

**PHYSIQUE**

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées. Les téléphones portables, "smartphones" et tout autre objet connecté doivent être éteints au cours de l'épreuve et ne doivent en aucun cas être utilisés même à titre de montre.

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

**La rédaction se fera uniquement à l'encre bleue ou noire et l'utilisation du blanc correcteur et effaceur est interdite. Les découpages et collages sur la copie sont interdits.**

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas si nécessaire.

## **L'ANNEXE EST A COMPLÉTER ET À RENDRE OBLIGATOIREMENT AVEC LA COPIE**

Les glaciers du monde représentent environ 70% de la masse d'eau douce présente sur la planète sur une superficie de 15 millions de km<sup>2</sup>. La France quant à elle compte une surface glaciaire d'environ 300 km<sup>2</sup>, répartie entre les massifs des Ecrins, de la Vanoise et du Mont-Blanc. Dans ce sujet, nous nous intéressons à des problèmes physiques liés aux glaciers. La partie A est consacrée au matériel de l'expédition (réchaud et jumelles). La partie B s'intéresse au slalom d'un skieur dans une forêt tandis que la partie C s'intéresse au temps de freinage d'un traîneau glissant sur la glace. La partie D traite de l'écoulement d'un glacier tandis que la partie E étudie les transferts thermiques au niveau du glacier. Les parties sont indépendantes.

### **A. MATÉRIEL DE L'EXPÉDITION**

#### **Évaluation de l'altitude par hypsométrie**

Disposant d'un altimètre défectueux et mal étalonné, l'équipe scientifique souhaite évaluer son altitude  $h$ , en mesurant l'enthalpie de vaporisation de l'eau et en la corrélant à l'altitude (principe de l'hypsométrie).

Pour cela, on porte à ébullition de l'eau liquide de masse volumique  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  grâce à un réchaud à gaz de puissance  $P = 1230 \text{ W}$ . Au bout d'une durée  $\Delta t = 9,3$  minutes après le début de l'ébullition, on constate que le niveau de l'eau dans une casserole cylindrique de diamètre  $d = 15 \text{ cm}$ , a diminué de  $\Delta x = 1,7 \text{ cm}$ .

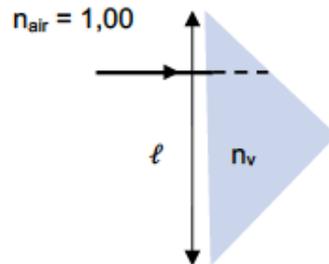
1. Déterminer littéralement la masse  $\Delta m$  d'eau qui s'est vaporisée pendant la durée  $\Delta t$ . Faire l'application numérique pour  $\Delta m$ .
2. Déterminer littéralement l'enthalpie massique de vaporisation  $L_{vap}$  de l'eau à l'altitude  $h$ . Faire l'application numérique en exprimant  $L_{vap}$  en  $\text{J} \cdot \text{g}^{-1}$ .
3. Déterminer numériquement, en °C, la température d'ébullition  $\theta_{eb}$  de l'eau à l'altitude  $h$  sachant qu'on a la relation empirique :  $L_{vap} = A + B\theta_{eb}$  avec  $A = 2510 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ ,  $B = -2,54 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$  et  $\theta_{eb}$  en °C.
4. Déterminer numériquement la pression  $P(h)$  sachant que :  $\log P_{\text{sat}} = 5,1 - \frac{1660}{T_{\text{eb}} - 45,7}$  avec  $P_{\text{sat}}$  la pression de vapeur saturante en bar,  $\log$  le logarithme à base 10 et  $T_{\text{eb}}$  la température d'ébullition en K.

5. La relation barométrique suivante permet enfin de déterminer  $h$  connaissant  $P(h)$  :

$$P(h) = P_0 \left( 1 - \frac{0,0065h}{T_0} \right)^{5,255}$$
 avec  $P_0 = 1,013$  bar et  $T_0 = 288$  K. Déterminer numériquement l'altitude  $h$  de l'expédition.

