

Devoir en temps libre n°2

Le sujet comporte 2 exercices indépendants.

- Exercice 1 : Banc d'essai de lame de tondeuse 1
- Exercice 2 : Contrôle d'une machine de forage 3

Exercice 1 : Banc d'essai de lame de tondeuse

(D'après banque PT SIB 2022)

Pour mettre sur le marché une nouvelle tondeuse, le modèle doit passer de nombreux tests normalisés. L'un d'entre eux a pour objectif de garantir l'intégrité de la lame lors d'un choc éventuel avec un objet enfoncé dans le sol : après un choc, la lame doit rester d'un seul tenant et aucun morceau ne doit être éjecté afin de ne pas blesser les personnes à proximité. Il s'agit d'un essai destructif réalisé sur une tondeuse prête à la vente. La qualité d'une lame est susceptible de varier selon un grand nombre de paramètres (matériau, procédé de fabrication, traitements thermiques, etc...). C'est pour cette raison que l'entreprise ETESIA réalise après chaque campagne de production de lames un essai d'impact sur un échantillon de lames. Afin de ne pas détruire une tondeuse à chaque lot de lames fabriquées, ETESIA a décidé de réaliser un banc d'essai de lames seules, basé sur le principe de l'essai normalisé.



Figure 1- Lame avant et après impact

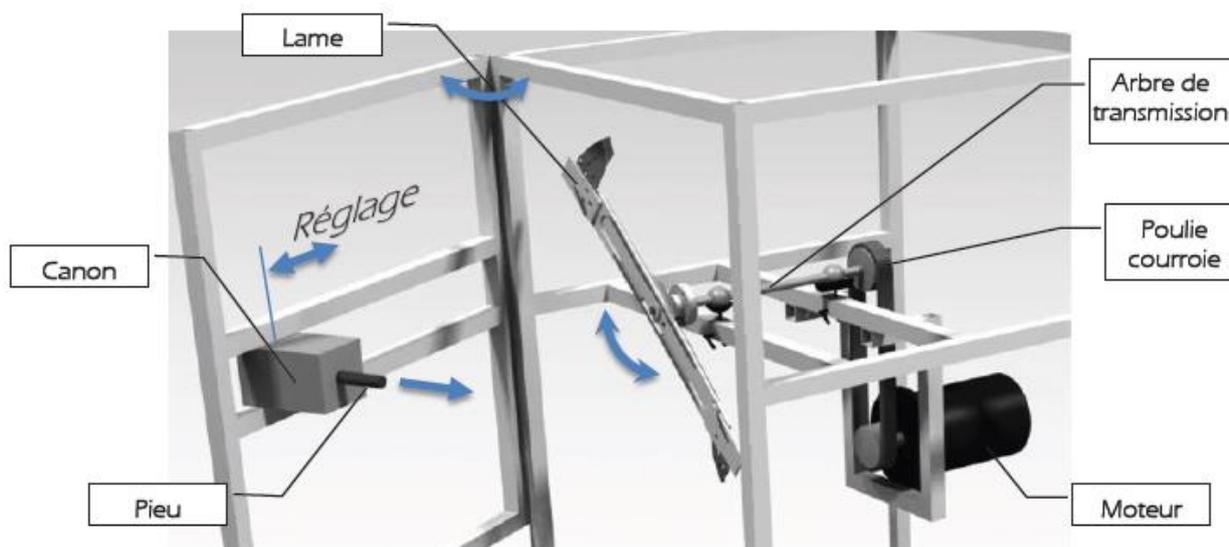


Figure 2 - Principaux éléments du banc

Afin de dimensionner correctement l'arbre de transmission, il est nécessaire de déterminer les actions mécaniques subit au niveau des liaisons.

Le modèle retenu pour cette étude est présenté figure 3.

