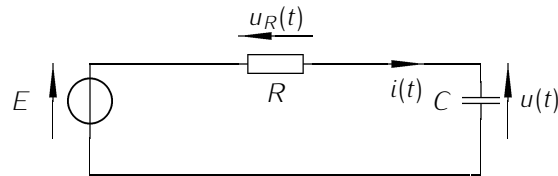


## DÉCHARGE FLASH

1. On retrouve le circuit  $RC$  classique :



2. Cf cours. On obtient  $\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}$  et donc  $u(t) = E \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right)$ .
3. En régime permanent  $u = E$ .
4.  $E_c = \frac{1}{2}CE^2$
5. On a  $q = cE$ . Cette charge est prélevée sur la batterie du flash. La notice technique fournit la charge totale contenue dans la batterie :  $Q_{tot} = 2\,000 \text{ mAh} = 7,2 \cdot 10^3 \text{ C}$  et il est indiqué que l'on peut utiliser le flash 650 fois avec une batterie. On considère que toute l'énergie du condensateur est utilisée lors du déclenchement d'un flash (ce qui sera justifié par la présence de la résistance  $r$  du circuit de rupture), si bien que l'on peut ainsi évaluer la charge portée par le condensateur chargé :

$$q = Q_{tot}/650$$

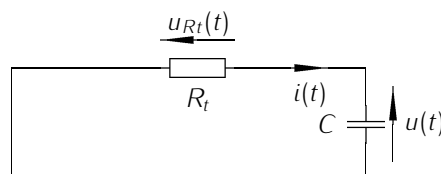
et la capacité du condensateur :

$$C = \frac{q}{E} = 37 \text{ mF}$$

6. La notice précise que le « temps de recharge entre les flashes » est inférieur à 1,5 s. La durée caractéristique de charge du condensateur vaut  $RC$ . Pour une charge à 99 %, on compte  $5\tau = 5RC$ , si bien que :  $R < \frac{T_{charge}}{5C} = 8,1 \Omega$ .

Le condensateur étant chargé, on déclenche le flash tout en maintenant l'interrupteur  $k$  ouvert.

7. Le montage le plus simple consiste à mesurer l'intensité lumineuse émise par le flash au cours du temps en utilisant un photorécepteur (une photodiode par exemple) relié à un oscilloscope. On veillera à mettre l'oscilloscope numérique en mode de déclenchement single et à régler le niveau de déclenchement (trigger level) afin d'enregistrer le signal au bon moment. On utilisera enfin les curseurs pour mesurer la durée du flash lumineux. Avertissement : il est déconseillé de démonter le flash de l'appareil photo pour effectuer des mesures électriques. Le circuit délivre en effet des hautes tensions et, même si la batterie est retirée, le condensateur peut encore être chargé, même partiellement. Un condensateur chargé à moitié, sous 150 V, peut se décharger dans le corps humain (dont la résistance est de l'ordre de 2 k $\Omega$ , moins s'il s'agit d'une main !) et délivrer un courant d'intensité de plusieurs centaines de mA, suffisante pour provoquer une fibrillation cardiaque irréversible !
8. On retrouve un circuit étudié en cours :



L'interrupteur  $K$  est en position 2 et l'interrupteur  $k$  reste ouvert. La tension aux bornes du tube, imposée par le condensateur chargé, vaut initialement 300 V, supérieure à la tension de 150 V permettant à la décharge d'apparaître. Le tube devient conducteur de résistance  $R_t$  et le condensateur se décharge en suivant l'équation différentielle (cf réponse libre du cours) :