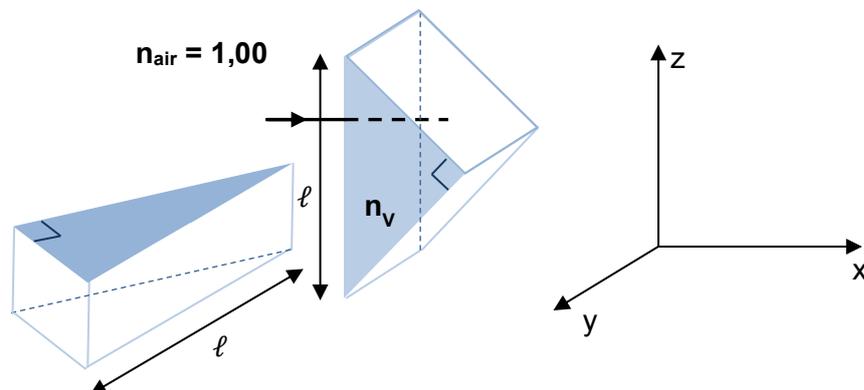
## Jumelles à prismes

On utilise pour les observations une jumelle qui contient un objectif, un dispositif redresseur à base de prismes et un oculaire. On commence par étudier le trajet de la lumière à travers un prisme rectangle isocèle, en verre d'indice  $n_v = 1,50$ . Pour des raisons de clarté, le prisme est représenté en coupe dans le plan d'incidence. On s'intéresse à un rayon lumineux arrivant sur la normale du prisme comme indiqué sur la figure ci-dessous :



- Rappeler les lois de la réflexion et les lois de la réfraction de Snell-Descartes en vous appuyant sur un schéma.
- L'indice de l'air extérieur dans lequel baigne le prisme est égal à 1,00. Calculer la valeur limite de l'indice du prisme noté  $n_{v,lim}$  assurant la réflexion totale à l'interface verre-air.
- Représenter sur votre copie le trajet d'un rayon lumineux qui, une fois entré dans le prisme, est réfléchi sur les deux faces du prisme. Préciser la direction du rayon sortant du prisme.
- Par des considérations géométriques, montrer que la distance parcourue dans le prisme par le rayon lumineux vaut  $\ell$ , longueur de l'hypoténuse.

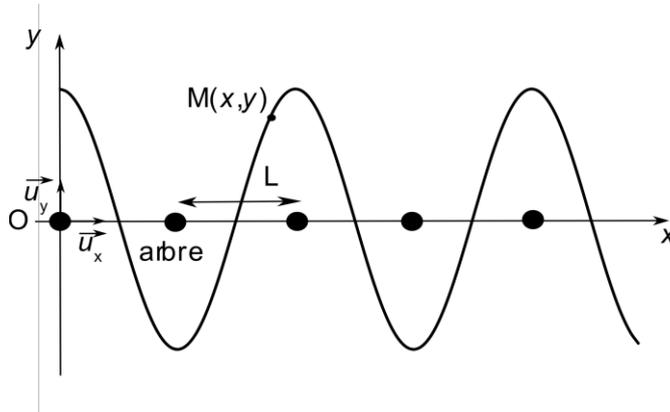
On s'intéresse maintenant au dispositif redresseur complet mettant en œuvre 2 prismes isocèles rectangles dont les hypoténuses sont perpendiculaires entre elles et à la direction initiale du faisceau incident. Le faisceau incident se propage suivant l'axe  $x$ . L'hypoténuse du premier prisme est orientée suivant  $z$  et celle du second prisme suivant  $y$ .



- Représenter sur l'annexe à joindre avec la copie, le trajet d'un rayon lumineux qui rentre dans le redresseur. Préciser la direction du rayon sortant du dispositif.
- Outre son caractère redresseur, le dispositif précédent permet un gain de chemin optique, ce dernier étant défini comme le produit de l'indice du milieu par la distance parcourue. Evaluer le gain en chemin optique noté  $\Delta$  apporté par le dispositif à prismes en supposant les prismes accolés.

