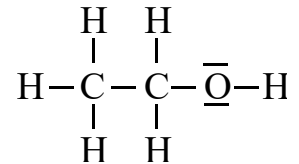


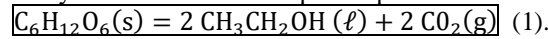
Pb n°1 : Mines PSI 2018 le bioéthanol

1- On compte les électrons de valence : 4 pour C, 1 pour H, 6 pour O donc en tout, 20 électrons de valence, soit 10 doublets. On en déduit la structure de Lewis ci-contre.

L'eau et l'éthanol sont miscibles en raison des liaisons hydrogène qui peuvent se former entre les deux molécules. En revanche, l'essence et l'eau ne sont pas miscibles. Ainsi, en cas de présence d'humidité, l'éthanol peu se dissoudre dans l'eau, ce qui le place dans une phase différente de celle de l'essence.



2- Équation chimique (réaction (1)) de la synthèse de l'éthanol liquide à partir de la fermentation anaérobie d'une mole de glucose ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})$) :

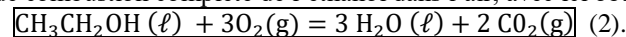


3- Son enthalpie standard de réaction à 298 K est $\Delta_r H_1^0 = -\Delta_f H^0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})) + 2\Delta_f H^0(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}(\ell)) + 2\Delta_f H^0(\text{CO}_2(\text{g}))$. Or le premier terme n'est pas directement donné. Il faut utiliser la réaction de combustion du glucose, pour laquelle $\Delta_{\text{comb}} H^0(\text{glucose}) = -\Delta_f H^0(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s})) + 6\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) + 6\Delta_f H^0(\text{CO}_2(\text{g}))$.

$$\text{Il vient } \Delta_r H_1^0 = \Delta_{\text{comb}} H^0(\text{glucose}) - 6\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) - 4\Delta_f H^0(\text{CO}_2(\text{g})) + 2\Delta_f H^0(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}(\ell)) \\ = -2816 - 6 \times (-242) - 4 \times (-394) + 2 \times (-277) = -342 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

On voit que la réaction est exothermique.

4- L'équation bilan de la réaction (notée (2)) de combustion complète de l'éthanol dans l'air, avec ici obtention d'eau liquide vue la température finale est :



Le bioéthanol est qualifié de carburant propre, bien que sa combustion produise des gaz à effet de serre, puisqu'il est issu de plantes qui consomment du CO_2 lorsqu'elles sont vivantes, donc le bilan carbone est nul. De plus, les plantes repoussent chaque année. Et on peut ajouter que les chaînes carbonées courtes produisent moins de dioxyde de carbone.

5- On considère le système formé initialement du volume V_1 d'eau liquide (donc d'une masse m_1 ou un nombre de moles n_1 d'eau liquide), des n_0 moles d'éthanol, de $3n_0$ moles de dioxygène gazeux, et de de $12n_0$ moles de diazote gazeux. La transformation étant isobare et adiabatique, on a $\Delta H = 0$, d'où, avec une démarche type température de flamme :

$$(n_0 - 0) \Delta_r H_2^0 + [2n_0 c_p^0(\text{CO}_2(\text{g})) + 3n_0 c_p^0(\text{H}_2\text{O}(\ell)) + 12n_0 c_p^0(\text{N}_2(\text{g})) + n_1 c_p^0(\text{H}_2\text{O}(\ell))](T_f - T_i) = 0. \text{ On en déduit :}$$

$$\Delta_r H_2^0 = \left[-2 c_p^0(\text{CO}_2(\text{g})) - \left(3 + \frac{n_1}{n_0} \right) c_p^0(\text{H}_2\text{O}(\ell)) - 12 c_p^0(\text{N}_2(\text{g})) \right] (T_f - T_i)$$

Numériquement, $n_1 = \frac{1000}{18} \text{ mol}$ et $n_0 = \frac{3}{46} \text{ mol}$, puis

$$\Delta_r H_2^0 = - \left[2 \times 37 + \left(3 + \frac{46000}{54} \right) \times 75 + 12 \times 29 \right] \times (318 - 298) = -1,3 \text{ MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Remarque : on pouvait ne prendre en compte que $\text{H}_2\text{O}(\ell)$, et négliger tout le reste.