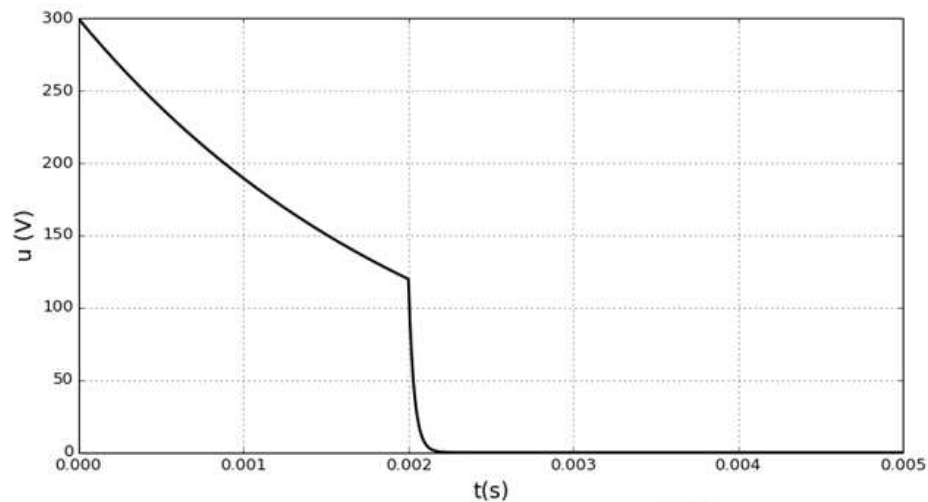
$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{R_t C} = 0$$

9. La résolution donne (cf cours)  $u(t) = E \exp\left(-\frac{t}{R_t C}\right)$ .

Le tube émet de la lumière tant que  $u(t) > U_0 = 50$  V. On appelle  $t_f$  l'instant tel que  $u(t_f) = U_0$  et à partir duquel le tube s'éteint, que l'on exprime par la relation :

$$R_t = \frac{t_f}{C \ln\left(\frac{E}{U_0}\right)}$$

10. En prenant  $t_f = 3,9$  ms, on trouve  $R_t = 59$  m $\Omega$ . Remarque : cette résistance est très faible comparée aux résistance que l'on rencontre habituellement en électrocinétique.
11. Par définitin  $u(t_f) = U_0$  et donc  $E_c(t_f) = \frac{1}{2}CU_0^2$ . L'énergie libérée est donc  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_c(t=0) - \mathcal{E}_c(t=t_f) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}CU_0^2 = 1,6$  kJ. La puissance libérée est  $P = \frac{\mathcal{E}}{t_f} = 4,1 \cdot 10^5$  W.
12. schéma. Lorsque l'interrupteur  $k$  est fermé par le circuit électronique de rupture, le condensateur continue de se décharger dans un conducteur ohmique de résistance équivalente  $R_{eq}$  telle que :  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{R_t}$ . Or  $r \ll R_t$  donc  $R_{eq} \simeq r$
13. On remarque que lorsque la tension  $u$  devient inférieure à  $U_0$ , le tube s'arrête, mais le condensateur continue de se décharger dans la résistance  $r$ . Quelle que soit la durée du flash, il faudra à chaque fois recharger le condensateur complètement pour l'utilisation suivante. Pour  $t < \Delta t$  le condensateur se décharge dans  $R_t$  avec la constante de temps  $\tau_1 = R_t C$ . Lorsque l'interrupteur  $k$  est fermé le condensateur se décharge dans  $r$  avec la constante de temps  $\tau_2 = rC \ll R_t C$ . On a donc l'allure suivante :



14. Comme expliqué plus haut, lorsque  $k$  est fermé le condensateur se décharge dans  $r$  et la tension  $u$  passe très rapidement sous le seuil  $U_0$  permettant au tube de s'éteindre. Ainsi  $\Delta t$  est bien la durée du flash. L'énergie libérée est donnée par

$$E = E_c(t=0) - E_c(t=\Delta t) = \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}CE^2 \exp\left(-2\frac{\Delta t}{R_t C}\right)$$

15. D'après les caractéristiques techniques la durée du flash va de  $1/300$  s à  $1/20\,000$  s, c'est-à-dire de  $\Delta t_1 = 3,3$  ms (pour le flash le plus long) à  $\Delta t_2 = 50$   $\mu$ s (pour le flash le plus court). Pour le flash le plus long, on trouve une énergie  $\mathcal{E}_\infty = 1,6$  kJ et une puissance  $P = \frac{\mathcal{E}_\infty}{\Delta t_1} = 4,8 \cdot 10^5$  W. Pour le flash le plus court, on trouve  $\mathcal{E}_2 = 76$  J avec une puissance  $\mathcal{P}_2 = 1,5 \cdot 10^6$  W. La puissance lumineuse de l'éclair est d'autant plus grande que le flash est bref, mais l'énergie lumineuse émise est aussi beaucoup plus faible lorsque le flash est plus court. Les photographes professionnels

peuvent ainsi modifier la quantité de lumière apportée par le flash en changeant la durée de celui-ci : plus un flash est long, plus la scène est éclairée (à condition que le temps d'exposition reste supérieur à la durée du flash).