## B. SLALOM À SKI DANS UNE FORÊT

Afin de rejoindre le glacier, l'équipe scientifique traverse à ski une forêt. Un skieur, assimilé à un point matériel  $M$ , réalise un slalom dans une forêt où les arbres sont supposés régulièrement espacés d'une distance  $L = 100$  m suivant l'axe  $Ox$  de la pente (voir figure ci-dessous). On note  $Oy$  la direction horizontale perpendiculaire à la pente ( $Ox$ ). A  $t = 0$ , le skieur se trouve en  $M_0(0, y_0)$ . On suppose que le skieur suit une trajectoire sinusoïdale  $y(x) = y_0 \cdot \cos(kx)$  et qu'il conserve à tout moment une vitesse dont la composante suivant  $Ox$  est constante :  $\dot{x} = v_0 = 30 \text{ km.h}^{-1}$ . On s'intéresse ici à l'étude cinématique du mouvement du skieur, décrivant une trajectoire sinusoïdale :



12. Exprimer  $k$  en fonction de  $L$ .
13. Exprimer  $x(t)$  puis  $y(t)$ .
14. En déduire l'expression de la période temporelle  $T$  des oscillations du skieur en fonction de  $L$  et de  $v_0$ . Faire l'application numérique sur  $T$ .
15. Donner les expressions des vecteurs vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$  du skieur sur la base cartésienne  $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ .
16. Pour que le skieur reste debout, il doit avoir une accélération inférieure à  $0,7g$  où  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  est l'accélération de la pesanteur. Quelle est alors l'amplitude maximale  $y_{0,\max}$  que peut adopter le skieur sans chuter ? Faire l'application numérique sur  $y_{0,\max}$ .

## C. FREINAGE D'UN TRINEAU SUR LA GLACE

On s'intéresse ici au freinage sur la glace d'un traineau portant l'équipement et les instruments de mesure de l'expédition, la masse totale vaut  $m = 80 \text{ kg}$  : à  $t = 0$ , le traineau se trouve en  $O$ , origine du repère et se déplace horizontalement suivant l'axe  $x$ , l'axe  $z$  désignant l'axe vertical. Sa vitesse initiale vaut  $v_0 = 20 \text{ km.h}^{-1}$  et il se déplace dans le sens de  $x$  croissant. Il est alors soumis à une réaction  $\vec{R}$  de la part de la glace et à une force de frottement  $\vec{F} = -m\alpha v^2 \vec{u}_x$  de la part de l'air, où  $v$  est la norme du vecteur vitesse et  $\alpha$  une constante positive. On suppose que les lois de Coulomb du frottement solide s'appliquent de telle sorte que  $R_T = fR_N$  avec  $f$ , coefficient de frottement solide,  $R_T$  et  $R_N$  étant respectivement les valeurs absolues des composantes tangentielles et normales de la réaction  $\vec{R}$ . On cherche à déterminer le temps  $t_a$  mis par le traineau pour s'arrêter. On donne  $m = 80 \text{ kg}$  ;  $f = 0,20$  ;  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$  et  $\alpha = 0,1 \text{ SI}$ .

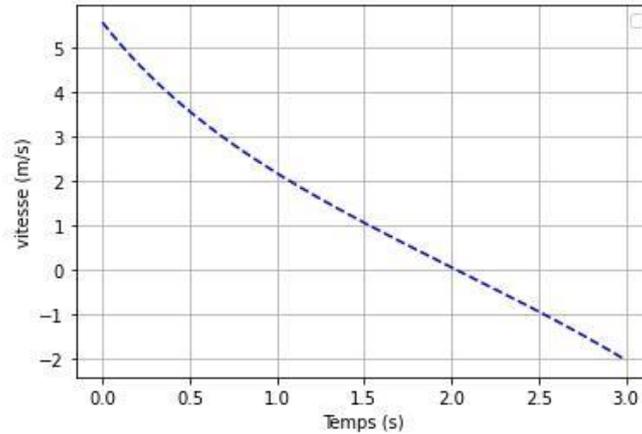
17. Faire un bilan des forces s'exerçant sur le skieur et les représenter sur un schéma.
18. Exprimer  $R_N$  et  $R_T$  en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $f$ . Faire les applications numériques.
19. Exprimer  $R$ , la norme de  $\vec{R}$  puis calculer sa valeur numérique.
20. Montrer que l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = -\beta - \alpha v^2. \text{ On exprimera } \beta \text{ en fonction de } g \text{ et } f.$$

