

## OPHY5 Interféromètre de Michelson

### I Angle du coin d'air

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air. On voit une quarantaine de franges rectilignes sur les 1,5 cm de largeur du miroir. En déduire une **estimation** de l'angle du coin d'air. Que se passe-t-il si on augmente cet angle ?

### II lame d'air

On considère un interféromètre de Michelson réglé au contact optique et éclairé avec une radiation de longueur d'onde  $\lambda = 546,1$  nm dans le vide.

À partir de cette situation on déplace un des miroirs, parallèlement à son plan, de 1,1 mm.

- Quelle est la nature de la figure d'interférences ?
- Quel est l'ordre d'interférence au centre de la figure ?
- On place en sortie une lentille de distance focale  $f' = 1,00$  m. Calculer les rayons des trois premiers anneaux brillants.

### III Mesure de l'épaisseur d'une lame mince

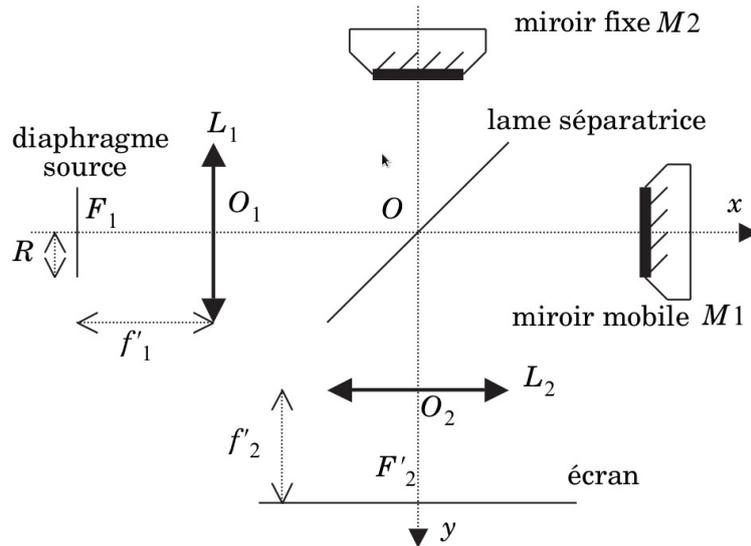
On interpose sur le trajet du miroir  $M_1$  d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air une très mince lame transparente d'indice  $n = 1,52$  et d'épaisseur  $\ell$  inconnue, et ce parallèlement au miroir. On observe un défilement de 36 franges avec la raie verte du cadmium  $\lambda = 509$  nm. Que vaut  $\ell$  ? Estimer la précision de la mesure.

### IV Observation d'anneaux avec l'interféromètre de Michelson. D'après Centrale TSI

L'interféromètre est éclairé par une source étendue réalisée à l'aide d'un diaphragme ayant la forme d'un disque de rayon  $R$  et d'axe  $Ox$ . Ce diaphragme intercepte une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 550$  nm. Il est placé dans le plan focal objet d'une lentille mince convergente  $L_1$  de focale  $f'_1 = 10$  cm et d'axe  $Ox$ .

On observe la figure d'interférence sur un écran situé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente  $L_2$  de focale  $f'_2 = 50$  cm et d'axe  $Oy$ . L'ensemble est placé dans l'air, dont l'indice est pris égal à 1.

1. On observe des anneaux sur l'écran. En déduire l'orientation relative des deux miroirs.
2. La zone éclairée de l'écran est un disque de rayon  $R' = 5,0$  cm. Que vaut  $R$  ?
3. On chariote le miroir  $M_1$  (translation dans la direction  $Ox$ ) jusqu'à l'obtention d'un éclairage uniforme sur l'écran. Comment s'appelle cette situation ?
4. À partir de la position précédente, on chariote maintenant  $M_1$  d'une distance  $e$  dans le sens des  $x$  croissants. On observe à nouveau des anneaux.
  - 4-a Établir l'expression de la différence de marche  $\delta$  entre les deux ondes qui interfèrent en un point  $M$  de l'écran, repéré par l'angle  $i$  que fait  $O_2M$  avec l'axe  $Oy$ . On exprimera le résultat à l'aide de  $e$  et de l'angle  $i$ .