16. On cherche à présent la tension d'alimentation  $E$  qui permettrait de libérer la même énergie lumineuse à chaque fois, soit  $\mathcal{E} = 1,6$  kJ (énergie maximale obtenue lorsque l'interrupteur  $k$  reste ouvert), quelle que soit la durée du flash.

D'après ce qui précède, on a directement :

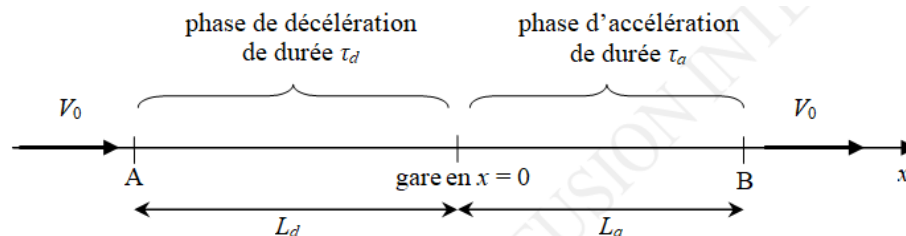
$$E = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{C \left(1 - \exp\left(-2\frac{\Delta t}{RC}\right)\right)}}$$

. Pour le flash le plus long, on trouve  $E_1 \simeq E$  ce qui est normal puisque le flash libère déjà pratiquement l'énergie maximale. Pour le flash le plus court, on obtient  $E_2 \simeq 1,4$  kV, soit une tension presque cinq fois supérieure à la tension précédente. Le circuit d'alimentation d'un flash peut fournir de telles hautes tensions grâce à un transformateur éleveur de tension. On pourra alors éclairer la scène avec la même quantité de lumière et observer l'effet de la durée du flash, notamment lorsque le sujet est en mouvement très rapide.

17. Dans le cas du flash court, le condensateur doit être chargé sous la tension  $E_2$  et donc porter la charge  $q_2 = CE_2 = 52$  C. La batterie contient une charge totale  $Q_{tot} = 7,2 \cdot 10^3$  C permettant ainsi de réaliser environ 140 flashes courts (au lieu des 650 flashes annoncés dans la notice).

## ARRÊT À UNE GARE

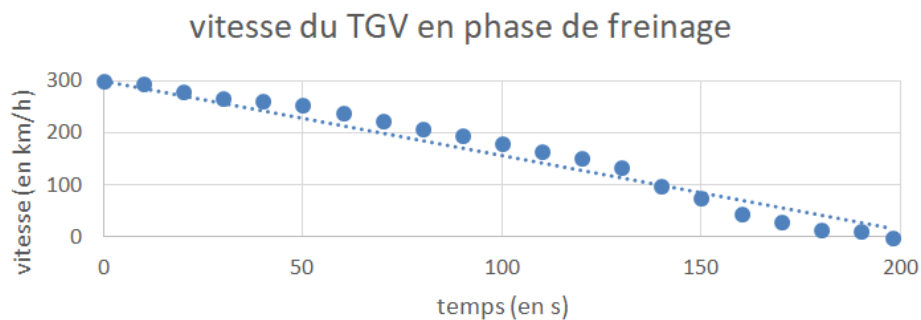
1. Faisons un schéma pour illustrer le problème :



