

Devoir surveillé n° 4

Pbm I (Tous)

Un des problèmes récurrents et que connaissent tous les photographes, professionnels ou amateurs, est le "bougé" qui se produit lorsqu'une photographie est prise alors que le photographe est en mouvement. Le résultat est une image floue. Une des possibilités pour éviter ce phénomène consiste à augmenter la vitesse (diminuer la durée d'exposition) ce qui n'est pas toujours possible.

Le premier système stabilisateur d'image a été inventé par Garrett Brown en 1972 et ne s'appliquait qu'aux caméras. Il était donc destiné aux professionnels du cinéma. À partir des années 2000, différents systèmes furent adaptés aux appareils photos.

Cette partie s'intéresse au fonctionnement d'un appareil capable de mesurer les mouvements que le photographe communique (volontairement ou non) au boîtier de l'appareil photo lors d'une prise de vue.

V.1 - Étude d'un oscillateur mécanique

On considère un oscillateur mécanique (**figure 3**) constitué d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont l'extrémité supérieure est fixée sur la face supérieure horizontale d'une boîte. À l'extrémité inférieure du ressort est accrochée une plaque de masse m .

Ce système peut constituer un accéléromètre. Il pourra donc mesurer les accélérations de la boîte (qui modélise un appareil photo par exemple). On négligera d'éventuels mouvements autres que celui de translation verticale.

On supposera le référentiel terrestre galiléen et on note g la norme de l'accélération de la pesanteur.

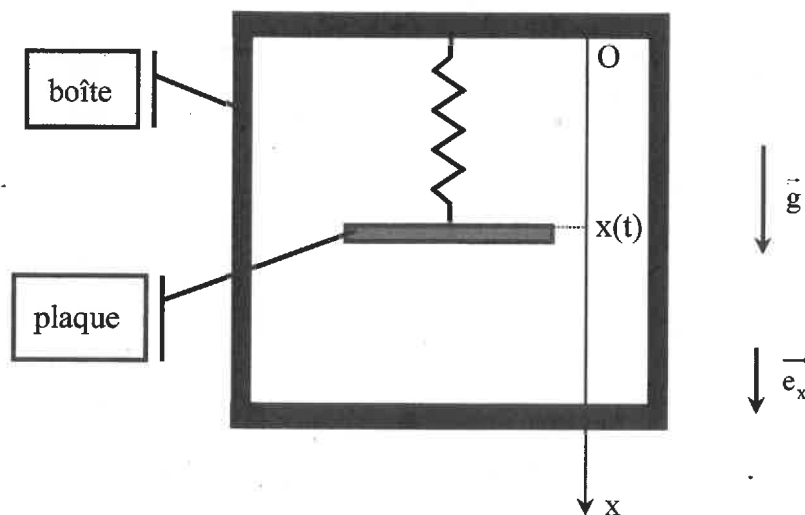


Figure 3 - Schéma simplifié d'un accéléromètre

Q22. En supposant que la boîte et la plaque sont immobiles, exprimer la longueur x_{eq} du ressort à la position d'équilibre dans ces conditions, en fonction de m , g , k et ℓ_0 .

Par la suite, on étudie le mouvement de la plaque par rapport à la boîte dans le cas où celle-ci est elle-même en mouvement par rapport au référentiel terrestre. On note $\vec{a} = a(t)\vec{e}_x$ l'accélération de la boîte par rapport au sol (lié au référentiel terrestre).

On note alors $x(t)$ la position instantanée de la plaque comptée par rapport à O, dans le référentiel lié à la boîte.

Au cours de son mouvement dans la boîte, la plaque est soumise également à des frottements visqueux, modélisables par une force $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$, où $\vec{v} = \frac{dx}{dt}\vec{e}_x$ est la vitesse de la plaque par rapport à la boîte et α un coefficient strictement positif.

Q23. a) La boîte constitue-t-elle un référentiel galiléen ?

b) Écrire la deuxième loi de Newton appliquée à la masse dans le référentiel de la boîte.

Q24. Montrer que $x(t)$ obéit à une équation différentielle du type $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f(t)$ où $f(t)$

est une fonction du temps avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $Q = \frac{1}{\alpha} \sqrt{k \cdot m}$ et $f(t)$ à exprimer.

On considère que la boîte est soumise à une accélération sinusoïdale $a(t) = A_m \cos(\omega t)$ d'amplitude A_m , de pulsation ω et de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$. On admet avoir atteint le régime sinusoïdal forcé et que le déplacement par rapport à la position d'équilibre est de la forme $X(t) = x(t) - x_{eq} = \text{Re} \{ X_m \exp(j(\omega t + \phi)) \}$ avec $j^2 = -1$. X_m est un réel positif ou nul.