6- Grâce aux données fournies en annexe, on trouve en utilisant la loi de Hess :

$$\Delta_r H_2^0 = -\Delta_f H^0(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}(\ell)) + 3\Delta_f H^0(\text{H}_2\text{O}(\ell)) + 2\Delta_f H^0(\text{CO}_2(\text{g})) = 277 + 3 \times (-286) + 2 \times (-394) \\ = -1,4 \text{ MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Conclusion : c'est très proche. On trouve un petit peu moins (en valeur absolue) expérimentalement car le calorimètre a des défauts (fuites thermiques, capacité thermique).

Problème n°2 : d'après CC INP PSI 2021 Spectre d'un signal numérique

Q1. On constate que 3 périodes s'étalent sur 8 divisions, c'est-à-dire sur 2 ms, donc la période du signal sinusoïdal est $T = 0,67 \text{ ms}$, et la fréquence est $f = 1,5 \text{ kHz}$. D'ailleurs, l'information apparaît en bas de l'écran !

Puisqu'il y a 10 divisions, la durée totale d'acquisition est $T_a = 2,5 \text{ ms}$, et puisque le nombre d'échantillons est $N_e = 2480$, la période d'échantillonnage est $T_e = \frac{T_a}{N_e} \simeq 1 \mu\text{s}$, donc une valeur approchée (la calculatrice était

interdite) de la fréquence d'échantillonnage de cet enregistrement est $f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{N_e}{T_a} \simeq 1 \text{ MHz}$.

Le lien entre la plus haute fréquence $f_{\text{max}} = 496 \text{ kHz}$, repérée par le curseur 2, et la fréquence d'échantillonnage est, comme d'habitude avec une FFT : $f_{\text{max}} = \frac{f_e}{2}$. Notons que cela confirme l'estimation de f_e .

Attention, ici f_{max} ne représente pas la fréquence max du signal, utilisée dans le critère de Shannon-Nyquist, mais la plus grande des fréquences affichées dans le spectre.

Q2. Pour dilater l'échelle des fréquences sur l'oscilloscope, il faut augmenter la durée par division, c'est-à-dire augmenter T_a , donc diminuer f_e , puisque N_e est constant. Ainsi, on diminue f_{max} , et par conséquent on dilate bien l'échelle des fréquences.

C'est cohérent avec le nouvel oscillogramme 2 de la figure 4, sur lequel on voit bien que le signal sinusoïdal est très « tassé » horizontalement.

La nouvelle valeur de la plus grande fréquence f_{max} de ce spectre correspond au curseur X2, et vaut $f'_{max} = 4,96$ kHz. Elle était prévisible car, cette fois l'échelle horizontale temporelle est de 25 ms/div. et, comme

déjà dit à la question Q1, $f'_{max} = \frac{N_e}{2T_a} = \frac{2480}{2 \times 10 \times 25 \cdot 10^{-3}}$, ce qui fait bien **4,96 kHz**.

Q3. À force de dilater l'échelle des fréquences, on diminue la fréquence d'échantillonnage, et il arrive un moment où on **ne respecte plus le critère de Shannon-Nyquist**. C'est ce qui se produit sur l'oscillogramme 3 de la figure 5 : Grâce à l'indication de la fréquence du curseur X2, on sait que la fréquence d'échantillonnage est ici $f_e'' = 2 \times 1,24$ kHz. Or, d'après les oscillogrammes 1 et 2, la fréquence de la sinusoïde étudiée ici est de 1,5 kHz, ce qui est supérieur à $\frac{f_e''}{2}$.