Dans le cas où le TGV fait un arrêt à la gare située à l'abscisse  $x = 0$ , le temps que met le train pour aller du point  $A$  (où commence son freinage) au point  $B$  (l'endroit où il retrouve sa vitesse  $V_0$ ) vaut  $\tau_{total} = \tau_d + \tau + \tau_a$ , où  $\tau_d$  représente la durée de la phase de freinage et  $\tau_a$  celle d'accélération. Le freinage étant supposé se faire à décélération constante, notée  $a_d$ , la vitesse du TGV pendant cette phase vaut  $v(t) = v_0 - a_d t$  en fixant l'origine des temps quand le train est en  $A$ . Son abscisse vaut alors  $x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} a_d t^2 - L_d$  puisque  $x(t = 0) = -L_d$ . Le train s'arrête à la date  $\tau_d$  telle que  $v(\tau_d) = 0$ , d'où  $\tau_d = \frac{V_0}{a_d}$ . Il se trouve à cette date au niveau de la gare, donc  $x(\tau_d) = 0$ . On en déduit la relation  $L_d = \frac{V_0^2}{2a_d}$  et donc  $\tau_d = \frac{2L_d}{V_0}$ . Dans le cas où le TGV n'effectue pas d'arrêt, il parcourt la distance  $AB$  à la vitesse  $V_0$ . Il effectue ce trajet en une durée  $\tau_{V_0} = \frac{L_d + L_a}{V_0}$ . Il reste à calculer la distance  $L_a$  parcourue pendant la phase d'accélération. En refixant l'origine des temps au moment du redémarrage du train, sa vitesse vaut  $v(t) = a_a t$  et son abscisse  $x(t) = \frac{1}{2} a_a t^2$ . Le train atteint le point  $B$  lorsque sa vitesse atteint  $V_0$ , donc à la date  $\tau_a = \frac{V_0}{a_a}$ , d'où  $x(\tau_a) = L_a = \frac{V_0 \tau_a}{2}$ . L'arrêt à la gare fait augmenter la durée du trajet du TGV de  $\Delta\tau = \tau_{total} - \tau_{V_0}$ . Après remplacement et simplification, on obtient

$$\Delta\tau = \frac{L_d}{V_0} + \tau + \frac{\tau_a}{2}$$

Avec  $V_0 = 300$  km/h, on trouve  $\Delta\tau = 7$  min 50 s. Ainsi, un arrêt de 3 minutes à une gare sur une ligne à grande vitesse fait augmenter la durée du trajet pour les gares suivantes de presque 8 minutes, ce qui justifie le nombre restreint d'arrêts intermédiaires sur les grandes lignes nationales de TGV.



2.

- On constate que la décélération est significativement plus forte entre 130 s et 160 s environ. En pratique, il s'agit d'une phase où le conducteur du train actionne les freins à disque. Vers la fin, la décélération diminue car le conducteur adapte le freinage sur les dernières centaines de mètres de manière à ce que le train s'arrête à l'endroit voulu sur le quai de la gare. L'hypothèse d'une décélération constante est globalement satisfaisante, même si l'on constate un écart qui va légèrement modifier la valeur de  $\Delta\tau$ .
- On approche l'aire sous la courbe à la somme des aires des trapèzes de hauteur  $T_e$  et de bases  $V(t_k)$  et  $V(t_{k+1})$ . On obtient alors :

$$L_d = \left( \frac{v(t_0)}{2} + \sum_{k=1}^{19} v(t_k) + \frac{v(t_{20})}{2} \right) T_e,$$

On trouve  $L_d = 9,1$  km...

- ...ce qui est conforme à la distance de 9 km environ issue de la capture d'écran, grâce à l'échelle affichée (5km) et à la mesure à la règle graduée de la distance entre les icônes représentant le TGV et la gare.
- On estime à nouveau  $\Delta\tau$ , on trouve 7 min 30 s. C'est-à-dire environ 20 s de moins que la première estimation. On trouve une valeur plus faible car, comme on le voit sur le graphe de  $V(t)$ , la vitesse du TGV lors de la phase de freinage est la plupart du temps plus grande que sa valeur théorique où l'on suppose une décélération constante.

## ÉTUDE D'UN CD

- Le départ de la piste est tel que  $r(\theta = 0) = r_0$  d'où  $B = r_0$ . Par définition du pas  $r(\theta + 2\pi) = r(\theta) + p$ . On a donc  $2\pi A = p$  et  $A = \frac{p}{2\pi}$ .
- $\theta_1$  est défini par  $r_1 = r_0 + \frac{p\theta_1}{2\pi}$  soit  $\theta_1 = \frac{2\pi(r_1 - r_0)}{p}$ .
- En coordonnées polaire  $\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ , donc  $v_r = \dot{r}$  et  $v_\theta = r\dot{\theta}$ .
- La norme du vecteur vitesse du spot laser est égale à la vitesse de défilement donc  $V_0 = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$ . On note  $T$  le temps que met le CD pour faire un tour sur lui-même. Sur ce laps de temps,  $r$  augmente de  $p$  et  $\theta$  augmente de  $2\pi$ . La vitesse radiale est donc de l'ordre de  $v_r \simeq \frac{p}{T}$ . Puisque  $r$  est supérieur à  $r_0$  et que  $p \ll r_0$ , la variation relative de  $r$  sur un tour est très faible devant l'unité. La vitesse orthoradiale est donc de l'ordre de  $v_\theta \simeq \frac{2\pi r}{T}$ , puisque l'on peut négliger la variation de  $r$ . Ainsi,  $\frac{v_r}{v_\theta} = \frac{p}{2\pi r} < \frac{p}{2\pi r_0} \simeq 10^{-5}$ . L'inégalité  $v_r \ll v_\theta$  entraîne bien  $v_\theta \simeq V_0$ .