Montrer alors que X_m vaut :
$$\frac{A_m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2}}$$

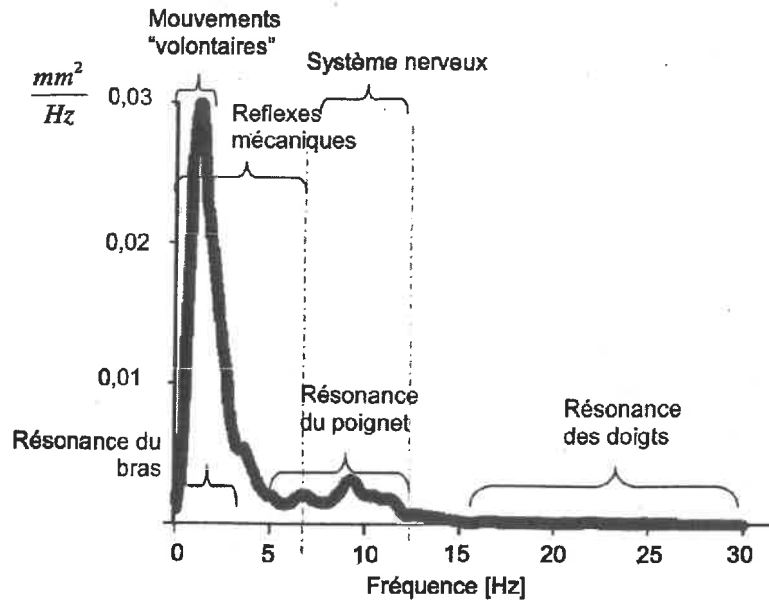
Q25. a) Montrer qu'il existe un domaine de fréquences pour lesquelles la réponse $X(t)$ est proportionnelle à l'accélération $a(t)$.

b) Établir la relation entre $X(t)$ et $a(t)$ en fonction de k et m dans ce domaine de fréquences.

Q26. Le **document 8** est une synthèse de l'analyse spectrale du tremblement de la main (pour un être humain) ainsi que de ses origines. Il représente la répartition fréquentielle de l'amplitude des mouvements. L'unité de l'axe des ordonnées n'a pas d'importance pour la compréhension du graphique.

Pour un accéléromètre fonctionnant selon le principe décrit dans cette sous-partie **V.1**, on suppose que $Q = 5$ et $\omega_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. À l'aide de ces valeurs et du document, indiquer si la condition évoquée en **Q25** est remplie pour cet accéléromètre.

Document 8 - Analyse spectrale du tremblement humain



Source : Contribution à des architectures de stabilisation d'images basées sur la perception visuelle et la physiologie du tremblement humain, Fabien Gavant (2012, Thèse de doctorat, Université de Grenoble)

V.2 - Étude d'un condensateur plan

Comme la réponse obtenue en Q25 montre qu'il est possible de mesurer l'accélération de la boîte en mesurant directement le mouvement $X(t)$ de la plaque, on se propose d'effectuer cette mesure par une méthode électrostatique.

Q27. On considère un plan infini (assimilé au plan yOz) uniformément chargé en surface, avec une densité surfacique positive de charges notée σ (figure 4). On cherche à déterminer le champ électrostatique engendré par ce plan dans tout l'espace.

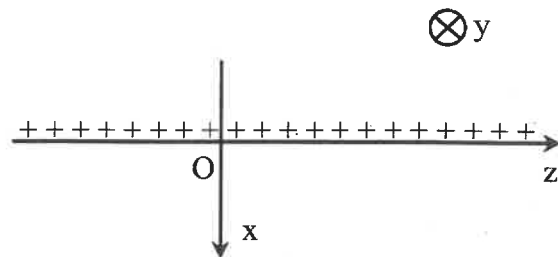


Figure 4 - Plan infini chargé

- Déterminer le sens et la direction du champ électrostatique en un point M de coordonnées cartésiennes (x, y, z) . De quelle variable (x, y ou z) peut dépendre ce champ ?
- En utilisant le théorème de Gauss, donner l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en fonction de σ , de la constante ϵ_0 et d'un vecteur unitaire à préciser.

Q28. On modélise à présent un condensateur par deux plans infinis uniformément chargés : le plan A d'équation $x=0$ porte une densité surfacique de charges $+\sigma$ et le plan B d'équation $x=e$ porte une densité surfacique de charge $-\sigma$, σ et e étant des constantes positives.

- À partir du résultat de Q27, déterminer l'expression du champ électrostatique \vec{E} qui existe entre les plaques en fonction de σ et de la constante ϵ_0 . Que peut-on dire du champ électrostatique à l'extérieur des plaques ?
- Établir l'expression de la différence de potentiel $U_{AB} = V_A - V_B$ en fonction de σ , e et de la constante ϵ_0 .

