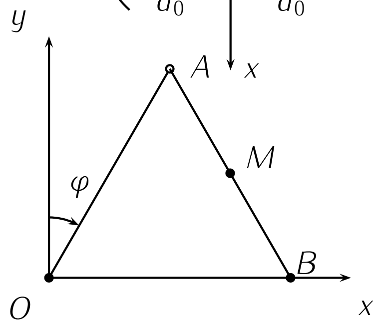
Lors d'une descente de super G, le skieur, repéré par le point M de coordonnées (x,y) dans le référentiel $\mathcal{R}(0,\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$, part du point $(0,d_0)$ puis est astreint à suivre une trajectoire sinusoïdale de slalom entre des portes espacées d'une distance L de manière à conserver à tout moment une vitesse dont la composante suivant Ox est constante : $\dot{x} = v_0 = 40$ km.h^{-1}.
On s'intéresse dans cette partie à la cinématique du skieur.



1. La trajectoire se met sous la forme $y(x) = A\cos(Bx)$.
   Préciser la dimension (ou l'unité) de A et celle de B.
2. Exprimer A et B en fonction de d_0 et L.
3. Déterminer l'expression de $x(t)$ puis $y(t)$.
4. En déduire les expressions des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$ du skieur.
5. Pour que le skieur reste en piste, il doit conserver à tout moment une accélération inférieure à $0{,}7g$. À quelle distance minimum L_{min} doit-on placer les portes.
6. On donne $g = 9{,}8$ m.s^{-2} et $d_0 = 3$ m. Faire l'application numérique.

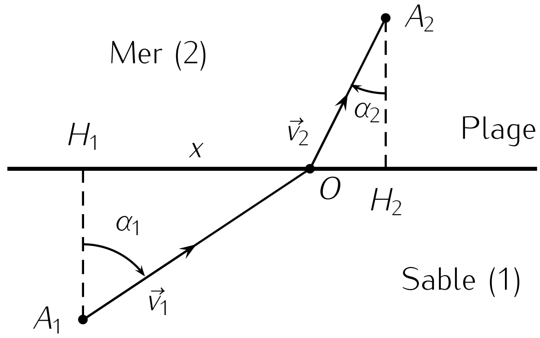
Exercice 8 : Chute d'un homme sur un escabeau

Un homme est situé en M à mi hauteur d'un escabeau dont un pied noté O est appuyé contre un mur. Le pied B se met à glisser sur le sol.
On pose $AB = OA = 2b$ et l'angle $(Oy,\overrightarrow{OA}) = \varphi = \omega t$ et on prendra ω constante.



1. Déterminer l'équation cartésienne de la trajectoire de M et la représenter.
2. Déterminer son accélération dans le référentiel lié au sol.

Exercice 9 : Optimisation d'un trajet



Soit une plage P, séparation entre deux milieux différents : le sable (milieu (1)) et la mer (milieu (2)).
Un point A_1 sur le sable est à la distance $A_1H_1 = a_1$ de P.
Un point A_2 en mer est à la distance $A_2H_2 = a_2$ de P. On pose $H_1H_2 = d$.
Un maître nageur I est en A_1 au moment où il repère une jolie nageuse en difficulté en A_2.
Il peut courir sur le sable à la vitesse v_1 et nager à la vitesse $v_2 < v_1$, on notera τ la durée du parcours A_1OA_2.
Quel trajet doit-il emprunter pour rejoindre A_2 le plus rapidement possible ?
On déterminera d'abord l'équation que doit vérifier $x = H_1O$, puis on simplifiera l'expression obtenue en introduisant les angles $\alpha_1 = (\overrightarrow{A_1H_1}, \overrightarrow{A_1O})$ et $\alpha_2 = (\overrightarrow{A_2H_2}, \overrightarrow{A_2O})$

À quelle loi physique l'expression obtenue vous fait-elle penser ?

Exercice 10 : Équation horaire

Un mobile décrit un axe Ox avec une vitesse v qui à l'instant t est liée à son abscisse x par la relation de la forme $x = a\sqrt{v} - b$.
Déterminer la loi horaire $x(t)$ en prenant $x = 0$ à $t = 0$. Vérifier l'homogénéité du résultat.

Exercice 11 : Poursuite en spirale

Dans la cour de récréation, trois enfants (A, B et C) forment un triangle équilatéral de coté l.
À l'instant initial, chacun d'entre eux part à la poursuite de l'enfant qui est devant lui, à la même vitesse v_0 et dans le sens trigonométrique.

1. Exprimez $l(t)$ avec $l(t = 0) = l_0$.
   On dérivera l'expression $l(t)^2 = \overrightarrow{AC}^2$ par rapport au temps.
2. Au bout de combien de temps se rencontreront-ils ? Quelle distance d auront-ils parcouru ?