III. Physique du skeleton

III.A. Théorème de l'énergie cinétique : $-\frac{1}{2} m v_o^2 = -mga\sin\alpha$ d'où $a = v_O^2 / 2g\sin\alpha$

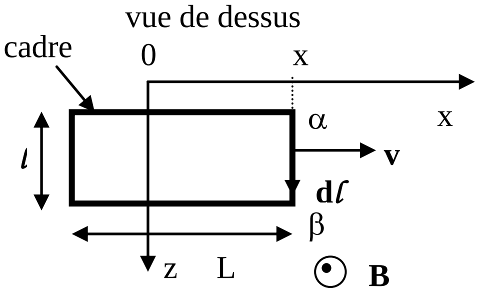
$$a = 30^2 / 2*10*0,05 = 900 \text{ m}$$

III.B.

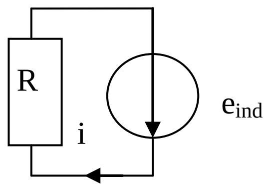
III.B.1)

a) ⚡ La résistance R du cadre nécessaire à la résolution de la question n'est introduite que dans la constante cherchée τ et n'est pas mentionnée dans la description du cadre précédent cette question !

Lorsque le cadre pénètre dans la région où règne le champ magnétique B, la variation du flux magnétique crée un courant induit dans le cadre.



Déterminons la fém induite : $e_{ind} = \int_{cadre} (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{\ell} = \int_{cadre} v B_o \vec{u}_z . d\vec{\ell} = \int_{\alpha\beta} v B_o \vec{u}_z . d\vec{\ell} = v B_o \ell$



Du point de vue électrocinétique le cadre est équivalent au circuit ci-contre doit $e_{ind} = Ri = vB_o\ell$

On applique la rfd projetée directement sur Ox au cadre : $m\frac{dv}{dt} = F_{lapx}$ où F_{lapx} est la force de Laplace qui s'exerce sur le cadre. $\vec{F}_{lap} = \int_{cadre} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$.

La force de Laplace n'est pas compensée sur le côté αβ, $\vec{F}_{lap} = \int_{\alpha\beta} - i d\ell B_o \vec{u}_x = -i\ell B_o \vec{u}_x$

soit $\frac{dv}{dt} = -\frac{i\ell B_o}{m} = -\frac{v(\ell B_o)^2}{mR}$ d'où l'équation différentielle

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = 0 \text{ avec } \tau = \frac{mR}{(\ell B_o)^2}$$. Cette expression reste valable tant que x < L

Lorsque le cadre est entièrement dans la région où règne B, le flux ne varie plus donc plus de courant induit, donc plus de force de Laplace, le mouvement du cadre redevient alors rectiligne uniforme.

si x > L $\quad \frac{dv}{dt} = 0$

b) si x < L $v(t) = v_o e^{-t/\tau}$ et $x(t) = \tau v_o (1 - e^{-t/\tau})$

Le cadre sort de la zone de décélération lorsque $x(tf) = L = \tau v_o (1 - e^{-tf/\tau})$ d'où $e^{-tf/\tau} = 1 - L / v_o\tau$. On en déduit alors la vitesse en fin de décélération : $v_f = v_o - L / \tau$.

l'engin s'arrête si $v_f \leq 0$ soit $L \geq v_o\tau$

AN : $\tau = (100*0,01) / (0,3*1)^2 = 11$ s ; L = 333 m >> L skeleton !

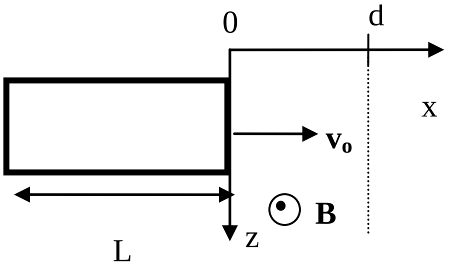
$v_f = 30 - 0,5 / 11 = 29,9 \text{ m.s}^{-1}$.