Q29. On considère à présent un condensateur réel (**figure 5**), constitué de deux plaques identiques de surface S placées parallèlement l'une à l'autre et séparées par une distance e . Elles portent des charges égales en valeur absolue et opposées en signe. La différence de potentiel entre ces plaques est notée U . La distance e étant faible au regard de la taille des plaques, on peut supposer que le champ électrostatique entre les plaques est le même que celui engendré par deux plans infinis portant des densités surfaciques de charges équivalentes.

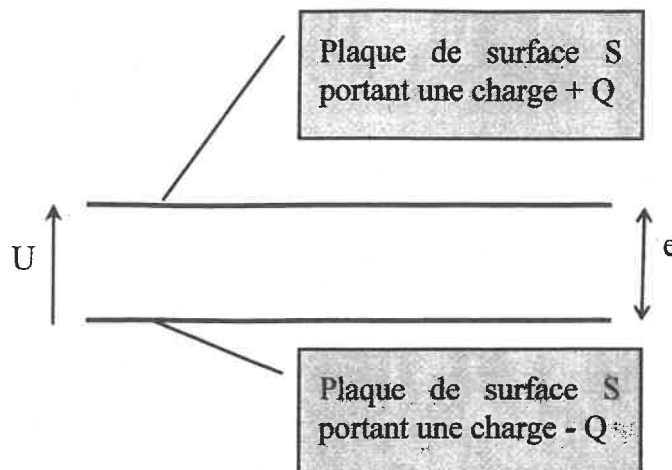


Figure 5 - Condensateur réel

- Définir la capacité C de ce condensateur. Donner son expression en fonction de S , e et ϵ_0 .
- Avec quelle unité exprime-t-on la capacité d'un condensateur ?

V.3 - Application à la mesure d'une accélération

On envisage d'utiliser les résultats des sous-parties V.1 et V.2 pour mesurer une accélération. On réalise donc un système tel que la plaque de la sous-partie V.1 soit une armature mobile d'un condensateur, l'autre armature étant fixe par rapport au boîtier. On mesure la position de l'armature mobile par la grandeur $x(t)$. Quand $x(t) = x_{eq}$, la distance entre les deux armatures est e .

L'armature fixe porte une charge $+Q$ et l'autre armature porte une charge $-Q$. On note U la différence de potentiel entre les armatures.

Q30. Établir l'expression de la tension U en fonction de Q , S , e , $X(t) = x(t) - x_{eq}$ et ϵ_0 . En déduire que la mesure de U permet d'avoir accès à l'accélération $a(t)$ que subit le boîtier par rapport au sol.

II Exercice (MP* seulement)

Des araignées volantes

Certaines araignées volantes dont la taille est comprise entre 2 et 7 mm parviennent, en tirant profit des forces électrostatiques, à décoller et à s'envoler. Elles arrivent ainsi à parcourir, au gré des vents, des distances considérables (plusieurs centaines de kilomètres) comme l'a observé pour la première fois, Charles Darwin, lors de son grand voyage à bord du *Beagle* de 1831 à 1836. Dans cette partie du problème, nous nous intéressons à la physique permettant d'expliquer un tel phénomène.

- - 1. En utilisant une schématisation sphérique rudimentaire pour modéliser ces araignées, estimer un ordre de grandeur m_g pour leur masse.

Par temps clair, le champ électrique, en tout point de la surface de la Terre est radial uniforme, dirigé vers le centre de la Terre et sa valeur moyenne vaut $E_0 = 120 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$. En première approximation on assimile localement l'atmosphère terrestre à un condensateur plan dont les deux armatures sont le sol terrestre et la couche de l'ionosphère située à l'altitude $z_0 = 60 \text{ km}$ de celui-ci.

- - 2. Évaluer la valeur de la densité surfacique moyenne de charge au niveau du sol, notée σ . Des mesures ont permis de montrer qu'il existe une différence de 360 kV entre l'ionosphère et le sol. Que pouvez vous conclure quant à la validité du modèle électrique atmosphérique proposé ?

Les araignées volantes positionnent leurs corps de manière à prendre le vent, en éjectant vers le ciel des fils de soie, qui grâce aux courants d'air et au champ électrique leur permettent de s'élever. Darwin nota que ces araignées décollent en présence au niveau du sol de légers courants d'air ascendants ayant des vitesses U de l'ordre de $0,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et que le nombre de fils fabriqués par celles-ci peut atteindre quelques dizaines.

On peut montrer que les forces hydrodynamiques sont insuffisantes pour permettre à elles seules de faire s'élever les araignées.

Darwin remarqua que les différents fils tissés par une même araignée s'écartent en éventail du fait d'une répulsion électrostatique. Pour corroborer cette hypothèse, on modélise chaque fil de soie comme un fil rigide isolant, de longueur L que l'on supposera inextensible dans un premier temps, possédant en son extrémité libre, une charge q . Ces charges placées dans le champ électrique terrestre interagissent entre elles. On suppose qu'il y a $2n$ fils et que les charges correspondantes se répartissent régulièrement sur le cercle formant la base d'un cône d'angle α en son sommet S (lequel correspond à l'extrémité commune des soies) avec la verticale (Fig. 2).