Il y a donc un phénomène de **repliement du spectre**, qui fait apparaître la fréquence fantôme :

$f_e'' - f = 2,48 - 1,5 \simeq 1$ kHz. Le curseur X1 indique en effet 1 kHz, mais on peut penser qu'il n'est pas exactement sur le pic du spectre. D'ailleurs, entre l'oscillogramme 2 et l'oscillogramme 3, la valeur en dB est passée de $-15,1$ à $-20,0$.

Expérience 2

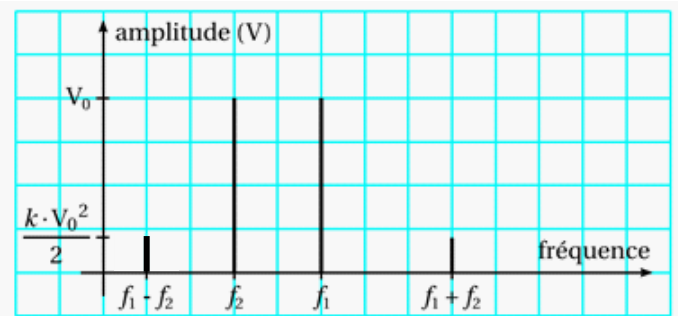
Q4. En appliquant la loi des nœuds sur l'entrée inverseuse, on a $\frac{V_1 - V_-}{R_1} + \frac{V_2 - V_-}{R_2} + \frac{V_3 - V_-}{R_3} + \frac{V_s - V_-}{R_0} = 0$. Et d'autre part, $V_+ = 0$. Puisque l'A.Li. est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire, on peut écrire $V_+ = V_-$; on obtient donc :

$V_s = -\left(\frac{R_0}{R_1}V_1 + \frac{R_0}{R_2}V_2 + \frac{R_0}{R_3}V_3\right)$. On pourrait nommer ce montage : « **ampli. inverseur sommateur** ».

Q5. Avec $R_0 = R_1 = R_2 = R_3$, on obtient $V_s = -(V_1 + V_2 + V_m)$, d'où :

$V_s = -\left(V_0 \cos(2\pi f_1 t) + V_0 \cos(2\pi f_2 t) + \frac{kV_0^2}{2} \cos(2\pi(f_1 + f_2)t) + \frac{kV_0^2}{2} \cos(2\pi(f_1 - f_2)t)\right)$.

L'allure du spectre théorique de la tension de sortie V_s est donnée ci-contre.



Q6. Lorsque $R_0 = R_1 = R_2 = 2R_3$,

$$V_s = -(V_0 \cos(2\pi f_1 t) + V_0 \cos(2\pi f_2 t) + kV_0^2 \cos(2\pi(f_1 + f_2)t) + kV_0^2 \cos(2\pi(f_1 - f_2)t))$$

Le spectre est modifié au niveau de ses deux raies aux fréquences $f_1 + f_2$ et $f_1 - f_2$: ces raies **deviennent deux fois plus grandes qu'avant**.

Q7. Le curseur X2 donne $f_1 = 900$ Hz. Et le curseur X1 donne $f_1 - f_2 = 300$ Hz. On en déduit $f_2 = 600$ Hz.

On aurait alors $f_1 + f_2 = 1500$ Hz, ce qui correspond bien à la dernière raie, puisque l'échelle horizontale indiquée est de 250 Hz par division.

On peut ajouter que les quatre raies respectent la condition de Shannon-Nyquist, puisqu'ici, $\frac{f_e}{2} = 5$ kHz.

Problème n°3 : Thermodynamique : Climatisation d'une voiture

1°) L'air est principalement **composé de diazote et de dioxygène**, donc est **diatomique**.

2°) On en déduit $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$.

3°) L'équation d'état donne $n_i = \frac{P_0 V}{R(\theta_i + 273)} = 1,6 \cdot 10^2$ mol.