- 4-b On relève le rayon du premier anneau sombre à partir du centre de la figure :  $r_1 = 1,5$  cm et celui du neuvième anneau sombre :  $r_9 = 4,8$  cm . Calculer numériquement  $e$  .
- 4-c Quel est le rayon du deuxième anneau sombre ?
- 4-d On constate que l'intervalle entre les anneaux successifs se resserre quand on passe du centre au bord de la figure d'interférences. Expliquer ce phénomène.
5. On translate progressivement le miroir  $M_1$  en accroissant  $e$  .
- 5-a Prévoir en l'expliquant le sens de défilement des anneaux.
- 5-b Expliquer comment évolue le nombre d'anneaux observables sur l'écran.

## V

On considère un interféromètre de Michelson réglé afin d'observer des anneaux d'interférence sur un écran ( $E$ ) placé dans le plan focal d'une lentille convergente ( $L$ ). On notera  $f'_0$  la distance focale de cette lentille et  $e$  la distance entre les deux miroirs de l'interféromètre  $M_1$  et  $M_2$ . Un détecteur ponctuel est placé au centre  $O$  du système d'anneaux. Il délivre un signal électrique  $u$  proportionnel à l'éclairement  $\mathcal{E}$  qu'il reçoit.

L'accroissement de  $e$  par translation du miroir ( $M_1$ ) entraîne une variation du chemin optique en  $O$  et par conséquent, un défilement des anneaux. Le déplacement de ( $M_1$ ) est effectué à vitesse constante  $v$ . L'interféromètre est tout d'abord éclairé par une source ponctuelle, monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda = 600$  nm.

- Déterminer la différence de marche  $\delta(t)$  en  $O$ , en fonction de  $v$ . À  $t = 0$ , l'interféromètre est au contact optique.
- Représenter l'interférogramme  $\mathcal{E}(t)$ . Déterminer la fréquence  $f_0$  et la période  $T_0$  de scintillement des anneaux.

L'interféromètre est maintenant éclairé par une source émettant, avec la même intensité, deux ondes monochromatiques de pulsations  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  voisines de la pulsation moyenne  $\lambda_0 = 600$  nm avec  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \ll \lambda_0$ .

- Représenter l'interférogramme  $\mathcal{E}(t)$ . Montrer que son expression diffère de l'éclairement de la question précédente par un facteur qui sera précisé.
- Exprimer le contraste  $C(t)$  de la figure. Comment sont nommés les points correspondant à un contraste nul ?

- Entre deux annulations successives de la visibilité des franges, 1000 scintillements sont comptabilisés par la photodiode en  $O$ . Déterminer puis calculer l'écart  $\Delta\lambda$  entre les deux longueurs d'onde.

## VI Interféromètre de Michelson avec un miroir sphérique

On considère un interféromètre de Michelson comportant un miroir non parfaitement plan et assimilé à un miroir sphérique convexe ( $M_1$ ) de rayon de courbure  $R = 10,0$  m. L'image ( $M_1'$ ) de ce miroir par la séparatrice est tangente au miroir plan ( $M_2$ ), conformément au schéma ci-après. L'interféromètre est éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 630$  nm.



On observe la figure d'interférence dans le plan conjugué de ( $M_2$ ) par rapport à la lentille ( $\mathcal{L}$ ) de courte focale. Ce plan est situé loin de la lentille (ce que ne montre pas la figure ci-dessus pour des raisons d'encombrement) et le grandissement transversal est  $\gamma = 5$ .

- Obtient-on des franges d'égale épaisseur ou d'égale inclinaison ? Comment doit-on placer la source étendue ?
- Déterminer les rayons des franges brillantes successives observées sur l'écran.
- Si les miroirs ont un diamètre de 2 cm, quelle est la valeur maximale du rayon de courbure que l'on peut détecter ?