5. La longueur de la piste de lecture est donnée par

$$L = \int_{\text{début}}^{\text{fin}} |d\vec{OM}|$$

or  $d\vec{OM} \simeq r d\theta \vec{e}_\theta$  ainsi :

$$L = \int_0^{\theta_1} r d\theta$$

6. On peut calculer l'intégrale directement, soit en faisant un changement de variable.

Méthode directe :

$$L = \int_0^{\theta_1} r_0 + \frac{p}{2\pi} \theta d\theta = \left[ r_0 \theta + \frac{p\theta^2}{4\pi} \right]_0^{\theta_1} = \theta_1 \left( r_0 + \frac{p\theta_1}{4\pi} \right) = \frac{2\pi}{p} (r_1 - r_0) \left( r_0 + \frac{r_1 - r_0}{2} \right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{2\pi}{p} (r_1 - r_0) \left( \frac{r_1 + r_0}{2} \right) = \boxed{\frac{\pi(r_1^2 - r_0^2)}{p}}$$

Méthode avec changement de variable :  $r = r_0 + \frac{p}{2\pi} \theta \Rightarrow dr = 0 + \frac{p}{2\pi} d\theta \Rightarrow d\theta = \frac{2\pi}{p} dr$  d'où

$$L = \int_{\theta_0}^{\theta_1} r d\theta = \int_{r_0}^{r_1} r \frac{2\pi}{p} dr = \frac{2\pi}{p} \left[ \frac{r^2}{2} \right]_{r_0}^{r_1} = \frac{\pi(r_1^2 - r_0^2)}{p}$$

7. On calcule numériquement  $L = 5,4$  km avec les paramètres de l'énoncé. La piste est parcourue à vitesse constante  $v$  soit un temps de lecture  $T = \frac{L}{v}$ . Numériquement  $T = 4,5 \cdot 10^3$  s  $\boxed{= 74 \text{ min}}$ . Petite anecdote historique : les premiers prototypes de CD, développés par l'entreprise japonaise SONY, possédaient un diamètre de 11,5 cm et une durée d'enregistrement de 60 minutes. Cependant, le patron de SONY de l'époque, Norio Ohga, grand amateur de musique classique, avait promis à son ami Herbert van Karajan, un chef d'orchestre réputé, que sa version de la 9ème symphonie de Beethoven enregistrée au festival de Bayreuth (en Bavière) en 1951 allait pouvoir tenir dans un seul CD, l'enregistrement du concert durant... 74 minutes ! Cette contrainte obligea notamment les ingénieurs à augmenter le diamètre du disque à 12 cm.

Le CD comporte  $8 \times 650 \cdot 10^6 = 5,2 \cdot 10^9$  bits répartis le long de  $L = 5,4$  km, un bit a donc une taille  $a = 1 \mu\text{m}$ .

8.  $\dot{\omega} = -\gamma_0$  d'où  $\omega(t) = -\gamma_0 t + \omega_0$

$\omega(t_1) = 0$  quand le disque s'arrête soit  $\gamma_0 = \frac{\omega_0}{t_1} = 3,1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$  (attention à l'unité) avec une vitesse initiale de  $\omega_0 = \frac{300\pi}{60} = 31 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

D'où  $\theta(t) = -\gamma \frac{t^2}{2} + \omega_0 t$  si on prend  $\theta(0) = 0$  comme origine des angles.

A.N.  $\theta(t_1) = 155$  rad soit 25 tours.