On donne ci-dessous un programme Python utilisant l'outil odeint du module scipy.integrate et permettant de résoudre numériquement l'équation différentielle précédente.

```
1 from scipy.integrate import odeint
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 g=9.8
5 alpha=0.10
6 f=0.2
7 beta= # à compléter
8 # Définition de l'équation différentielle
9 def derivee(v, t):
10     return -beta-alpha*v*v
11 t0 = 0
12 tf = 3 # seconde
13 v0 = # à compléter
14 t = np.linspace(t0, tf, 1000)
15 # Résolution
16 v = # à compléter
17 # tracés
18 plt.plot(t, v[:, 0], 'b-')
19 plt.ylabel('vitesse (m/s)')
20 plt.xlabel("Temps (s)")
21 plt.grid()
22 plt.legend()
23 plt.show()
```

On obtient le graphe ci-dessous, représentant l'évolution temporelle de la vitesse :

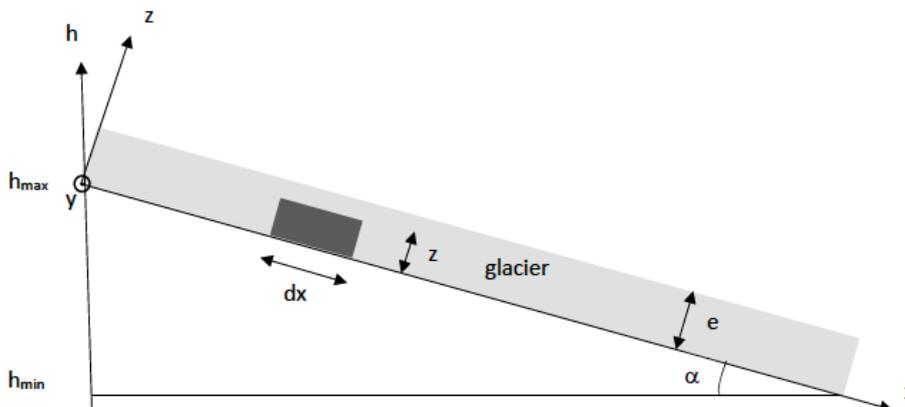


21. Recopier et compléter les lignes 7, 13 et 16 du programme.

22. A partir du graphe ci-dessus, déterminer numériquement le temps d'arrêt  $t_a$  du mobile.

## D. ÉCOULEMENT D'UN GLACIER

On s'intéresse à l'écoulement du glacier des Bossons dans la vallée de Chamonix : l'altitude maximale du glacier est  $h_{\max} = 4700$  m et son altitude minimale  $h_{\min} = 1400$  m. La pente moyenne du glacier, supposée constante, fait un angle  $\alpha = 28^\circ$  avec l'horizontale ; son épaisseur supposée constante est  $e = 120$  m et sa largeur supposée constante est  $L = 1200$  m (suivant la direction  $(Oy)$  perpendiculaire au schéma). On adopte le système d'axes représenté ci-dessous :  $(Ox)$  est dirigé suivant la pente du glacier et  $(Oz)$  dirigé suivant la hauteur du glacier. On donne : la masse volumique de la glace  $\rho_{\text{glace}} = 920 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  ; la viscosité dynamique de la glace considérée comme un fluide newtonien  $\eta_{\text{glace}} = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  ; l'accélération de la pesanteur  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



En 1966 a eu lieu le crash d'un Boeing 707 d'Air India au sommet du glacier. Parmi la cargaison, des pierres précieuses ont été retrouvées au bas du glacier en 2013 par un randonneur chanceux.

### Régime d'écoulement du glacier

23. Exprimer littéralement puis calculer numériquement en tonnes, la masse  $m_{\text{glace}}$  du glacier.

24. A l'aide des données, exprimer littéralement puis calculer numériquement la vitesse d'écoulement  $U$  du glacier.

25. Définir puis calculer le nombre de Reynolds  $R_e$  associé à l'écoulement du glacier. Conclure sur la nature de l'écoulement.

## Profil des vitesses dans une section droite du glacier

On s'intéresse à l'écoulement d'une particule fluide de hauteur  $z$  et de surface  $dS = Ldx$ , et représentée sur la figure précédente.

On suppose que le glacier s'écoule sous l'effet de son poids en régime permanent, de telle sorte que la force de viscosité  $dF = \tau_T dS$  est compensée par la composante tangentielle du poids.

26. Exprimer la contrainte tangentielle visqueuse  $\tau_T(z)$  en fonction de  $\rho_{\text{glace}}$ ,  $g$ ,  $z$  et  $\alpha$ .

