La calculatrice est interdite

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème n°1 : Electrostatique d'après e3a PSI et d'après PT

PARTIE I : PROPRIÉTÉS DE SYMÉTRIE DU CHAMP ÉLECTRIQUE. APPLICATIONS

1 Soit une distribution D_q de charges électriques qui crée en un point M un champ électrique $\vec{E}(M)$.

Soit P_s un de symétrie pour D_q. Soit M' le point symétrique du point M par rapport à P_s. Comment obtenir le champ électrique $\vec{E}'(M')$ à partir de $\vec{E}(M)$?

2 Soit M un point de P_s.
Caractériser, par rapport au plan P_s le champ $\vec{E}(M)$ créé par D_q, et justifier.

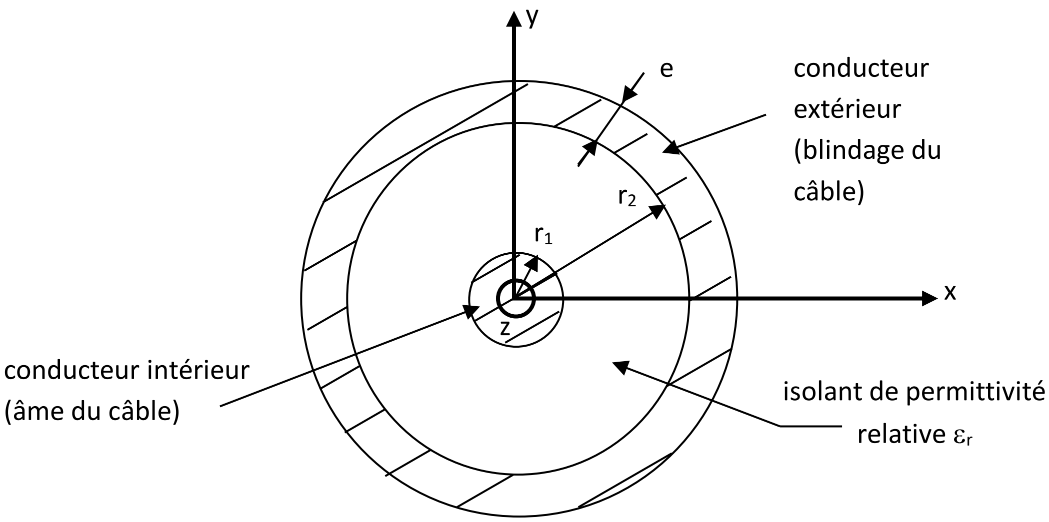
3 Soit P_A est un plan d'antisymétrie pour la distribution de charges D_q. Soit M un point de P_A.
Caractériser, par rapport au plan P_A, le champ $\vec{E}(M)$ créé par D_q, et justifier.

4 Application :
Le plan xOy porte une charge surfacique uniforme de densité $\sigma > 0$.
Donner, en tout point n'appartenant pas à xOy, la configuration du champ électrique$\vec{E}(M)$, c'est-à-dire sa direction et ses dépendances par rapport aux coordonnées d'espace.
Exprimer le champ électrique en tout point de l'espace n'appartenant pas à xOy.

PARTIE II : CABLE COAXIAL

Un câble coaxial est constitué de deux cylindres coaxiaux parfaitement conducteurs, de même axe (Oz), et de rayons respectifs r_1, r_2 et (r_2+e), et de longueur ℓ. La longueur de la ligne ℓ est assez grande devant r_1 et r_2 pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités : on considère que **les symétries et invariances sont les mêmes que si la longueur ℓ était infinie**.

L'espace entre les deux conducteurs contient un isolant, homogène et isotrope de permittivité relative $\varepsilon_r = 2{,}0$, et de permittivité absolue $\varepsilon = \varepsilon_o.\varepsilon_r$, la notation ε_o désignant la permittivité absolue du vide. Il est rappelé qu'un tel isolant se comporte comme le vide, la seule différence étant qu'il faut remplacer la permittivité absolue ε_o du vide par celle, ε, du matériau isolant.



Le conducteur **intérieur** est porté au potentiel V_1 constant et le conducteur **extérieur au potentiel V_2, qu'on suppose nul**. Les conducteurs, en équilibre électrostatique, portent alors respectivement les charges électriques $+Q$ et $-Q$, supposées uniformément réparties sur les **deux seules** surfaces des conducteurs qui sont de rayon r_1 et r_2.

5- Choisir un système de coordonnées. Déterminer en tout point la direction du champ électrique et expliciter les variables dont dépend sa norme E dans le système de coordonnées choisi.