## VII Détection de très faibles variations d'indice !

On utilise un interféromètre réglé en coin d'air avec  $\alpha = 10^{-3}$  rad, éclairé en lumière monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda = 590$  nm, avec une source étendue en éclairage quasi-parallèle, et incidence quasi-normale sur les miroirs.

Dans l'un des bras de l'interféromètre, on intercale une cuve parallélépipédique de hauteur  $c$  (l'interféromètre étant horizontal!) de longueur  $a = 1$  cm. Cette cuve contient un solvant d'indice  $n_0$  et des cristaux d'une substance soluble ; du fait que la concentration en soluté varie selon la verticale l'indice optique du liquide dans le tube varie très légèrement avec  $z$  selon une loi de la forme  $n(z) = n_0 + n_1 \exp(-z^2/d^2)$ , où  $n_1 \simeq 10^{-4}$  est une constante et  $d$  est une distance augmentant lentement dans le temps.

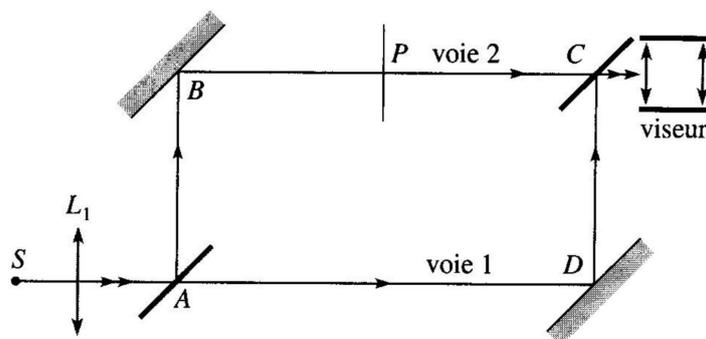
Dans l'autre bras on intercale une cuve compensatrice identique contenant uniquement le solvant. On admettra que les rayons lumineux traversent les cuves sous incidence normale sur une épaisseur  $a$  et que les autres dimensions de la cuve sont suffisantes pour couvrir tout le champ d'observation.

- Établir l'expression de la différence de marche en un point  $M$  situé à l'abscisse  $x$  (comptée à partir de l'arête des deux miroirs) et d'altitude  $z$ , en fonction de  $\alpha$ ,  $x$ ,  $n(z) - n_0$  et  $a$ .

2. On fait l'image du coin d'air sur un écran avec un grandissement  $\gamma = -10$ .
  - 2-a Donner l'équation de la frange brillante d'ordre  $m$  en notant  $x'$  et  $z'$  les coordonnées du point courant  $M'$  de l'écran.
  - 2-b On appelle interfrange  $i$  la distance entre deux franges brillantes successives lorsque  $z' \gg |\gamma|d$ . Évaluer numériquement  $i$ . Quel est, en interfrange, la déviation maximale des franges parallèlement à  $\vec{u}_x$  ?
3. Représenter les franges observées :
  - En début d'expérience, lorsque  $d \ll c$
  - En milieu d'expérience, lorsque  $d \simeq c$
  - En fin d'expérience, lorsque  $d \gg c$

## VIII Un autre exemple d'interféromètre à division d'amplitude, l'interféromètre de Mach-Zender

On considère l'interféromètre de Mach-Zender représenté ci-dessous.