- - 3. Montrer que le potentiel électrique créé sur une charge par les $2n - 1$ autres charges s'exprime comme :

$$V = \frac{q}{p\pi\epsilon_0 L \sin \alpha} G(n) \text{ avec } G(n) - 1 = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi k}{2n}\right)} + \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi k}{2n}\right)} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{2}{\sin\left(\frac{\pi k}{2n}\right)}$$

On précisera la valeur de l'entier p . On pourra éventuellement considérer les points diamétralement opposés A_k et A_{k+n} avec $1 \leq k \leq n$.

En déduire l'énergie d'interaction électrostatique du système total constitué des $2n$ charges en l'absence de champ électrique extérieur.

S'il n'est soumis qu'à ce potentiel, quelle est alors la forme de l'éventail à l'équilibre ?

On étudie le mouvement de cet éventail autour de sa position d'équilibre en supposant qu'à l'instant t tous les fils forment le même angle $\alpha(t)$ avec la verticale. On simplifie le système en considérant, d'une part, que la masse m de chaque fil est ponctuelle, située en leur milieu et, d'autre part, on néglige l'énergie potentielle de pesanteur et celle de déformation élastique devant l'électrostatique. On suppose finalement que S est fixe.

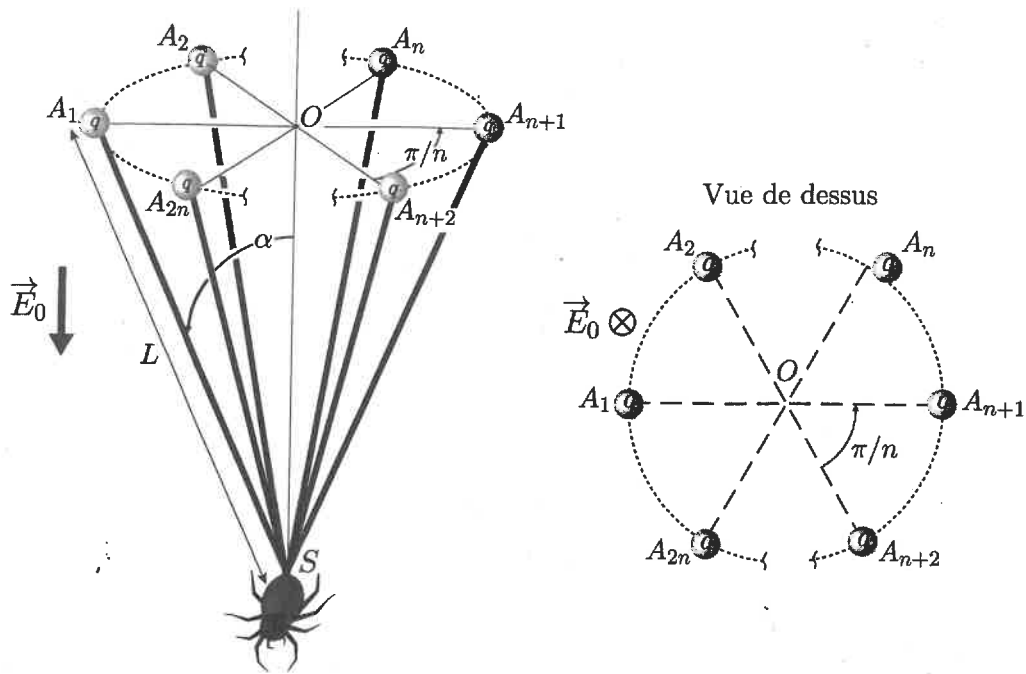


FIGURE 2 – Représentation schématique d'une araignée prête à décoller.

- – 4. Déterminer l'équation différentielle régissant ce mouvement. Discuter la stabilité de l'équilibre et établir l'expression de la période T , du mouvement au voisinage de la position d'équilibre en fonction de ϵ_0 , m , L , q et $G(n)$. *
- – 5. Déterminer l'expression de l'énergie électrostatique du système lorsque celui-ci est maintenant immergé dans le champ électrique terrestre \vec{E}_0 existant au niveau du sol ainsi que l'équation permettant de déterminer la valeur de l'angle α à l'équilibre. Expliquer qualitativement comment varie l'ouverture d'équilibre de l'éventail en fonction respectivement de q , n , L et E_0 . On observe un angle $\alpha = 30^\circ$ pour un éventail constitué de $2n = 6$ soies longues de 1 mètre. Que vaut alors la charge q ? On donne $G(3) \simeq 38/(3\sqrt{3})$.
- – 6. Calculer le module de la force électrique s'exerçant sur l'araignée au niveau du sol pour une charge dont le module est de l'ordre du nanocoulomb. Par temps clair et uniquement par la force électrique, combien de fils sont-ils nécessaires pour soulever les plus petites araignées? Commenter ce résultat.

