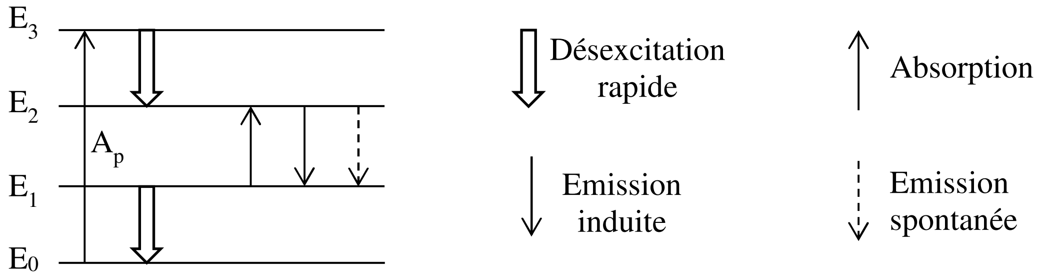
6.7 Laser-Exercice 4

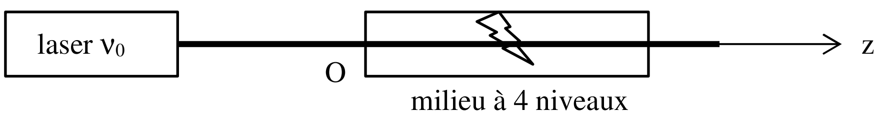
On considère une ensemble de molécules à 4 niveaux d'énergie notés E_i et peuplés respectivement de N_i molécules par unité de volume. Elles sont excitées par une décharge électrique continue selon le processus :



Les collisions portent les molécules du niveau fondamental 0 au niveau 3 avec un taux de pompage A_p, ce qui signifie que N_3 augmente pendant dt de $dN_3 = A_pN_0dt$. Les relaxations $3 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 0$ sont très rapides avec un temps de relaxation $1/\Gamma_3$ et $1/\Gamma_1$ de l'ordre de la picoseconde, ce qui signifie, par exemple, que N_3 diminue pendant dt de Γ_3N_3dt.
La relaxation $2 \rightarrow 1$ est uniquement radiative, c'est-à-dire qu'elle fait intervenir l'émission spontanée de coefficient A et l'émission induite de coefficient B relatif à l'intensité I, ce qui signifie que N_2 diminue par émission induite pendant dt de BN_2Idt. La fréquence centrale de la transition est ν_0 avec $h\nu_0 = E_2 - E_1$.

1-*Excitation extérieure du milieu. Saturation.*

Le milieu actif, placé dans une enceinte cylindrique d'axe Oz est soumis à la lumière d'un laser d'intensité I.



a-Ecrire les équations décrivant les variations de populations N_i. Calculer en régime permanent N_1, N_2 et N_3 en fonction de N_0. A quelle condition obtient-on une inversion de population ?

b-Donner l'expression de l'inversion de population $\Delta N = N_2 - N_1$. Exprimer le rapport $\Delta N(I\neq 0)/\Delta N(I=0)$. Définir une intensité I_s, dite de saturation, pour laquelle l'inversion de population est divisée par deux.
A.N : on donne $\dfrac{B}{A} = \dfrac{c^2}{4\pi^2 h\nu_0^3\gamma}$ où $\gamma = 3{,}5.10^{10}\ s^{-1}$ et $\nu_0 = 5{,}0.10^{14}$ Hz. Calculer l'intensité de saturation I_s.

c-Expliquer qualitativement pourquoi le faisceau laser est amplifié à son passage dans le milieu. Pourquoi cette amplification est-elle de moins en moins efficace si I augmente ? Qu'observerait-on pour $I >> I_s$?

d-Quantitativement, sur une longueur dz de milieu traversé par le faisceau, l'augmentation d'intensité dI qui en résulte est proportionnelle à l'inversion de population ΔN et à l'intensité I du faisceau.
En déduire la forme de l'expression de dI en fonction de dz, I, I_s et d'une constante de proportionnalité notée α et appelée coefficient d'amplification. Dans quel cas simple cette équation est-elle linéaire ?
Donner alors I(z) en notant I_0 l'intensité en z = 0. Qualitativement que se passe-t-il dans le cas contraire ?

2-*Milieu amplificateur dans une cavité.*

Le laser extérieur n'existe plus. Il s'agit de construire un laser autonome grâce au milieu amplificateur. Pour cela on enferme l'enceinte cylindrique de longueur L = 0,35 m dans une cavité optique constituée de deux miroirs dont l'un laisse sortir une fraction T = 0,01de l'intensité incidente, l'autre étant réfléchie.
La faible amplification $\alpha = 2{,}5.10^{-2}\ m^{-1}$ nécessitant de nombreux allers et retours dans la cavité, il est légitime de supposer une intensité I constante en tout point à l'intérieur de la cavité

a-Etablir la condition de fonctionnement en régime permanent. En déduire l'intensité I du faisceau dans la cavité puis l'intensité I_{ext} en sortie le laser.

b-Que vaut la puissance $\mathcal{P}_{ext}$ de sortie du laser répartie dans un faisceau d'intensité approximativement uniforme sur une section constante S = 3,0 mm^2 ?

