6.8.1 Fonction d'onde-Exercice 2

Une particule α est un noyau d'hélium de masse $m_\alpha = 6{,}64.10^{-27}$ kg. Le cyclotron industriel Cyclone 30 est utilisé pour produire un faisceau de particules α d'énergie E = 30 Mev et d'intensité I = 10 µA.

- Calculer la longueur d'onde de de Broglie de l'onde plane associée.
- Relier la norme k du vecteur d'onde et l'énergie E d'une particule α.
- Ecrire la fonction d'onde représentant le flux ininterrompu de particules produit par le cyclotron.
- Déterminer numériquement l'amplitude ψ_0 de l'onde plane associée en admettant que $|\psi_0|^2$ représente, dans le cas d'un faisceau de particules, la densité linéique de particules α.

- $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{\sqrt{2mE}}$ A.N : $\underline{\lambda = 2{,}6.10^{-15}\ \text{m}}$

- $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ A.N : $\underline{k = 2{,}4.10^{15}\ \text{m}^{-1}}$

- On suppose que le faisceau de particules se déplace dans le sens positif de l'axe Ox. Ce sont des particules libres qui existent de -∞ à +∞ car le flux est ininterrompu.

  La fonction d'onde sera une onde de De Broglie : $\boxed{\Psi(x,t) = \Psi_0 e^{i(kx-\omega t)}}$

-

Soit n la densité particulaire de particules alpha. Dans un volume Sdx, il y a nSdx particules.

La densité linéique $|\psi_0|^2$ de particules alpha est donc : nS

Or I = jS et j = n(2e)v (Z = 2 pour un noyau d'hélium)

On en déduit I = 2evnS, soit : $nS = \dfrac{I}{2ev}$

L'énergie E est uniquement cinétique donc : $v = \sqrt{\dfrac{2E}{m}}$

Donc : $\boxed{|\Psi_0| = \left(\dfrac{I}{2e\sqrt{\dfrac{2E}{m}}}\right)^{\frac{1}{2}}}$ A.N : $|\Psi_0| = \underline{906\ \text{m}^{-1/2}}$