Remarque (ajout personnel par rapport à l'énoncé original) : on supposera qu'en distance  $CD > CP \dots$ )

1.  $I_0$  étant l'intensité de la source, quelle est l'intensité des deux ondes qui interfèrent ?
2. La source monochromatique ( $S$ ) de longueur d'onde  $\lambda_0$  est au foyer de la lentille  $L_1$ . L'appareil est réglé comme indiqué ci-dessus. Un viseur, situé en sortie de l'appareil, permet d'observer l'image du plan  $P$ . Qu'observe-t-on ?
3. On place sur le plan  $P$  une petite lame carrée d'indice  $n$  à faces parallèles d'épaisseur  $e$ . Que voit-on sur l'écran ? Calculer le contraste défini ici par  $\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max}}$ .
4. Pour détecter de très faibles variations de phase, il est préférable d'opérer sur fond noir. Pourquoi ?
5. La séparatrice peut subir une translation suivant  $CD$ . Quelle valeur faut-il donner à cette translation pour que l'écran soit noir en l'absence de lame ?
6. La lame étant enlevée, on tourne le miroir  $D$  d'un petit angle  $\alpha$ . Décrire le système de franges obtenu. Déterminer  $\alpha$  si l'interfrange est de 0,25 mm pour  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ . Que se passe-t-il si on introduit à nouveau la lame à faces parallèles ?
7. Expliquer pourquoi la frange centrale  $p = 0$  ne peut se repérer qu'en lumière blanche. Le viseur est muni d'un oculaire micrométrique. En lumière blanche le décrochement de la frange centrale due à la lame correspond à 89 divisions. En lumière monochromatique ( $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ ), l'interfrange est mesuré par 5 divisions. En déduire l'épaisseur de la lame d'indice  $n = 1,5$ .

## IX Interféromètre de Michelson et détecteur de mouvement. D'après Centrale TSI 2009

Cf. énoncé en annexe.

## X Contrôle d'épaisseur d'une lame. D'après Mines Ponts MP 2013

Cf. énoncé en annexe.

### Eléments de réponses

I  $\alpha = 8.10^{-4} \simeq 2,75'$

II

— Anneaux d'interférences, irrégulièrement espacés.

—  $p(0) = \frac{2e}{\lambda} = 4028,57$

—  $\rho_1 = 1,68 \text{ cm}$ ,  $\rho_2 = 2,79 \text{ cm}$ ,  $\rho_3 = 3,57 \text{ cm}$

III  $l = 17,6 \mu\text{m}$ . Une erreur d'un demi interfrange correspond à  $0,2 \mu\text{m}$ !

IV

1. lame d'air : miroirs orthogonaux.

2.  $R' = \frac{f_2'}{f_1'} R = 1 \text{ cm}$ .

3. Contact optique

4. 4-a  $\delta = 2e \cos i$

4-b  $e = \frac{8\lambda f_2'^2}{r_3^2 - r_1^2} = 0,53 \text{ mm}$

4-c  $r_2^2 = \sqrt{r_1^2 + \frac{\lambda f_2'^2}{e}} = \sqrt{r_1^2 + \frac{r_3^2 - r_1^2}{8}} = 2,2 \text{ cm}$

5. 5-a Des anneaux apparaissent au centre.

5-b Variation de l'ordre d'interférence entre le centre et le bord  $\Delta p = \frac{e}{\lambda} \frac{R'^2}{f_2'^2}$ , fonction croissante de  $e$ , donc on voit plus d'anneaux.

VII

1.  $\delta = 2\alpha x + 2a(n(z) - n_0)$

2. 2-a  $x' = -\gamma \frac{m\lambda_0 - 2an_1 e^{-\frac{z}{\gamma^2 d^2}}}{2\alpha}$

2-b  $i = 3 \text{ mm}$ ,  $3,4 \text{ i}$ .

X

1.  $d_i = \frac{|\gamma|\lambda_0}{2\varepsilon}$  avec  $\gamma = -\frac{F'A'}{f'} = -46/4 = -11,5$ .  $d_i = 1,75 \text{ mm}$ .

2.  $u = \frac{|\gamma|e}{\varepsilon}$ ,  $e = \frac{u\varepsilon}{|\gamma|} = 89 \text{ nm}$ .

3. Franges rectilignes, interfrange plus petit. Décroché inchangé.

4. Interfrange diminue, décroché aussi.

5. Observation se fait à l'infini.

6.  $L = -\frac{d}{n-1}$ .