4°) $\frac{n_f - n_i}{n_i} = \frac{\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_i}}{\frac{1}{T_i}} = \frac{T_i - T_f}{T_f} = \frac{\theta_i - \theta_f}{\theta_f + 273} = -0,51\%$.

5°) En appliquant le **premier principe** à ces n_i moles, à pression constante : $\Delta H = Q$, d'où $Q = n_i c_{pm}(T_f - T_i)$. $Q = n_i \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_f - T_i) = \frac{\gamma P_0 V}{\gamma - 1} \frac{T_f - T_i}{T_i}$ **Q = 7,2 kJ**.

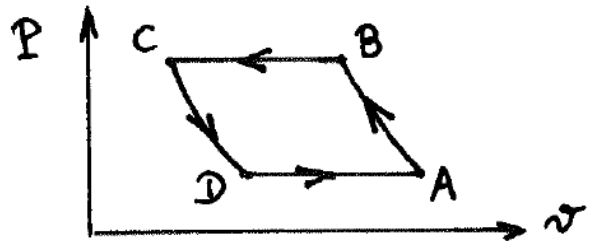
6°) La puissance thermique du climatiseur nécessaire pour maintenir la température à T_i peut s'estimer en divisant Q par la durée de l'entrée de cette énergie thermique dans la voiture : $\varphi_{\text{clim}} = Q/\Delta t = 1,2 \cdot 10^2 \text{ W}$. Le climatiseur doit en effet compenser l'apport thermique extérieur.

7°) La puissance du climatiseur réel est bien plus importante (500 W) car il faut aussi pouvoir fonctionner en régime non stationnaire. Quand le conducteur monte dans sa voiture restée longtemps au soleil et qu'il veut rapidement y ramener la température à 20°C , le climatiseur doit permettre de faire décroître la température, et assez rapidement.

Etude du système de climatisation en circuit fermé :

8°) $\varphi_{BC} < 0$ et $\varphi_{DA} > 0$, car dans un climatiseur, on apporte de l'énergie mécanique au fluide interne pour lui permettre d'extraire de l'énergie thermique de la source froide (air intérieur) et d'en apporter à la source chaude (air extérieur).

9°) La démo est celle du cours : on se ramène à un système fermé, et on le décompose en systèmes ouverts. D_m est le débit massique, en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, et Δh est la variation de l'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie, en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$.



10°) Voir le graphe ci-contre.

11°) La valeur minimale de la température que le fluide interne peut atteindre en C est celle de l'air extérieur avec lequel il est en échange thermique : $\theta_{\text{cmin}} = \theta_2 = 35^\circ\text{C}$

L'échangeur doit avoir une surface d'échange la plus grande possible (serpentin, ailettes).

12°) on connaît θ_D , ainsi que $P_D (=P_A)$, et on cherche $P_B (=P_C)$. La loi de Laplace donne $P_C = P_D \left(\frac{T_D}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$, d'où $P_B = P_A \left(\frac{T_D}{T_C}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ $P_B = 1 \left(\frac{278}{308}\right)^{\frac{1,4}{1-1,4}} = 1,4 \text{ bar}$.

13°) Entre D et A, le fluide interne du climatiseur échange de l'énergie sous forme thermique avec la source froide que constitue l'air intérieur de la voiture ; le premier principe industriel donne : $D_m c_p (\theta_A - \theta_D) = \varphi_{DA} = +120 \text{ W}$, avec $c_p = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}$

$$D_m = \frac{M(\gamma-1)\varphi_{DA}}{\gamma R(\theta_A - \theta_D)} = 8,0 \text{ g/s}$$

14°) On applique le premier principe industriel, cette fois entre A et B :

$$D_m c_p (\theta_B - \theta_A) = \varphi_{\text{comp} \rightarrow \text{fluide}} = \varphi_{\text{arbre} \rightarrow \text{comp}}$$