* Dans □4 on ne prend pas en compte \vec{E}_0 !

Rayon terrestre	$R_t = 6400 \text{ km}$
Permittivité électrique du vide	$\epsilon_0 = 8,9 \times 10^{-12} \simeq \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Accélération de pesanteur terrestre	$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Masse volumique de l'eau	$\rho_e = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

III Exercice (MP* seulement)

Alimentation électrique

Compte-tenu de leur forte densité énergétique ($150 \text{ W}\cdot\text{h}\cdot\text{kg}^{-1}$), les batteries lithium-ion sont de plus en plus utilisées dans les véhicules électriques. Néanmoins, ces batteries sont encore chères et exposées à un fort risque d'explosion si elles sont rechargées dans de mauvaises conditions.

Mise au point par le Français Gaston Planté en 1859, la batterie au plomb est encore aujourd'hui très compétitive et reste la principale technologie utilisée dans les véhicules thermiques. En effet, elle est capable de fournir un courant crête de grande intensité, nécessaire pour le démarrage électrique des moteurs à combustion interne.

Composition de l'atome de plomb

Q7. Préciser la composition du noyau de l'atome de plomb : $^{207}_{82}\text{Pb}$.

Diagramme potentiel-pH du plomb

Le diagramme potentiel-pH, aussi dénommé diagramme $E-pH$, simplifié du plomb, tracé pour une concentration égale à $10^{-4} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$, pour toute espèce soluble contenant du plomb, est représenté page 12. Les espèces prises en compte sont : $\text{Pb}^{2+}(\text{aq})$, $\text{PbO}_2(\text{s})$, $\text{PbO}(\text{s})$, $\text{HPbO}_2^-(\text{aq})$, $\text{Pb}(\text{s})$ et $\text{Pb}_3\text{O}_4(\text{s})$.
 → document réponse

Q8. Déterminer les nombres d'oxydation de l'élément plomb dans chacune des espèces considérées, puis reproduire sur votre copie le diagramme $E-pH$ du plomb, en associant une espèce à chacun des domaines d'existence ou de prédominance.
 Le nombre d'oxydation du plomb dans l'espèce $\text{Pb}_3\text{O}_4(\text{s})$ est-il compatible avec la quantification de la charge ? Proposer une explication.
 de doc réponse

Q9. Écrire les demi-équations redox dans lesquelles interviennent les deux couples de l'eau. En supposant toutes les pressions partielles égales à la pression standard $P^\circ = 1 \text{ bar}$, préciser les équations des droites associées au diagramme $E-pH$ de l'eau.

Q10. Superposer le diagramme $E-pH$ de l'eau au diagramme $E-pH$ du plomb. Le plomb est-il stable en solution aqueuse acide ? En solution aqueuse basique ? Si non, écrire l'(es) équation(s) de la (des) réaction(s) chimique(s) qui se produi(sen)t.

Solubilité du sulfate de plomb dans une solution d'acide sulfurique

Q11. Déterminer, en faisant l'(es) approximation(s) qui s'impose(nt), la solubilité s du sulfate de plomb dans une solution d'acide sulfurique à $0,5 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. Conclure.

Accumulateur au plomb en fonctionnement générateur

Les couples redox qui interviennent dans l'accumulateur au plomb (**figure 4**) sont $\text{PbO}_2(\text{s})/\text{PbSO}_4(\text{s})$ et $\text{PbSO}_4(\text{s})/\text{Pb}(\text{s})$.