6- Etablir l'expression de E dans l'âme, dans l'isolant, puis dans le blindage, en fonction de Q, de la permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$ de l'isolant, de r et de ℓ. Il est rappelé que l'expression de E demandée se déduit de celle obtenue dans le cas d'un câble coaxial « à vide » en remplaçant la permittivité absolue ε_o du vide par celle, ε , du matériau isolant.

7- Déterminer E dans le domaine $r > (r_2 + e)$.

8- Tracer le graphe de $E(r)$ pour tout $r > 0$.

9- Exprimer la tension $U_{12} = V_1 - V_2$ en fonction de Q, $\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$, ℓ, r_1 et r_2 .

10- En déduire l'expression de la capacité par unité de longueur (capacité linéique) du câble coaxial, notée C_1 , en fonction de ε, r_1 et r_2.

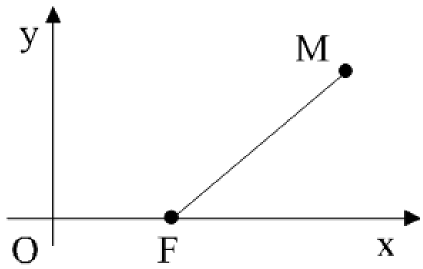
11- Rappeler l'expression de la densité volumique d'énergie électrostatique associée à la présence d'un champ électrique $\vec{E}$ dans une région de l'espace où la permittivité est ε_0.

On admet que dans un milieu de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$, l'expression de la question précédente doit être modifiée, en remplaçant ε_0 par ε.

12- Etablir l'expression de l'énergie électrostatique $\mathcal{E}_e$ emmagasinée par le câble coaxial de longueur ℓ, en fonction de C_1 , ℓ et $V_1 - V_2$.

PARTIE III : FIL(S) RECTILIGNE(S)

Un fil rectiligne infini f de dimensions transversales négligeables, placé dans le vide, porte des charges électriques réparties uniformément, avec une densité linéique λ. Ce fil est parallèle à l'axe (Oz) et a pour trace sur le plan xOy le point F de coordonnées $x = a$ et $y = 0$.



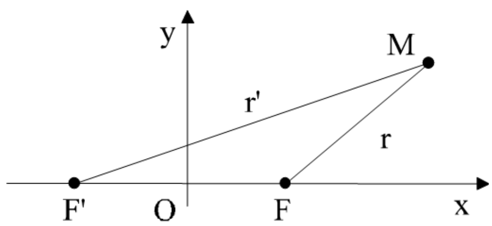
13- En quelles unités est exprimée habituellement la permittivité ε_0 ? Justifier le choix de ces unités.

14- Montrer que le champ électrostatique $\vec{E}$ produit par ce fil est indépendant de z. Par la suite, on se placera (sauf dans les questions 19 et 20) dans le plan xOy, mais les choses seraient identiques dans tout plan parallèle à xOy.

15- Déterminer le champ électrostatique en un point quelconque M du plan xOy en introduisant le vecteur $\overrightarrow{FM}$ et la variable $FM = r$.

16- V désignant le potentiel électrostatique en M et V_0 le potentiel en O, exprimer la différence de potentiel $V - V_0$.

On étudie maintenant toujours dans le vide, le système constitué par le fil f associé à un second fil f', symétrique de f par rapport à (Oz) et portant des charges électriques uniformément réparties, avec la densité linéique $-\lambda$. La trace de f' sur le plan xOy est le point F'.



17- M étant un point quelconque du plan xOy, r sa distance à F et r' sa distance à F', V le potentiel en M et V_0 celui en O pour cette nouvelle distribution de charges, exprimer dans ce nouveau cas la différence de potentiel $V - V_0$.

18- Déterminer la valeur de V_0 telle que V tende vers zéro quand M s'éloigne indéfiniment dans le plan xOy.

19- Montrer qu'il existe une surface équipotentielle plane. Quel est ce plan ?

20- Quelle est la direction du champ électrique dans ce plan ? Une réponse justifiée est attendue, s'appuyant sur la composition de la distribution de charges.

21- Rappeler et justifier comment doit être la direction du champ électrique en un point, par rapport à la surface équipotentielle passant par ce point.

22- On fait tendre a vers zéro, mais en gardant le produit $(2\lambda a)$ constant et égal à p.
On pose $\rho = OM$, et on note θ l'angle entre (Ox) et $\overrightarrow{OM}$. En d'autres termes, on utilise les coordonnées polaires (ρ, θ) pour repérer la position de M dans le plan xOy. On s'intéresse au domaine de l'espace $\rho \gg a$. En utilisant ce qui précède, et en faisant des développements limités à l'ordre 1 en $\frac{a}{\rho}$, exprimer le potentiel $V(\rho, \theta)$.