Et comme on peut utiliser les lois de Laplace entre A et B et entre C et D, on a : $T_D^\gamma P_A^{1-\gamma} = T_C^\gamma P_B^{1-\gamma}$ et $T_A^\gamma P_A^{1-\gamma} = T_B^\gamma P_B^{1-\gamma}$. Il vient donc : $T_B = T_A \frac{T_C}{T_D}$.

$$\varphi_{\text{arbre} \rightarrow \text{comp}} = \frac{\varphi_{DA}}{(\theta_A - \theta_D)} \left(\frac{T_C}{T_D} - 1\right) T_A = 253 \text{ W}$$

15°) Puis premier principe industriel entre C et D : $D_m c_p (\theta_D - \theta_C) = \varphi_{\text{turb} \rightarrow \text{fluide}} = -\varphi_{\text{turb} \rightarrow \text{arbre}}$

$$\varphi_{\text{turb} \rightarrow \text{arbre}} = \frac{\varphi_{DA}}{(\theta_A - \theta_D)} (T_C - T_D) = 239 \text{ W}$$

16°) Efficacité : $e = \frac{\varphi_{DA}}{\varphi_{\text{arbre} \rightarrow \text{comp}} + \varphi_{\text{arbre} \rightarrow \text{turb}}} = 9,3$

17°) En réalité, l'efficacité est moins bonne car les transformations adiabatiques ne sont pas réversibles, les échangeurs thermiques n'amènent pas aux températures souhaitées, il y a des frottements, ...

Pb n°4 : Centrale Modulation et démodulation

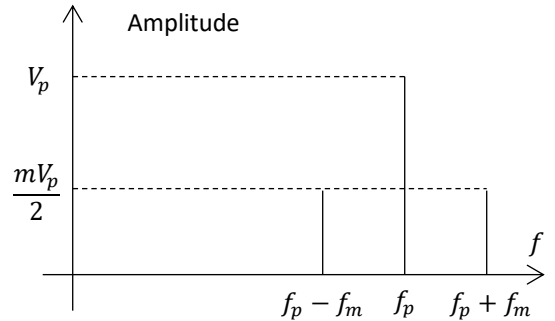
III.A.1) On écrit, à la lecture du schéma : $v(t) = v_p(t) + kv_m(t)v_p(t)$, d'où $v(t) = V_p[1 + kV_m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_p t)$, ce qui est bien conforme à ce qui est donné, en posant $m = kV_m$.

III.A.2) Pour l'oscillogramme de gauche, on est en mode temporel classique, avec une seule voie, en plaçant le niveau de déclenchement assez haut pour pouvoir stabiliser l'image (ou bien en mettant en mémoire).

Pour celui de droite, on est en mode XY.

Avec les notations de la figure 5, on a $V_2 = V_p(1 + m)$ et $V_1 = V_p(1 - m)$, d'où $V_2 - V_1 = 2mV_p$ et $V_2 + V_1 = 2V_p$. On en déduit $m = \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}$.

Numériquement, $m = \frac{18-2}{18+2} = 0,80$.

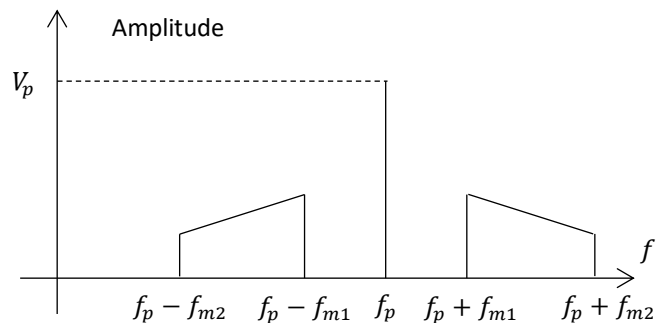


III.A.3) En faisant le calcul classique de linéarisation des produits de cosinus, on obtient :

$$v(t) = V_p \left[\cos(\omega_p t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p - \omega_m)t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_p + \omega_m)t) \right],$$

d'où le spectre en amplitude du signal modulé v(t) ci-contre.