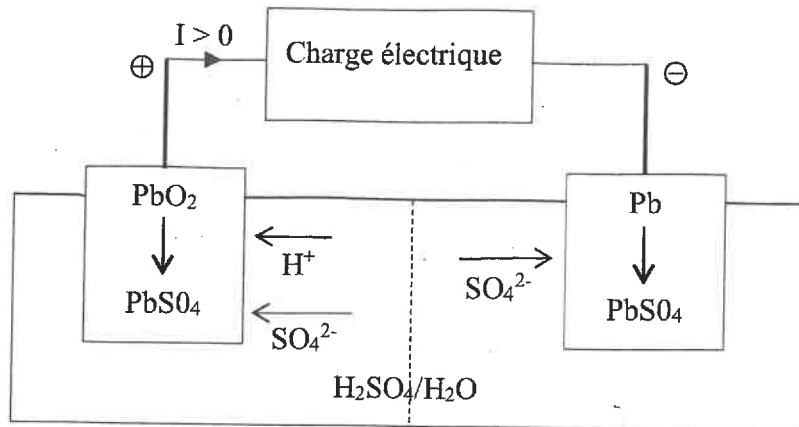
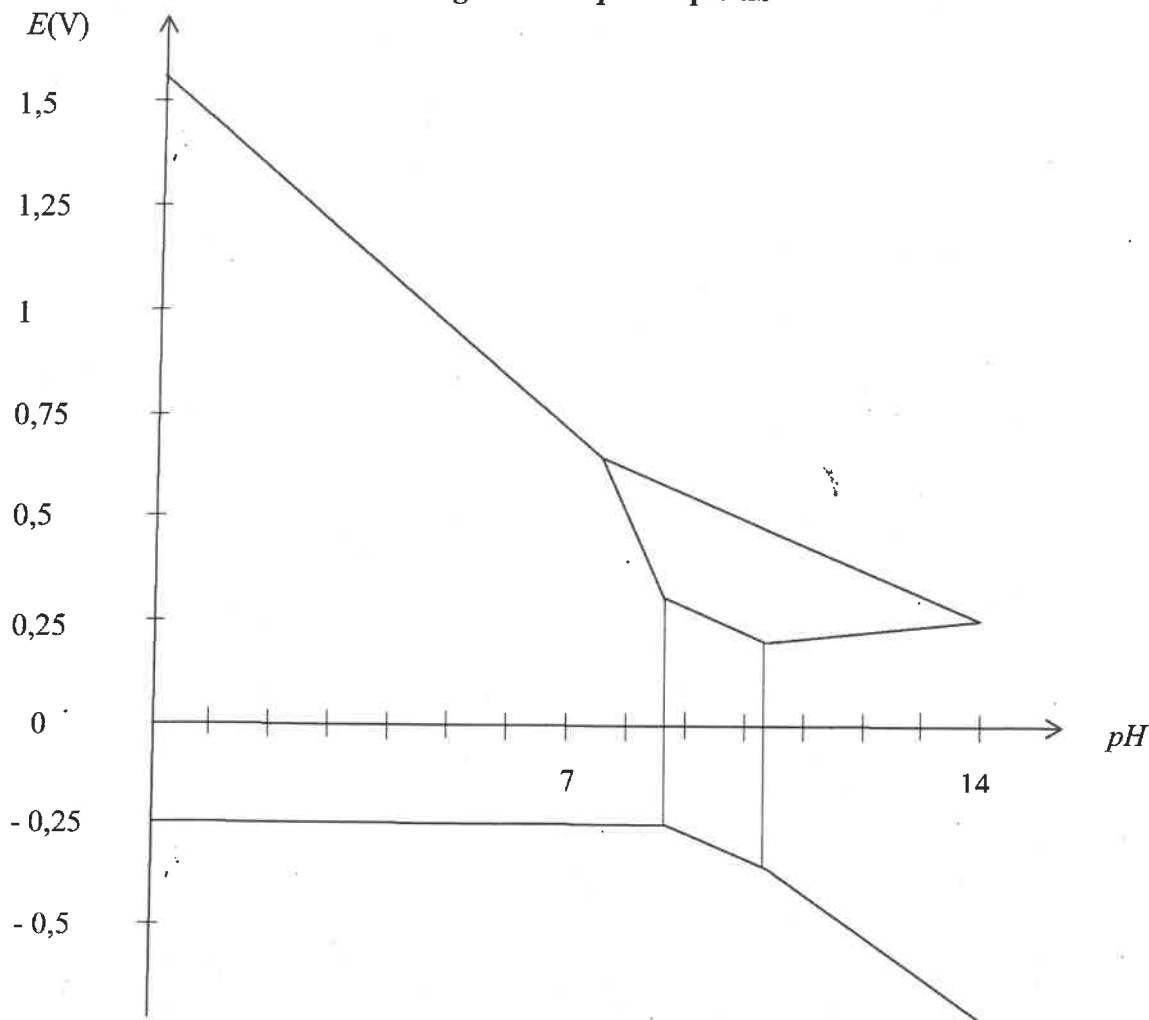


Figure 4 – Accumulateur au plomb

- Q12. Écrire les deux demi-réactions chimiques, en fonctionnement générateur, en précisant celle qui a lieu à l'anode et celle qui a lieu à la cathode. En déduire la réaction globale de fonctionnement de l'accumulateur.
- Q13. La tension ou force électromotrice d'un accumulateur au plomb dépend-elle du pH ? Si oui, est-il préférable d'utiliser dans l'accumulateur au plomb de l'acide sulfurique très concentré ou non ?

Diagramme E - pH du plomb**Données****Formules trigonométriques**

$\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2$, on a :

$$a \cos \theta + b \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \varphi)$$

avec $\cos \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

Données thermodynamiques à 298 K

L'acide sulfurique H_2SO_4 est un diacide dont les deux acidités sont considérées comme fortes, il s'ionise donc deux fois totalement en solution aqueuse.