9. On déduit la masse surfacique  $\boxed{\sigma = \frac{m}{S} = 0,14 \text{ g/cm}^2 = 1,4 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^2}$ . (Le CD n'est pas homogène, mais on fait une estimation donc tant pis, on estimera que la masse surfacique moyenne que l'on vient de calculer est la même partout.)

10. Le CD décrit une trajectoire circulaire presque uniforme comme nous l'avons vu plus haut. On en déduit que son accélération est  $a = r\omega^2$ . Soit dans le cas d'un lecteur 32X :  $a = 1,4 \times 10^5 \text{ m/s}^2$ .

Q1 11. D'après la seconde loi de Newton :  $F = ma = \sigma a = 1,4 \times 10^{-6} \times 1,4 \times 10^5 = 0,20$  N. Or  $P = mg$  donc  $F/P = a/g = 1,4 \times 10^4$ . La force nécessaire à maintenir le mouvement uniforme est donc considérable (plus de 10 000 fois supérieur au poids) ce qui explique que certains CD puissent exploser lorsque les vitesses de rotations sont trop importantes.

## MESURE D'UNE FORCE DE FROTTEMENT

1. On remarque que, contrairement à une chute libre sans frottement, la vitesse n'augmente pas de façon linéaire dans le temps. Elle devient constante après un certain temps. Les frottements de l'air ne sont donc pas négligeables.
2. Le pointage vidéo du centre des ballons est précis à 1 pixel près. Cette erreur se répercute lors de l'estimation de la vitesse  $v \simeq \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$  et se manifeste sous la forme de paliers.
3. On lit sur les graphique  $v_{lim}(m_1) = 4,9 \pm 0,7 \text{ m.s}^{-1}$  et  $v_{lim}(m_2) = 7 \pm 0,7 \text{ m.s}^{-1}$ .
4. schéma
5. Frottement en  $-\alpha\vec{v}$

(a) On étudie le ballon dans un référentiel local galiléen. Il est soumis à son poids  $\vec{p} = m\vec{g} = mg\vec{e}_z$  et aux frottements  $f = -\alpha\vec{v} = -\alpha(\dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z)$ . D'après la seconde loi de Newton :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{f}$$

$$\text{Soit en projection dans la base d'étude : } \begin{cases} m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} \\ m\ddot{y} = -\alpha\dot{y} \\ m\ddot{z} = mg - \alpha\dot{z} \end{cases}$$

- (b)  $x = 0$  et  $y = 0$  sont les solutions évidentes des deux équations différentielles (compte tenu des conditions initiales). Le mouvement est donc uniquement selon l'axe ( $Oz$ ).
- (c) En régime permanent  $\ddot{z} = 0$  et  $v_{lim} = \dot{z} = \frac{mg}{\alpha}$ .
6. On étudie le ballon dans un référentiel local galiléen. Il est soumis à son poids  $\vec{p} = m\vec{g} = mg\vec{e}_z$  et aux frottements  $f = -\alpha\vec{v} = -\alpha(\dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z)$ . D'après la seconde loi de Newton :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{f}$$

$$\text{Soit en projection dans la base d'étude : } \begin{cases} m\ddot{x} = -\alpha\dot{x} \\ m\ddot{y} = -\alpha\dot{y} \\ m\ddot{z} = mg - \alpha\dot{z} \end{cases} \quad x = 0 \text{ et } y = 0 \text{ sont les solutions}$$

évidentes des deux équations différentielles (compte tenu des conditions initiales). Le mouvement est donc uniquement selon l'axe ( $Oz$ ). En régime permanent  $\ddot{z} = 0$  et  $v_{lim} = \dot{z} = \sqrt{\frac{mg}{\beta}}$ .

7. Pour la loi linéaire on s'attend à  $\frac{v_{lim}(m_2)}{v_{lim}(m_1)} = 2$ . Pour la loi quadratique, on s'attend à  $\frac{v_{lim}(m_2)}{v_{lim}(m_1)} = \sqrt{2}$ .
8. Expérimentalement, on trouve  $\frac{v_{lim}(m_2)}{v_{lim}(m_1)} = 1,42$ , les frottements semblent donc être en  $-\beta v\vec{v}$ . Pour en être certaine, il faudrait calculer l'écart-normalisé.
9. On trouve  $\beta = \frac{mg}{v_{lim}^2} \simeq 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-1}$ .