23- En déduire les deux composante, E_ρ et E_θ du champ électrique, dans la base associée à ces coordonnées polaires.

Pb n°2 : Physique : Ondes sonores

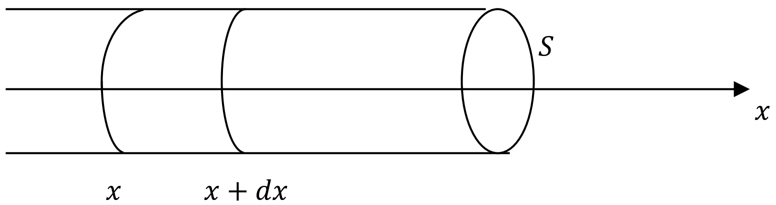
A] Equations des ondes sonores :

On considère ici la propagation unidirectionnelle, suivant l'axe Ox, d'une onde plane sonore dans l'air. Celui-ci, initialement au repos, est assimilable à un gaz parfait non visqueux. Les transformations thermodynamiques sont supposées adiabatiques et réversibles.

On note P_0 et ρ_0 , la pression et la masse volumique de l'air au repos (ρ_0 =1,3 $\mathrm{kg.m^{-3}}$ et P_0 = 1,0.10^5 Pa).

On note χ le coefficient de compressibilité isentropique de l'air (χ = 7,0 10^{-6} $\mathrm{Pa^{-1}}$).

On définit comme système la masse δm d'air située entre les abscisses x et $x + dx$, d'un cylindre fictif horizontal, d'axe (Ox) et de section S.



Après une perturbation élémentaire, les caractéristiques de l'air sont décrites par les grandeurs suivantes, fonctions de la position x et du temps t :

$v(x,t) = v(x,t)\,\vec{u}_x$: la vitesse du fluide,

$\xi(x,t)$: le déplacement du fluide,

$P(x,t) = P_0 + p(x,t)$ la pression de l'air,

$\rho(x,t) = \rho_0 + \mu(x,t)$ la masse volumique de l'air.

A.1.a) Ecrire une équation de la dynamique (E_1) pour une particule de fluide, sans prendre en compte la pesanteur.

A.1.b) Ecrire l'équation locale (E_2) de conservation de la masse ou équation de continuité.

A.1.c) Rappeler l'expression de χ en fonction de ρ et P ou de leurs dérivées partielles (E_3).

A.2.a) Rappeler en quoi consiste l'approximation acoustique.

A.2.b) Simplifier les équations E_1, E_2 et E_3 dans le cadre de l'approximation acoustique et de la propagation unidirectionnelle suivant l'axe des x. On notera E_4, E_5 et E_6 les équations correspondantes.

A.3.a) En déduire les équations de propagation de l'onde acoustique vérifiées par les grandeurs $v(x,t)$ et $p(x,t)$.

A.3.b) Quelle est l'expression de la célérité c_0 des ondes acoustiques dans l'air ? En donner une valeur approchée, compte tenu des valeurs numériques données dans cet énoncé.

A.3.c) La célérité c_0 dépend-elle de la température T de l'air ? Si oui, établir la dépendance entre c_0 et T.

B] Cas de l'onde sonore plane progressive sinusoïdale :

B.1.a) L'onde sonore plane progressive sinusoïdale (O.S.P.P.S.) a-t-elle une structure transverse ou longitudinale ? Justifier.

B.1.b) Citer un exemple d'onde plane à structure longitudinale ainsi qu'un exemple d'onde plane à structure transverse.

Pour modéliser l'O.S.P.P.S., on adopte les notations suivantes pour lesquelles les fonctions complexes associées aux grandeurs sinusoïdales sont soulignées : $\underline{p}(x,t) = p_0\, e^{j(\omega t - kx)} = \underline{p_0}\, e^{-jkx}$ avec $\underline{p_0} = p_0 e^{j\omega t}$

$$\underline{\vec{v}}(x,t) = \overrightarrow{v_0}\, e^{j(\omega t - kx)} = \underline{v}(x,t)\overrightarrow{e_x}$$

B.2.a) Etablir la relation de dispersion liant ω et k.

B.2.b) Etablir la relation entre $\underline{p}(x,t)$ et $\underline{v}(x,t)$. La surpression acoustique $p(x,t)$ et la vitesse $v(x,t)$ sont-elles en phase, en opposition de phase ou en quadrature de phase ?