Produit de solubilité :

$$K_s(\text{PbSO}_4(\text{s})) = 1,6 \cdot 10^{-8}$$

Potentiels redox :

$$E^\circ(\text{H}^+(\text{aq})/\text{H}_2(\text{g})) = 0,00 \text{ V.}$$

$$E^\circ(\text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq})/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}(\text{aq})) = 0,03 \text{ V.}$$

$$E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq})/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})) = 0,09 \text{ V.}$$

$$E^\circ(\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-(\text{aq})) = 0,62 \text{ V.}$$

$$E^\circ(\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V.}$$

$$E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}(\text{aq})/\text{Cr}^{3+}(\text{aq})) = 1,33 \text{ V.}$$

$$(RT \ln 10)/F = 0,06 \text{ V/unité de } pH.$$

FIN

12/12

IV Exercice (MPI* seulement)

Dans ce QCT il faudra justifier vos réponses !
(réponse non justifiée = 0)

Troisième partie.

En coordonnées cartésiennes, un point M a pour coordonnées (x, y, z) .

$$\vec{OM} = x \cdot \vec{e}_x + y \cdot \vec{e}_y + z \cdot \vec{e}_z.$$

■ (5)

Un carré, de sommets A, B, C, D, a pour centre O et pour côté $2 \cdot a$.

$$A(a, a, 0)$$

$$B(a, -a, 0)$$

$$C(-a, -a, 0)$$

$$D(-a, a, 0)$$

■ (6)

On se place en régime stationnaire.

Pour les Qu. 19 et 20, en A, B, C et D sont placés des particules identiques de charge q .

19. Le champ électrique en O a pour expression :

(a) $\vec{E}(O) = \vec{0}$.

(b) $\vec{E}(O) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(c) $\vec{E}(O) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_y$.

(d) $\vec{E}(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

20. L'origine des potentiels est choisie à l'infini. Le potentiel électrique en O a pour expression :

(a) $V(O) = 0$.

(b) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a}$.

(c) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \sqrt{2} \cdot a}$.

(d) $V(O) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2}$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

Pour les Qu. 21 et 22, en A et B sont placés deux particules identiques de charge q , en C et D deux particules identiques de charge $-q$.

21. Le champ électrique en O a pour expression :

(a) $\vec{E}(O) = \vec{0}$.

(b) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(c) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(d) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_y$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

22. L'origine des potentiels est choisie à l'infini. Le potentiel électrique en O a pour expression :

(a) $V(O) = 0$.

(b) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a}$.

(c) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \sqrt{2} \cdot a}$.

(d) $V(O) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2}$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

Pour les Qu. 23 et 24, en A et C sont placés deux particules identiques de charge q , en B et D deux particules identiques de charge $-q$.

23. Le champ électrique en O a pour expression :

(a) $\vec{E}(O) = \vec{0}$.

(b) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(c) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_x$.

(d) $\vec{E}(O) = -\frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{e}_y$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

24. L'origine des potentiels est choisie à l'infini. Le potentiel électrique en O a pour expression :

(a) $V(O) = 0$.

(b) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot a}$.

(c) $V(O) = \frac{q}{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \sqrt{2} \cdot a}$.

(d) $V(O) = \frac{q}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot a^2}$.

(e) Aucune réponse n'est correcte.

25. La permittivité électrique du vide, ϵ_0 , a pour unité :

- (a) $F^{-1} \cdot m$.
- (b) $F \cdot m$.
- (c) $F^{-1} \cdot m^{-1}$.
- (d) $F \cdot m^{-1}$.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

26. L'ordre de grandeur de ϵ_0 dans le système international d'unités est :

- (a) 10^{-11} .
- (b) 10^{-9} .
- (c) 10^{-6} .
- (d) 10^7 .
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

Quatrième partie.

Un cylindre infini d'axe (O_z) et de rayon R est chargé uniformément en volume. On note ρ_0 sa charge volumique. On se place en régime stationnaire.

Un point M de l'espace est repéré par les coordonnées cylindriques (r, θ, z).

$$\vec{OM} = r \cdot \vec{e}_r + z \cdot \vec{e}_z.$$

28. Le champ électrique est :

- (a) contenu dans les plans de symétrie pour les charges.
- (b) orthogonal aux plans de symétrie pour les charges.