La vitesse a très peu diminué au cours de cette phase de freinage. Il faudra donc envisager un autre système de freinage …

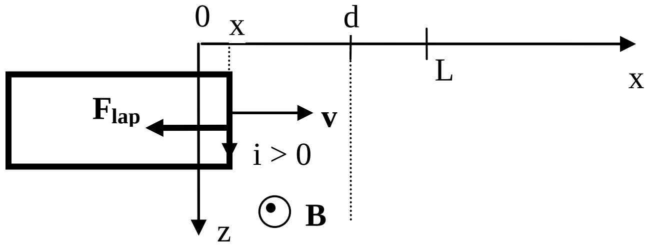
III.B.2)

a) $L \leq d$ Le freinage s'effectue tant que le flux de B varie dans le cadre :

pas de freinage $x < 0$

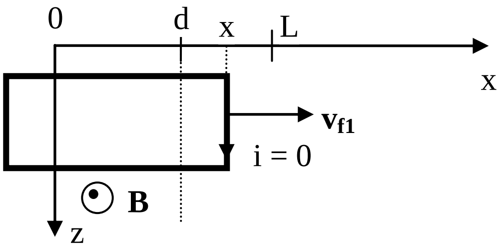


$1^{ère}$ phase de freinage $0 < x < d$

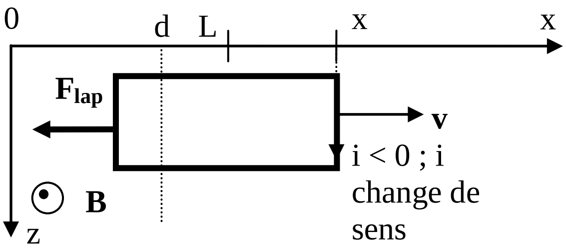


A l'issue de la $1^{ère}$ phase de freinage $v_{f1} = v_o - d/\tau$.

pas de freinage $d < x < L$
la vitesse du cadre reste constante



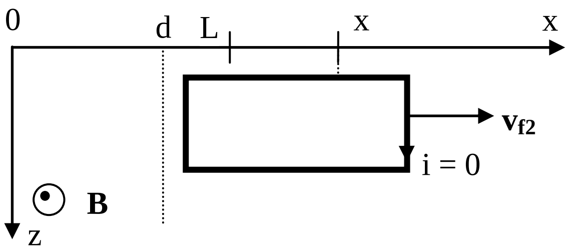
2è phase defreinage $0 < x\text{-}L < d$ soit $L < x < d+L$



A l'issue de la 2è phase de freinage $v_{f2} = v_{f1} - d/\tau$

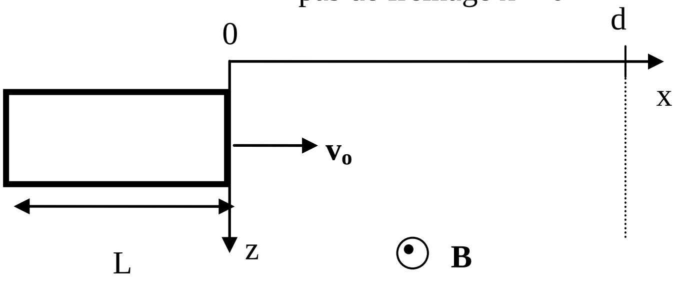
$= v_o - 2d/\tau$.

