

TP 9

OSCILLATEUR A PONT DE WIEN

Question 9 : En supposant un régime sinusoïdal établi, démontrer que : $\underline{v}_s(1 - \underline{GH}) = 0$.

A quelle condition pourra-t-on avoir un signal de sortie non nul ?

On a : $\underline{v}_s = \underline{G}\underline{v}_e$ et $\underline{v}_e = \underline{u}_s = \underline{H}\underline{u}_e = \underline{H}\underline{v}_s$

Donc : $\underline{v}_s = \underline{GH}\underline{v}_s$

Finalement : $\underline{v}_s(1 - \underline{GH}) = 0$

On aura un signal de sortie $\underline{v}_s \neq 0$ si : $\underline{GH} = 1$

Question 10 : En déduire la valeur G_0 que doit avoir le gain G et la fréquence f des oscillations.

On a : $G = \frac{1}{\underline{H}} = 3 + j\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right) \Rightarrow \underline{G} = G_0 = 3$ et $f = f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

Question 11 : D'où vient l'énergie de ce signal ?

L'énergie provient de l'alimentation +15V/-15V de l'ALI.

Question 12 : A partir de la relation $\underline{v}_s(1 - \underline{GH}) = 0$ et en utilisant l'équivalence entre $j\omega$ et l'opération de dérivation par rapport au temps, montrer que $v_s(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} + \frac{3-G}{RC} \frac{dv_s}{dt} + \frac{1}{(RC)^2} v_s = 0$$

$$\underline{v}_s(1 - \underline{GH}) = 0 \Rightarrow \underline{v}_s \left(1 - G \frac{1}{3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{v}_s \left(3 + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right) - G\right) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{v}_s(3 - G) + jRC\omega \underline{v}_s + \frac{1}{jRC\omega} \underline{v}_s = 0$$

$$\Rightarrow j\omega \underline{v}_s(3 - G) - RC\omega^2 \underline{v}_s + \frac{1}{RC} \underline{v}_s = 0 \quad \text{en multipliant par } j\omega$$

En notation complexe : $j\omega \Leftrightarrow \frac{d}{dt}$ et $-\omega^2 \Leftrightarrow \frac{d^2}{dt^2}$

Donc : $\frac{dv_s}{dt}(3 - G) + RC \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{RC} v_s = 0$

Et finalement : $\frac{d^2 v_s(t)}{dt^2} + \frac{3-G}{RC} \frac{dv_s}{dt} + \frac{1}{(RC)^2} v_s = 0$

Question 13 : Retrouver les résultats de la question 10. A quelles conditions y-a-t-il une amplification pseudo-périodique de $v_s(t)$. Quelle est l'expression de la constante de temps τ ?

Oscillations purement sinusoïdales si : $\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{(RC)^2} v_s = 0 \Rightarrow G = G_0 = 3$ et $f = f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

Amplification pseudo-périodique si $3 - G < 0$ et un discriminant négatif pour l'équation caractéristique.

Solution pseudo-périodique avec terme en $e^{-\frac{3-G}{2RC}t}$. La constante de temps est donc : $\tau = \frac{2RC}{G-3}$