7.  $\Delta\lambda = \frac{10\lambda_m^2}{2(e_{11} - e_1)} = \Delta\lambda = 0,594 \text{ nm}$ .

On considère un interféromètre de Michelson dont le schéma simplifié est donné par la figure 2. On admettra que l'ensemble constitué par la séparatrice et la compensatrice se comporte comme une lame séparatrice idéale sans absorption et d'épaisseur nulle. Dans cette figure l'axe  $Oy$  est horizontal tandis que l'axe  $Ox$  est orienté selon la verticale descendante.

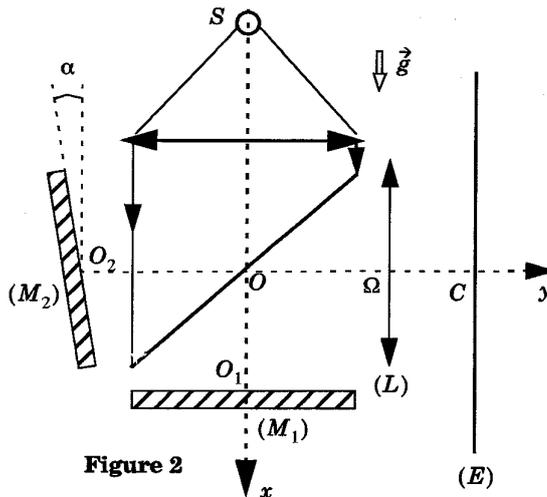


Figure 2

La source  $S$ , peu étendue, est monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$ . Elle est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de telle sorte que le miroir  $(M_1)$  est éclairé sur toute sa surface sous une incidence quasi normale. Le miroir  $(M_1)$  est perpendiculaire à l'axe  $Ox$  tandis que le miroir  $(M_2)$  fait un léger angle  $\alpha$  avec la verticale comme indiqué sur la figure 2. On note  $O_1$  et  $O_2$  les points d'intersection respectifs des miroirs  $(M_1)$  et  $(M_2)$  avec les axes  $Ox$  et  $Oy$ . La distance  $OO_1$  sera notée  $L_1$  et la distance  $OO_2$  sera notée  $L_2$ . Les miroirs sont disposés de façon à ce que  $e = L_1 - L_2 = 0$ .

$(L)$  est une lentille convergente de centre  $\Omega$  et de distance focale image  $f = 15 \text{ cm}$  dont l'axe optique est confondu avec  $Oy$ .  $(E)$  est un écran dont le centre  $C$  est situé sur l'axe  $Oy$ .

**IA -** Déterminer la figure d'interférences. On précisera en particulier la localisation de la figure d'interférences, la forme de la figure et on déterminera l'expression de l'interfrange  $i$  en fonction de  $\lambda$  et  $\alpha$ .

**IB -** On désire observer la figure d'interférences sur l'écran  $(E)$  avec un grandissement de 1 en valeur absolue. Comment faut-il positionner la lentille  $(L)$  et l'écran  $(E)$  en sortie du Michelson ? Calculer numériquement les distances  $O_2\Omega$  et  $\Omega C$ .

**IC -** Donner l'expression de l'éclairement lumineux sur l'écran en fonction de  $x$  et  $i$ . On notera  $\xi_0$  l'éclairement maximum de la figure. Où est située la frange brillante d'ordre 0 ?

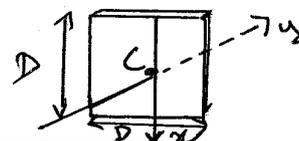
**LD -** On déplace le miroir  $(M_1)$  d'une petite distance  $d$  vers le bas (dans le sens des  $x$  croissants). Indiquer précisément comment est modifiée la figure d'interférences. De quelle distance minimale  $d_{\min}$  faut-il déplacer  $(M_1)$  pour que la frange en  $C$  devienne sombre ? Donner la nouvelle expression de l'éclairement sur l'écran.