27. En déduire l'expression de  $\tau_T(e)$  puis faire l'application numérique. Comparer la valeur obtenue à la pression atmosphérique.

On suppose que la relation entre le gradient des vitesses (ou taux de cisaillement)  $\dot{\gamma} = \frac{dU}{dz}$  et la contrainte tangentielle visqueuse  $\tau_T(z)$  suit la loi de Glen :  $\dot{\gamma} = \frac{dU}{dz} = A(T) \tau_T^2$  avec  $A(T)$  un facteur dépendant de la température  $T$  selon la loi :  $A(T) = A_0 \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right)$  où  $Q$  désigne l'énergie d'activation (en  $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}$ ) associée au phénomène et  $R$  la constante des gaz parfaits. On se placera à une température égale à  $\theta = -10^\circ\text{C}$ .

28. La glace peut-elle être considérée comme un fluide visqueux newtonien ? Justifier.

29. On qualifie la relation  $A(T)$  d'arrhénienne. Justifier ce qualificatif et donner l'influence de la température sur l'écoulement.

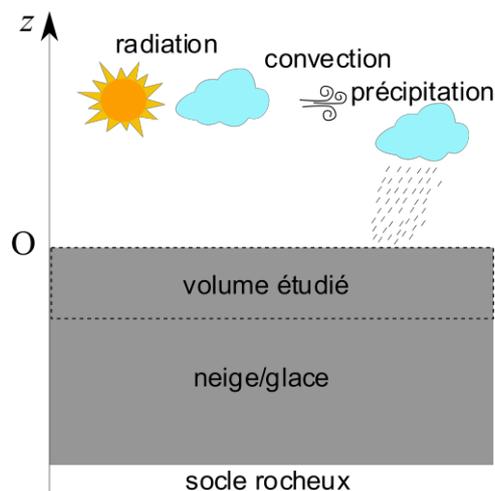
30. On cherche à déterminer le profil des vitesses  $U(z)$ . Justifier que  $U(0) = 0$ .

31. Intégrer, par séparation des variables, la loi de Glen pour en déduire le profil des vitesses  $U(z)$ .

32. En déduire  $U(e)$  et faire l'application numérique. On donne :  $A = 10^{-24}$  pour  $\theta = -10^\circ\text{C}$ . Comparer au résultat de la question 24.

## E. BILAN THERMIQUE D'UN GLACIER

Les glaciers, de par leur faible inertie de réponse aux changements climatiques, sont des outils de choix pour comprendre l'augmentation globale de température observée depuis le XIX<sup>ème</sup> siècle. La relation entre l'évolution des glaciers et la variabilité climatique repose en partie sur une étude du bilan d'énergie de surface du glacier. Pour effectuer ce bilan, on considère le volume compris entre la surface et une profondeur à partir de laquelle il n'existe plus de flux radiatifs significatifs comme l'indique la figure ci-dessous.



Nous allons effectuer un bilan en termes de flux surfacique pour déterminer l'énergie stockée par unité de surface et par unité de temps, du volume étudié, que l'on notera  $\Phi$  ; cette dernière a pour effet d'augmenter ou de diminuer la température de la glace et peut également induire la fonte de la glace ou la solidification de l'eau liquide.

Le bilan fait apparaître les flux suivants (chaque flux est positif s'il est reçu par la surface, et négatif s'il est cédé par la surface) :

- Des flux surfaciques radiatifs arrivant « in » et partant « out » de la surface notés  $SW_{in}$  et  $SW_{out}$  pour les radiations de courtes longueurs d'onde (Short Waves de longueur d'onde comprise entre 0,15 et 3  $\mu m$ ) et  $LW_{in}$  et  $LW_{out}$  (Long Waves) pour les radiations de grandes longueurs d'onde (de 3 à 100  $\mu m$ ) ;

- Des flux surfaciques de convection :  $LE$  le flux turbulent de chaleur latente (permet à la neige de se sublimer une fois au sol ; il dépend de la vitesse du vent, de l'humidité mais aussi de la densité de l'air et de la chaleur latente de sublimation) et  $H$  le flux turbulent sensible (permet à la neige déposée de changer de température ; il dépend de la densité de l'air, de la capacité thermique massique à pression constante de l'air mais aussi de la vitesse du vent et de la température de la neige) ;

- Du flux surfacique  $P$  induit par les précipitations ;
- Du flux surfacique conductif  $G$  dans la neige/glace.

