# Analyse Chap 3 : Trigonométrie
# Feuille d'exercices



## Exercice 1 :

On donne : $\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. En déduire $\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{5\pi}{8}\right)$.

## Exercice 2 :

Résoudre les équations ou inéquation suivantes :

1. $\sin(x) = \frac{1}{2}$ ;
2. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}$ ;
3. $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;
4. $\tan\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \tan\left(x + \frac{4\pi}{5}\right)$.
5. $\sin(2x) = \cos(x)$
6. $2\sin(x) + 1 < 0$
7. $2\cos(4x) - \sqrt{3} \geq 0$

## Exercice 3 :

Calculer les valeurs de :

1. $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
2. $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.
3. $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

## Exercice 4 : Transformation amplitude et phase : exercice/cours

1. Soient $A$ et $B \in \mathbb{R}$, $\theta \in \mathbb{R}$ et soit
$$u = A\cos(\theta) + B\sin(\theta)$$
Soit $R = \sqrt{A^2 + B^2}$.
   a) Justifiez qu'il existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\frac{A}{R} = \cos(\alpha)$ et $\frac{B}{R} = \sin(\alpha)$
   b) En déduire qu'on peut écrire $u = R\cos(\theta + \varphi)$ où $R > 0$ et $\varphi \in \mathbb{R}$.
   *Remarque :* $R$ est appelé amplitude de $u$, et $\varphi$ est appelé phase.
2. Pour tout $t \in \mathbb{R}$, on pose $x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(2t) + \frac{\sqrt{6}}{2}\sin(2t)$.
   Déterminez $R > 0$ et $\varphi \in \mathbb{R}$ tels que $x(t) = R\cos(2t + \varphi)$.

## Exercice 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations trigonométriques suivantes :

1. $\sin x + \cos x = 1$
2. $\sqrt{3}\cos x - \sin x = -1$
3. $\cos(2x) - \sqrt{3}\sin(2x) = 1$
4. $\sqrt{2}\cos(3x) + \sqrt{6}\sin(3x) = 2$
5. $\sin x - \cos x > 1$
6. $-3\sin(3x) + 3\sqrt{3}\cos(3x) < 3$
7. $1 - \cos 2x + \sin x \geq 0$

## Exercice 6 :

On veut montrer, sans dériver, que pour tout $x \geq 0$,
$$\arctan(x+1) - \arctan(x) = \arctan\left(\frac{1}{x^2 + x + 1}\right)$$

1. Soit $\theta = \arctan(x+1) - \arctan(x)$. Justifiez que $\theta \in ]0, \frac{\pi}{2}[$
2. Calculez $\tan(\theta)$ et conclure.