**LE -** On replace le miroir  $(M_1)$  en  $O_1$ , position pour laquelle  $e = 0$ . À un instant  $t$  pris comme origine des temps on déplace vers le bas le miroir  $(M_1)$  avec une vitesse  $v$  constante. Quel est le premier instant  $t_1$  pour lequel la frange centrale devient sombre ? Donner en fonction de  $\lambda$  et de  $v$  l'expression des instants successifs  $t_n$  pour lesquels la frange centrale est sombre. À quelle vitesse et dans quel sens se déplacent les franges sur l'écran ?

Dans toute la suite on supposera que l'emploi d'un laser pour confectionner la source  $S$  permet d'observer des interférences même pour un déplacement du miroir  $(M_1)$  sur des distances relativement importantes.

On remplace l'écran par un détecteur. Ce détecteur est constitué par un parallélépipède de faible épaisseur  $\alpha$  et de largeur et longueur égales toutes deux à  $D$ .

**IF -** Le miroir  $(M_1)$  étant placé en  $O_1$  on veut pouvoir observer exactement un nombre entier  $N$  de franges brillantes et  $N$  franges sombres sur le détecteur. Comment faut-il choisir la valeur de l'angle  $\alpha$  ? On déplace le miroir  $(M_1)$  d'une petite distance  $d$  vers le bas. Le nombre de franges visibles sur le détecteur varie-t-il ?



**Application numérique :** on désire  $N = 20$ . Calculer  $\alpha$ .

### III. — Contrôle d'épaisseur de certaines pièces

Pour une bonne mise au point mécanique et aérodynamique du dragster, il est important de contrôler précisément certaines épaisseurs, on utilise pour cela des dispositifs interférentiels. La première mesure consiste en la vérification de l'épaisseur d'un dépôt métallique opaque destiné à protéger certaines pièces, la seconde est la mesure de l'épaisseur d'une pièce en verre et donc transparente.

#### III.A. — Contrôle d'épaisseur d'un dépôt métallique

On éclaire une lame de verre semi-réfléchissante, supposée infiniment fine, et formant un angle  $\varepsilon = 0,1^\circ$  avec une plaque réfléchissant totalement la lumière sur laquelle le dépôt métallique a été effectué. L'éclairement est assuré par une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ . L'incidence est quasi normale. Le dépôt est assimilable à un parallélépipède métallique opaque d'épaisseur constante posé au contact de la lame réfléchissante. L'ensemble est représenté sur la partie gauche de la figure 6.

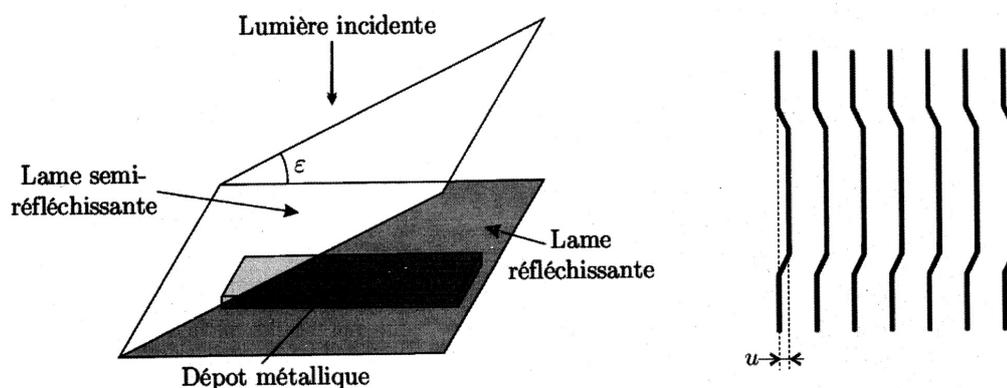


FIGURE 6 – Dispositif optique et franges observées sur l'écran

Au voisinage des lames, on observe des franges non rectilignes, on dit qu'elles sont « décrochées ». Ces franges sont observées sur un écran placé à 50 cm d'une lentille convergente de distance focale  $f' = 4 \text{ cm}$ . Elles sont représentées sur la partie droite de la figure 6.