On en déduit, pour ce type de modulation, que la largeur du spectre de fréquence nécessaire à la transmission d'un signal sinusoïdal de fréquence f_m est $2f_m$.



III.A.4) Plus généralement, on obtient le spectre en amplitude du signal modulé ci-contre.

La largeur du spectre de fréquence nécessaire à la transmission du signal modulé est :

$$(f_p + f_{m2}) - (f_p - f_{m2}) = 2f_{m2}, \text{ c'est à-dire } 9,0 \text{ kHz.}$$

Et pour les fréquences f_{pa} et f_{pb} des porteuses de deux émetteurs, il faut $f_{pa} + f_{m2} < f_{pb} - f_{m2}$, $f_{pb} - f_{pa} > 2f_{m2}$, c'est-à-dire $\Delta f_{min} = 2f_{m2} = 9,0 \text{ kHz}$.

IV. A.1) On a trivialement $H_2(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$, dont on reconnaît aisément qu'il s'agit d'un filtre passe-haut d'ordre 1.

Son amplification maximale est obtenue aux très hautes fréquences et vaut $K_2 = 1$. Sa fréquence de coupure à -3dB est

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}. f_c = \frac{f_{m1}}{100} \text{ donne } R = \frac{50}{\pi C f_{m1}} = 530 \text{ k}\Omega.$$

L'amplificateur linéaire intégré est ici monté en « suiveur ». Son rôle est de donner au montage global une impédance de sortie nulle, ce qui donne à la sortie du montage un caractère de source de tension idéale.

IV.A.2) Après remultiplication par la tension de l'oscillateur local, on obtient $u(t) = kV_0V''_p[1 + m' \cos(\omega_m t)] \cos^2(\omega_p t)$. En linéarisant les produits de cosinus et le carré, cela donne :

$$u(t) = \frac{kV_0V''_p}{2} \left[1 + \cos(2\omega_p t) + m' \cos(\omega_m t) + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t) + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t) \right].$$

Le filtre passe-bas F_1 élimine les pulsations situées autour de $2\omega_p$. À sa sortie, on a donc $u'(t) = \frac{kV_0V''_p}{2} [1 + m' \cos(\omega_m t)]$. Puis le filtre passe-haut

F_2 élimine la composante continue. Il reste donc $v_d(t) = \frac{kV_0V''_p}{2} m' \cos(\omega_m t)$.

IV.A.3) $U = u'(t) - v_d(t) = \frac{kV_0V''_p}{2}$. Cette composante continue sert à contrôler la valeur de V''_p et donc à la maintenir constante, malgré les fluctuations éventuelles des conditions de réception, grâce au contrôle automatique de gain (CAG).

IV.A.4) Il existe une autre technique que la démodulation synchrone, la détection de crête ou d'enveloppe.

- Cf cours : diode et {R,C} en parallèle.
- Pour que la détection de crête puisse démoduler, il faut que le taux de modulation vérifie $m < 1$.
- Si cette inégalité est vérifiée, il faut choisir $\frac{1}{f_p} \ll \tau = RC \ll \frac{1}{f_1}$.

Pb n°5 HACHEUR REVERSIBLE EN TENSION

1. K_1 et K_2 sont fermés ($0 < t < \alpha T_0$).

a. Loi de la maille : $E = L \frac{di_K}{dt} + Ri_K + E'$.

b. Solution : $i_K(t) = \frac{E-E'}{R} + A_1 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$, ou encore, en posant $\tau = \frac{L}{R}$, $i_K(t) = \frac{E-E'}{R} + A_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