6.7 Laser-Exercice 4

Question 1 :

a-Le niveau 0 est peuplé par désexcitation rapide depuis le niveau 1 et dépeuplé par pompage vers le niveau 3 :

$$\boxed{\frac{dN_0}{dt} = \Gamma_1 N_1 - A_p N_0}$$

Le niveau 1 est peuplé par émission induite et spontanée depuis le niveau 2 et dépeuplé par absorption vers le niveau 2 et par désexcitation rapide vers le niveau 0 :

$$\boxed{\frac{dN_1}{dt} = AN_2 + BN_2 I - BN_1 I - \Gamma_1 N_1}$$

Le niveau 2 est peuplé par absorption depuis le niveau 1 et par désexcitation rapide depuis le niveau 3 et dépeuplé par émission induite et spontanée vers le niveau 1 :

$$\boxed{\frac{dN_2}{dt} = \Gamma_3 N_3 + BN_1 I - BN_2 I - AN_2}$$

Le niveau 3 est peuplé par pompage depuis le niveau 0 et dépeuplé par désexcitation rapide vers le niveau 2 :

$$\boxed{\frac{dN_3}{dt} = A_p N_0 - \Gamma_3 N_3}$$

En régime permanent, les populations sont constantes au cours du temps, donc les dérivées nulles.

D'où : $\boxed{N_1 = \frac{A_p N_0}{\Gamma_1}}$ $\boxed{N_3 = \frac{A_p N_0}{\Gamma_3}}$ $\boxed{N_2 = \frac{A_p N_0 (BI + \Gamma_1)}{\Gamma_1 (BI + A)}}$ Inversion de population si $N_2 > N_1$, d'où : $\boxed{\Gamma_1 > A}$

b- $\Delta N = \frac{A_p N_0 (\Gamma_1 - A)}{\Gamma_1 (BI + A)}$ puis : $\boxed{\frac{\Delta N(I \neq 0)}{\Delta N(I = 0)} = \frac{A}{BI + A}}$

$\frac{\Delta N(I \neq 0)}{\Delta N(I = 0)} = \frac{1}{2}$ est obtenu pour $\boxed{I = I_S = \frac{A}{B}}$ On a alors : $\frac{\Delta N(I \neq 0)}{\Delta N(I = 0)} = \frac{1}{1 + \frac{I}{I_S}}$ A.N : $I_S = 1{,}2$ MW.m^{-2}

c-Inversion de population => il y a plus d'émissions induites de 2 vers 1 qui créent des photons que d'absorption de 1 vers 2 qui en consomment

=> amplification de la lumière

Si l'intensité augmente, il y a plus d'émissions induites. Le niveau se dépeuple et l'inversion de population diminue ce qui rend l'amplification moins efficace.

Pour $I \gg I_S$ on a : $\Delta N(I \neq 0) \approx 0$. Il n'y a plus d'amplification.

d-En traduisant l'énoncé : $dI = KI\Delta N dz$ où K est une constante de proportionnalité

Soit $dI = KI \frac{\Delta N(I = 0)}{1 + \frac{I}{I_S}} dz$ On pose $\alpha = K\Delta N(I = 0)$ pour avoir : $\boxed{dI = \alpha \frac{I}{1 + \frac{I}{I_S}} dz}$

Cette équation est linéaire si $I \ll I_S$. Elle s'écrit : $\boxed{\frac{dI}{dz} = \alpha I}$ de solution : $\boxed{I(z) = I_0 e^{\alpha z}}$

L'intensité croît exponentiellement. A un certain moment, la condition $I \ll I_S$ n'est plus vérifiée. L'équation n'est plus linéaire et l'intensité augmente de moins en moins comme on l'a vu à la question c.

Lorsque $\Delta N \approx 0$, l'intensité n'augmente plus.

C'est la non linéarité du milieu qui limite la croissance de l'intensité comme pour l'oscillateur électronique.

Question 2 :

a-En supposant I constante sur la longueur L et en utilisant la question d, le gain en intensité sur un aller et retour est : $\Delta I_{gain} = \alpha \frac{I}{1 + \frac{I}{I_S}} 2L$

La perte d'intensité due à la sortie du faisceau est : $\Delta I_{perte} = TI$

En régime permanent : $\Delta I_{gain} = \Delta I_{perte}$ d'où : $\boxed{I = I_S \left(\frac{2\alpha L}{T} - 1\right)}$ A.N : $I = 9{,}8.10^5$ W.m^{-2} et $I_{ext} = TI = 9{,}8$ kW.m^{-2}

b-$P_{ext} = I_{ext} S$ A.N : $P_{ext} = 30$ mW