- 19 — Déterminer l'expression de l'interfrange  $d_i$  observée sur l'écran dans la zone où le dépôt est absent. On exprimera  $d_i$  en fonction de  $\lambda_0$ ,  $\varepsilon$  et du grandissement  $\gamma$  de la lentille et on calculera sa valeur numérique.
- 20 — Expliquer ce que l'on observe sur l'écran (présence du décroché) et montrer que l'épaisseur  $e$  du dépôt métallique dépend de la valeur  $u$  du décroché mesurée sur l'écran (partie droite de la figure 6). On explicitera la relation entre  $e$ ,  $u$  et d'autres paramètres utiles de l'expérience. On mesure  $u = 0,59 \text{ mm}$  sur l'écran, quelle est la valeur numérique de l'épaisseur du dépôt ? On commentera ce résultat.
- 21 — Qu'observe-t-on sur l'écran si on remplace l'air par de l'eau dans la même expérience. Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.
- 22 — Qu'observe-t-on sur l'écran si l'on augmente l'angle  $\varepsilon$ . Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

### III.B. — Mesure de l'épaisseur de la pièce transparente

La pièce transparente dont on veut déterminer l'épaisseur  $L$  est une lame de verre homogène. On utilise un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de sodium dont on a isolé le doublet jaune de longueur d'onde moyenne  $\lambda_m = 589,3$  nm. On considère dans un premier temps cette source comme monochromatique. Il est configuré pour l'observation d'anneaux d'égal inclinaison. On se place au contact optique (teinte plate). On introduit la lame à mesurer devant le miroir mobile  $M_2$ , à son contact. On translate  $M_2$  en l'éloignant de la lame. Des anneaux finissent par être visibles. On continue de charioter de façon à retrouver une teinte plate (à ne pas confondre avec une antioïncidence), et l'on note la position du chariot. Soit  $d$  la distance de chariotage depuis le contact optique. A la longueur d'onde moyenne du doublet jaune du sodium, le verre possède un indice  $n = 1,517$ .

□ 23 — On note  $i$  l'incidence, par rapport à la normale de la lame, du rayon lumineux et  $r$  son angle de réfraction dans la lame de verre. Montrer que la différence de marche entre deux rayons peut s'écrire  $\delta = 2A \cos(i) + 2B \cos(r)$  où l'on exprimera  $A$  et  $B$  en fonction de  $L$ ,  $d$  et  $n$ . À quel endroit l'observation se fait-elle ?

□ 24 — En prenant en compte le fait que  $r$  et  $i$  sont de petits angles, montrer que lorsque l'on atteint le contact optique il est possible d'exprimer l'épaisseur  $L$  en fonction de  $d$  et  $n$ .

La source n'est plus considérée comme monochromatique. Pour obtenir les valeurs du doublet du sodium  $\lambda_1 = \lambda_m - \frac{1}{2}\Delta\lambda$  et  $\lambda_2 = \lambda_m + \frac{1}{2}\Delta\lambda$ , on cherche les positions du brouillage lorsque la lame de verre n'est plus là. On supposera que  $\lambda_m \gg \Delta\lambda$ . On part du contact optique et on translate le chariot mobile. Une première antioïncidence correspond à la division  $e_1 = 9,69$  mm pour la position du chariot. La onzième antioïncidence correspond à la division  $e_{11} = 12,61$  mm. On suppose que les sources de ces deux raies ont la même intensité.

□ 25 — Exprimer la différence  $\Delta\lambda$  entre les des deux longueurs d'onde de la raie double du sodium en fonction de  $e_1$ ,  $e_{11}$  et  $\lambda_m$ . En déduire la valeur numérique de cette différence.