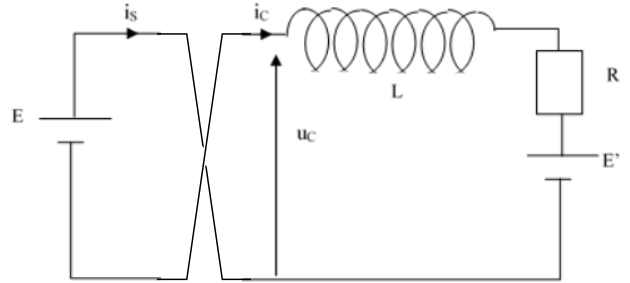
On linéarise : $i_K(t) \approx \frac{E-E'}{R} + A_1 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$.

Et $i_C(t) = i_K(t)$, et les deux diodes sont bloquées, car soumises à des tensions en inverse.

2. K_1 et K_2 sont ouverts ($\alpha T_0 < t < T_0$).

a. Le courant $i_C(t)$ circule dans une bobine ; il est donc continu, et reste positif juste après l'ouverture des interrupteurs K_1 et K_2 . Donc les diodes deviennent nécessairement passantes.

b. Schéma équivalent du montage pour $t > \alpha T_0$: les diodes sont passantes pour assurer le passage du courant : cf ci-contre.

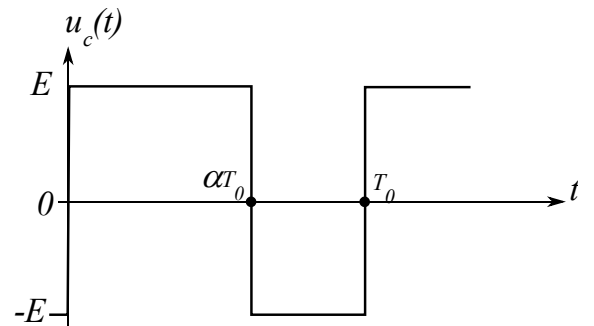


c. Avec ce schéma, on voit que $i_d(t) = i_C(t)$, et l'équation différentielle régissant l'évolution de $i_d(t)$ est analogue à celle vue précédemment, mais en changeant E en $-E$: $-E = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E'$.

d. Solution : $i_d(t) = -\frac{E+E'}{R} + A_2 \exp\left(-\frac{t-\alpha T_0}{\tau}\right)$, et

en linéarisant, $i_d(t) = -\frac{E+E'}{R} + A_2 \left(1 - \frac{t-\alpha T_0}{\tau}\right)$.

Et $i_C(t) = i_d(t)$. Et pendant cette phase, $i_K(t) = 0$.



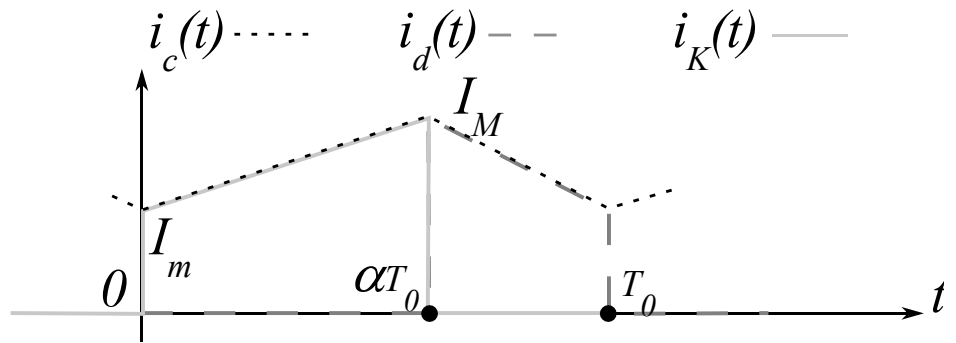
3. On représente graphiquement l'évolution de la tension $u_C(t)$: Pour les courants, on s'appuie sur les questions précédentes.