plus de freinage $x > d+L$

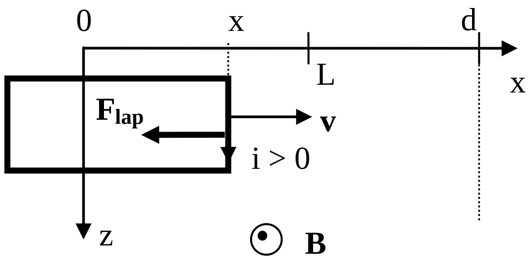


b) $L \geq d$

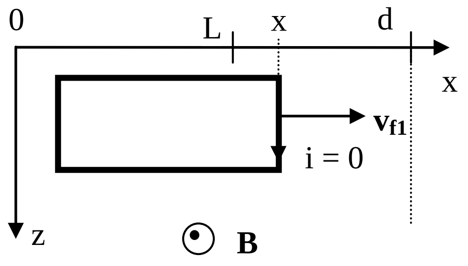
pas de freinage $x < 0$



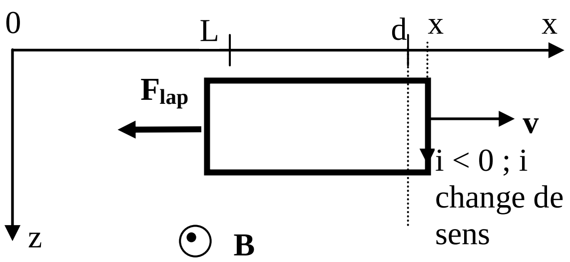
$1^{ère}$ phase de freinage $0 < x < L$



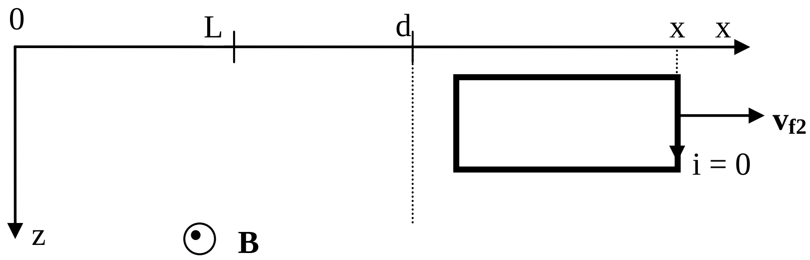
pas de freinage $L < x < d$
la vitesse du cadre reste constante



2è phase defreinage $d < x < d+L$



plus de freinage x > d+L



A l'issue de la 1ère phase de freinage $v_{f1} = v_o - L/\tau$.

A l'issue de la 2è phase de freinage $v_{f2} = v_{f1} - L/\tau = v_o - 2L/\tau$.

c) On veut que v_{f2} soit le plus petit possible et qu'il n'existe pas de zone où v soit constante.
Il faut donc prendre L = d.

III.B.3) On appelle zone de freinage une région telle que pour $0 < x < L$ le champ magnétique vaut $B_o\vec{e}_y$, puis pour $L < x < 2L$ le champ magnétique est nul. La distance D entre 2 zones de freinage successives doit donc être nulle, afin que le freinage se déroule de manière continue.

Pour stopper le skeleton il faut $v_f = 0$ après N zones de freinage, soit $v_{fN} = v_o - 2NL / \tau$ d'où $N = v_o\,\tau / 2L = 333{,}3 / 1 = 334$

La distance d'arrêt est donc de 2LN = 334 m, soit environ 3 fois plus faible que celle de la question préliminaire et bien plus faible également que celle qu'on n'a pas déterminée dans la question **III.B.1** puisque l'engin ne s'arrête jamais…

III.B.4)

a) D'après le résultat de la question **III.B.1)b)** la durée de la 1ère phase de freinage est
$t_{f1} = -\tau.\ln(1-L / \tau v_o)$
AN : t_{f1} = - 11,1*ln(1-0,5/333) = 16,7 ms

si t_{f2} est l'instant de fin de la 2è phase de freinage :

$$(t_{f2} - t_{f1}) = -\tau.\ln(1-L / \tau v_{f1}) = -\tau.\ln(1 - L /(\tau v_o - L)) = -\tau.\ln\left(\frac{\tau v_o - 2L}{\tau v_o - L}\right)$$

et donc $t_{f2} = -\tau.\ln\left(\frac{\tau v_o - 2L}{\tau v_o}\right)$ est la durée de freinage après passage dans la première zone de freinage optimisée.

AN : $t_{f2} - t_{f1} = -\ 11{,}1.\ln\left(\frac{333-1}{333-0{,}5}\right)$ = 16,7 ms

La durée totale du freinage est $t_{f2N} = -\ \tau.\ln\left(\frac{\tau v_o - 2LN}{\tau v_o}\right)$ qui tend vers + ∞ puisque $\tau v_o = 2LN$.

Ce freinage n'est donc pas utilisable pour toute la durée.

b) On veut $v_f = 10\ m.s^{-1} = v_1 = v_o - 2NL / \tau$ soit $N = (v_o - v_1)\tau / 2L = 222{,}2$.
Il faut donc 223 zones de freinage.

La durée sera de $t_{f2N} = -11{,}1.\ln\left(\frac{333-223}{333}\right)$ = 12,3 s.

III.C

III.C.1) Dans cette question il n'y a aucune précision sur la géométrie de l'étude…ni d'indication de relation entre opérateurs vectoriels !
On ne donne pas la conductivité électrique du matériau, donc je ne pense pas que dans cette question il faille déjà tenir compte du passage du courant…et que la dernière phrase de la question concerne la question suivante…

Prenons le cas général en 3 dimensions :