On ne s'intéresse qu'à des flux verticaux par rapport au volume de glace étudié, supposé horizontal et on se place en géométrie axiale d'axe  $Oz$ . Aucune connaissance spécifique sur le transfert thermique par rayonnement n'est nécessaire pour traiter cette partie.

Un corps noir de température absolue  $T$  émet un rayonnement thermique. La loi de Wien donne la longueur d'onde pour laquelle l'émittance (puissance émise par unité de surface du corps noir et par unité de longueur d'onde) est maximale à la température  $T$  du corps noir :

$$\lambda_{\max} = \frac{cte}{T} \text{ avec } cte = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m.K.}$$

La loi de Stefan-Boltzmann donne l'expression de la puissance surfacique rayonnée (émittance énergétique totale, prenant en compte toutes les longueurs d'onde) :

$$\phi_{th}(T) = \sigma T^4$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$  est la constante de Stefan-Boltzmann.

33. Qu'est-ce qui distingue les transferts thermiques par conduction ou convection des transferts thermiques par rayonnement ? Qu'est-ce qui distingue les transferts thermiques par conduction des transferts thermiques par convection ?
34. Justifier, par un calcul de longueur d'onde en  $\mu m$ , que les radiations courtes longueurs d'onde sont dues au Soleil (température moyenne  $T_S = 5778 \text{ K}$ ) alors que les radiations grandes longueurs d'onde sont dues au système terrestre (température moyenne  $T_T = 300 \text{ K}$ ).
35. Calculer le flux radiatif  $LW_{out}$  dans le cas où la neige/glace se comporte comme un corps noir de température égale à  $-2,6^\circ\text{C}$ .
36. On note  $R$  le flux radiatif global. Exprimer  $R$  en fonction de  $SW_{in}$ ,  $SW_{out}$ ,  $LW_{in}$  et  $LW_{out}$ .
37. Le flux diffusif  $G$  suit la loi de Fourier. Donner l'expression de  $G$  dans ce contexte en précisant les unités et la signification physique des différents termes.
38. Que vaut  $G$  dans le cas d'un glacier isotherme ?
39. Le flux surfacique apporté par les précipitations suit une loi de type loi de Newton : donner l'expression de  $P$  en fonction du coefficient de transfert thermique  $h$ , de la température de la neige qui tombe  $T_n$  et de la température de la surface du glacier  $T_{surf}$  dans le cas  $T_n > T_{surf}$ .

Le coefficient  $h$  dépend de la masse volumique de la neige  $\rho$ , de sa capacité thermique massique  $c_n$  et de l'intensité  $I$  de précipitation :  $h = \rho^a c_n^b I^c$ .

Par la suite, on prendra  $\rho = 0,20 \text{ kg.L}^{-1}$ ,  $c_n = 2090 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et  $I = 2,0 \text{ mm.heure}^{-1}$ .

40. Par analyse dimensionnelle, déterminer  $a$ ,  $b$  et  $c$  et exprimer  $h$  en fonction de  $\rho$ ,  $c_n$  et  $I$ .
41. Faire l'application numérique sur  $P$  lorsque la différence de température entre la neige qui tombe et la surface du glacier vaut  $5 \text{ }^\circ\text{C}$ .
42. Compléter sur l'annexe, le schéma en indiquant les flux énergétiques et en précisant leur sens par une simple flèche (voire une double flèche si le sens du flux n'est a priori pas connu).
43. A l'aide d'un bilan thermique, exprimer l'énergie stockée  $\Phi$  par unité de surface et unité de temps en fonction des flux surfaciques  $R$ ,  $LE$ ,  $G$ ,  $H$  et  $P$ .
44. Calculer  $\Phi$  lorsque  $R = 15,8 \text{ W.m}^{-2}$ ,  $LE = -18,1 \text{ W.m}^{-2}$  et  $H = 6,1 \text{ W.m}^{-2}$ .
45. En raisonnant sur le signe de l'énergie stockée, expliquer en respectant l'ordre chronologique les phénomènes ayant lieu dans la neige/glace.