De $t = 0$ à $t = \alpha T_0$, $i_K(t) =$

$i_C(t) = \frac{E-E'}{R} + A_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ est

monotone, croissante ou décroissante, selon le signe de A_1 .

Elle tend asymptotiquement vers $\frac{E-E'}{R} > 0$.



De $t = \alpha T_0$ à $t = T_0$, $i_d(t) = i_C(t) = -\frac{E+E'}{R} + A_2 \exp\left(-\frac{t-\alpha T_0}{\tau}\right)$ est monotone, croissante ou décroissante, selon le signe de A_2 . Elle tend asymptotiquement vers $\frac{-E-E'}{R} < 0$. Puisque $i_C(t)$ est une fonction continue du temps, et périodique, nécessairement elle croît de 0 à αT_0 , pour tendre vers une valeur positive, et décroît de αT_0 à T_0 , pour tendre vers une valeur négative. Donc $A_1 < 0$ et $A_2 > 0$.

On aurait aussi pu faire un raisonnement énergétique : 0 à αT_0 , E fournit de l'énergie, E' en reçoit. De αT_0 à T_0 , E et E' en reçoivent. Seule la bobine peut leur en donner, donc le courant $i_C(t)$ qui y circule, et est positif, ne peut que décroître dans cette phase, et il doit croître dans l'autre phase, afin d'être périodique.

Cette analyse qualitative permet même de dire que le courant $i_C(t)$ est minimum (I_m) à $t = 0$, et maximum (I_M) à $t = \alpha T_0$. Les tracés sont ci-dessus.

4. On fait comme dans le cours : si $\frac{L}{R} \ll T_0$, l'évolution du courant i_c est quasiment affine par morceaux.

En se plaçant juste avant αT_0 , l'équation différentielle du 1-a est approximativement :

$$E \simeq L \frac{\Delta i_c}{\alpha T_0} + RI_M + E'$$

En se plaçant juste avant αT_0 , l'équation différentielle du 2-c est approximativement :

$$-E \simeq L \frac{-\Delta i_c}{(1-\alpha)T_0} + RI_M + E'$$

En faisant la différence entre les deux équations, on obtient : $2E \simeq L \frac{\Delta i_c}{T_0} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{(1-\alpha)} \right)$

D'où $\Delta i_c \simeq \frac{2E\alpha(1-\alpha)T_0}{L}$.

Numériquement, pour $\alpha = 0,79$, $\Delta i_c \simeq 0,24 \text{ A}$.

5. Pour $\alpha = 0,79$:

a. $U_c = \langle u_c(t) \rangle = \alpha E - E(1 - \alpha)$, donc $U_c = (2\alpha - 1)E = 58 \text{ V}$.

b. Avec la loi de la maille, on a $\langle u_c(t) \rangle = \langle u_L + u_R + E' \rangle = 0 + RI_C + E'$, donc

$$I_C = \frac{(2\alpha - 1)E - E'}{R} = 4,0 \text{ A}.$$

c. La puissance moyenne reçue par la f.c.é.m. E' est $P' = \langle E' i_c \rangle = E' \langle i_c \rangle$,
donc $P' = E' I_C = 0,20 \text{ kW}$.

d. La puissance moyenne fournie par le générateur est $P = \langle E i_s \rangle = E \langle i_s \rangle$, or $i_s = i_c$ de 0 à αT_0 , puis $i_s = -i_c$ de αT_0 à T_0 , donc si on admet que i_c est affine par morceaux, $\langle i_s \rangle = \alpha I_C - (1 - \alpha)I_C$, donc $P = E I_C (2\alpha - 1) = 0,23 \text{ kW}$.

e. La puissance moyenne reçue globalement par la charge est nécessairement égale à celle fournie par E puisque les interrupteurs sont supposés idéaux : $P_L = P = 0,23 \text{ kW}$.

- 6.

On calcule $\Omega = \frac{E'}{K} = 0,17 \cdot 10^3 \text{ rad/s}^{-1}$.