Les équipotentielles sont :

- (c) des cylindres.
- (d) des plans.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

29. Pour $r < R$, le champ électrique en M s'écrit :

- (a) $\vec{E}(M) = \vec{0}$.
- (b) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot r}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_r$.
- (c) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot r} \cdot \vec{e}_r$.
- (d) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot R^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} \cdot \vec{e}_r$.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

30. Pour $r > R$, le champ électrique en M s'écrit :

- (a) $\vec{E}(M) = \vec{0}$.
- (b) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot r}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_r$.
- (c) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot r} \cdot \vec{e}_r$.
- (d) $\vec{E}(M) = \frac{\rho_0 \cdot R^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r} \cdot \vec{e}_r$.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

31. Le potentiel électrique en M est noté $V(r)$. On choisit l'origine des potentiels en $r = R$. Pour $r < R$, il s'écrit :

- (a) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot (r^2 - R^2)}{4 \cdot \epsilon_0}$.
- (b) $V(M) = 0$.
- (c) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right)$.
- (d) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot R^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right)$.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

32. Pour $r > R$, il s'écrit :

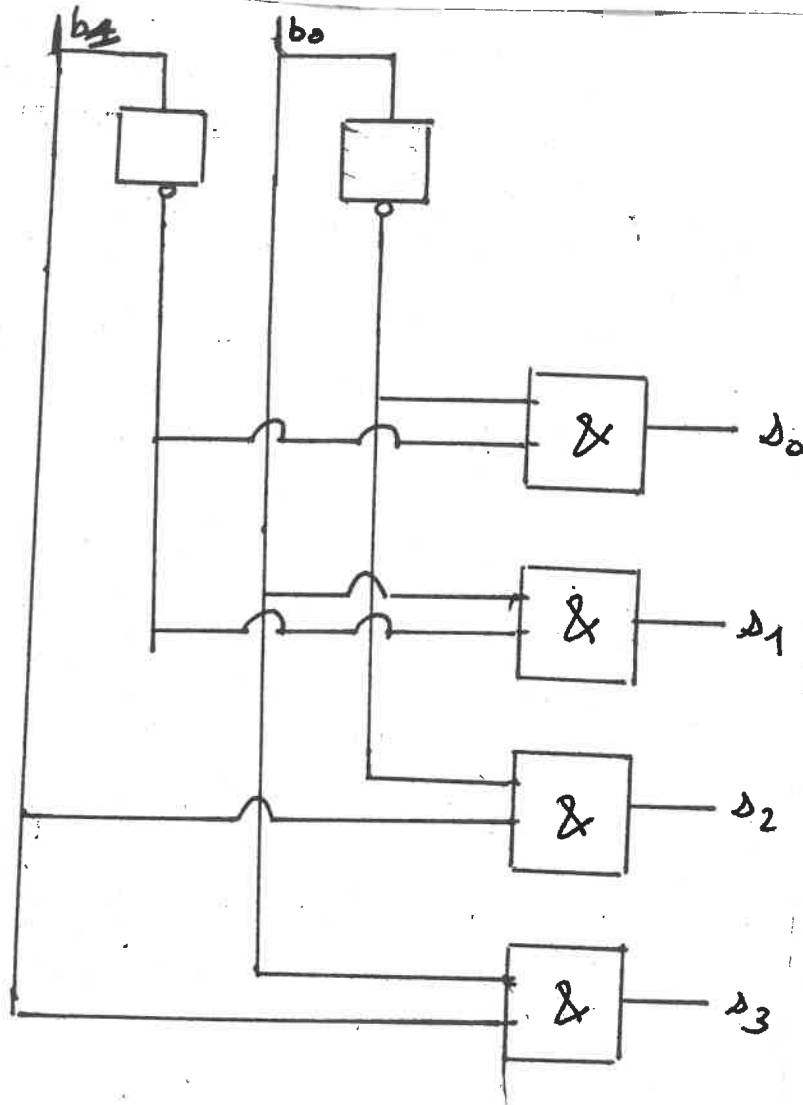
- (a) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot (r^2 - R^2)}{4 \cdot \epsilon_0}$.
- (b) $V(M) = 0$.
- (c) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot R^2}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right)$.
- (d) $V(M) = -\frac{\rho_0 \cdot R^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{R}\right)$.
- (e) Aucune réponse n'est correcte.

V Exercice (MPI* seulement)

V.1 Décodeur

On considère le circuit suivant utilisant deux inverseurs (porte NOT) et quatre portes ET (porte AND). Il a deux entrées b_0 et b_1 , et quatre sorties s_0 , s_1 , s_2 et s_3 .

1. Dresser la table de vérité du circuit.
2. Justifier le nom de décodeur qu'on lui donne.



V.2 Générateur de parité

On désire réaliser un générateur de parité P basé sur le principe suivant. P vaut 1 quand dans un mot de 4 bits (A, B, C, D) le nombre de 1 est pair, sinon P vaut 0.

1. Établir la table de vérité de cette fonction.
2. Proposer un circuit utilisant exactement 3 porte "ou exclusif" (XOR) et un inverseur (NOT). On justifiera autrement que par une table de vérité que le circuit convient.