La puissance $\mathcal{P}$ rayonnée par l'O.S.P.P.S. à travers une section S perpendiculaire à l'axe (Ox) est la puissance moyenne de la force de surpression appliquée à la section S se déplaçant avec la vitesse $v(x,t)$. On a $\mathcal{P} = R\,S$.

B.3.a) Nommer le vecteur $\vec{R} = R\vec{e}_x$.

B.3.b) Exprimer R en fonction de ρ_0, c_0 et p_0.

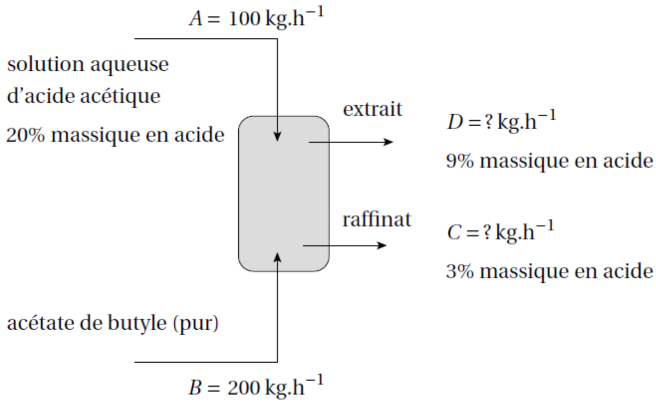
B.3.c) Définir l'intensité acoustique I, puis donner son expression en dB. Quelle différence présente cette définition attachée aux dB par rapport à celle utilisée pour des diagrammes de Bode, et pourquoi ?

B.3.d) Si l'amplitude de la surpression acoustique de l'OSPPS est multipliée par 2, par combien est multipliée l'amplitude de la vitesse ? Par combien est multipliée l'intensité acoustique ?

B.3.e) Si l'amplitude de la surpression acoustique de l'OSPPS est multipliée par 100, comment est modifiée l'intensité en dB ?

Problème n°3 : CHIMIE

.**I)** L'extraction liquide-liquide est une opération industrielle clé, elle consiste à isoler un composé dans une solution (soluté dilué dans un solvant) par transfert sélectif dans un second solvant liquide, peu miscible au premier, et de masse volumique différente. Le schéma général d'un extracteur continu industriel montre l'introduction de la solution contenant le soluté à extraire, l'introduction du solvant d'extraction, la sortie de l'extrait (solvant permettant l'extraction du soluté cible) et la sortie du raffinat (solvant contenant initialement le soluté dont la teneur en soluté a diminué). L'exemple ci-contre montre l'extraction de l'acide acétique contenu dans l'eau par le solvant acétate de butyle. Il n'y a aucune réaction chimique dans cette unité opérationnelle. Certains débits massiques sont précisés, ainsi que certaines teneurs massiques. L'extrait est une solution dont le solvant est l'acétate de butyle, tandis que le raffinat est une solution aqueuse.



La masse volumique de l'acétate de butyle est inférieure à celle de l'eau. Le régime est stationnaire.

1°) Exprimer puis calculer numériquement le débit massique en raffinat, ainsi que le débit massique en extrait. On précise que ce devoir étant sans calculatrice, on se limitera à deux chiffres significatifs. Et pour l'expression littérale, on définira bien les notations employées.

2°) Exprimer puis calculer numériquement le rendement η de l'extraction, défini comme le rapport entre la masse d'acide par unité de temps qui quitte l'extracteur au niveau de l'extrait et la masse d'acide par unité de temps qui entre dans l'extracteur. Commenter la valeur obtenue.

II) On étudie la polymérisation d'un alcène dans un RPAC. Un mélange liquide de solvant, de monomère M (de concentration notée $[\mathrm{M}]_e$) et d'inhibiteur I (de concentration $[\mathrm{I}]_e$) est introduit dans un réacteur avec un débit volumique D_v . Le coefficient stœchiométrique est de 1 (en valeur absolue) pour le monomère. La vitesse de la réaction de polymérisation est donnée par : $v = k_p[M]\sqrt{\frac{2k_0[\mathrm{I}]_e}{k_t}}$, avec :

- $[\mathrm{M}]$ la concentration en monomère ;
- $[\mathrm{I}]_e$ la concentration initiale en inhibiteur ;
- k_p ; k_0 ; k_t représentent des constantes de vitesses de différentes étapes de la polymérisation (propagation, initiation, terminaison) et sont connues.

3°) Exprimer le volume V de réacteur nécessaire pour obtenir un taux de conversion α donné pour le monomère.