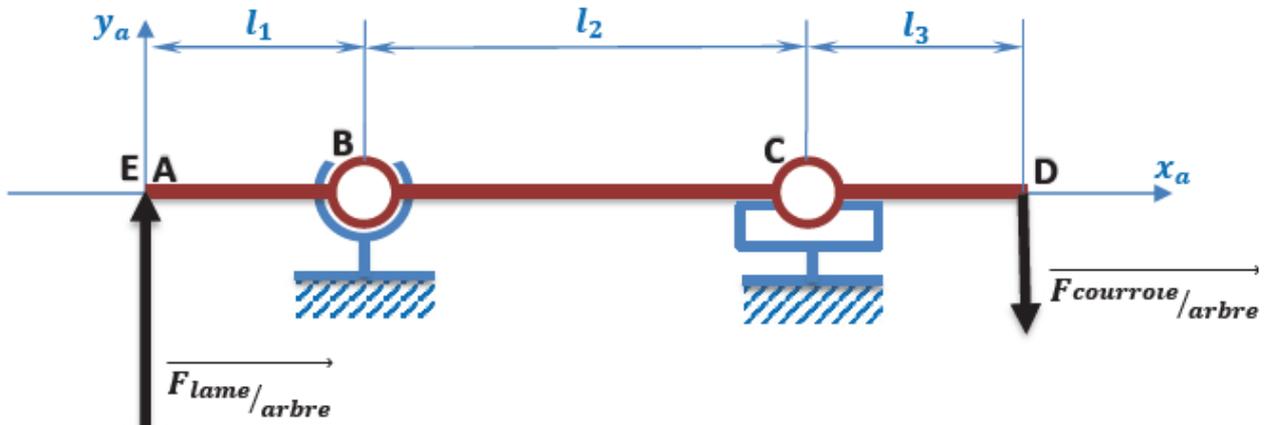


Figure 3 – Modèle retenu pour l'étude en Flexion de l'arbre

Hypothèse :

- L'étude est ramenée à un problème plan de statique (\vec{x}_a, \vec{y}_a).
- Lors du choc, l'effort du pieu sur la lame est intégralement transmis à l'arbre en A. Cet effort est vertical et est noté : $\vec{F}_{lame \rightarrow arbre} = F_{lame \rightarrow arbre} \vec{y}_a$
- Lors du choc, le moteur n'est plus alimenté électriquement. Les deux brins de la courroie sont soumis à la même tension. La résultante des forces de la courroie sur l'arbre en D est verticale et est notée $\vec{F}_{courroie \rightarrow arbre} = -F_{courroie \rightarrow arbre} \vec{y}_a$.

Données :

- Résultante des forces de la courroie sur l'arbre : $F_{courroie \rightarrow arbre} = 300 \text{ N}$.
- Force de la lame sur l'arbre : $F_{lame \rightarrow arbre} = 1200 \text{ N}$.
- Longueurs des tronçons de l'arbre : $l_1 = 100 \text{ mm}$, $l_2 = 200 \text{ mm}$, $l_3 = 100 \text{ mm}$, $l_4 = 250 \text{ mm}$.

Question 1 : Donner la forme des torseurs d'actions mécaniques du bâti sur l'arbre $\{\mathcal{T}_{bati \rightarrow arbre}^{L_B}\}$ et $\{\mathcal{T}_{bati \rightarrow arbre}^{L_C}\}$ pour chacune des liaisons (celle en B puis celle en C) dans la cas dans problème spatial (3D), puis dans le cas d'un problème plan (On notera $X_B, Y_B, Z_B, L_B, \dots$ les inconnues de la liaison en B et X_C, Y_C, \dots les inconnues de la liaison en C).

Question 2 : En appliquant le principe fondamental de la statique à l'arbre au point B, déterminer les expressions de chacune des inconnues de liaisons en fonction des dimensions l_1, l_2, l_3 et des forces $F_{courroie \rightarrow arbre}$ et $F_{lame \rightarrow arbre}$.

Question 3 : Réaliser l'application numérique pour chaque inconnue de liaisons.

Exercice 2 : Contrôle d'une machine de forage

(D'après CCINP MP 2023)

1 Présentation générale

Dans le domaine du génie civil, toute structure architecturale a besoin d'une fondation faisant office de liaison entre celle-ci et le sol. Elle permet d'assurer la transmission des charges et leur répartition dans le sol. Lorsque le sol résistant se trouve à une très grande profondeur, ou dans le cas d'une structure très importante, il est nécessaire de créer une fondation profonde composée de pieux en béton armé. L'excavation des terres se réalise alors grâce à un engin appelé foreuse (ou machine de forage).

Comme l'illustre la **figure 1**, ces pieux de fondation profonde sont réalisés en plusieurs étapes :

- étape 1 : positionnement de la foreuse et de l'outil au-dessus du point d'implantation du pieu ;
- étape 2 : forage profond jusqu'au sol résistant ;
- étape 3 : mise en place de l'armature (treillis de fer) du pieu ;
- étape 4 : coulée du béton ;
- étape 5 : retrait de la machine et séchage du pieu.

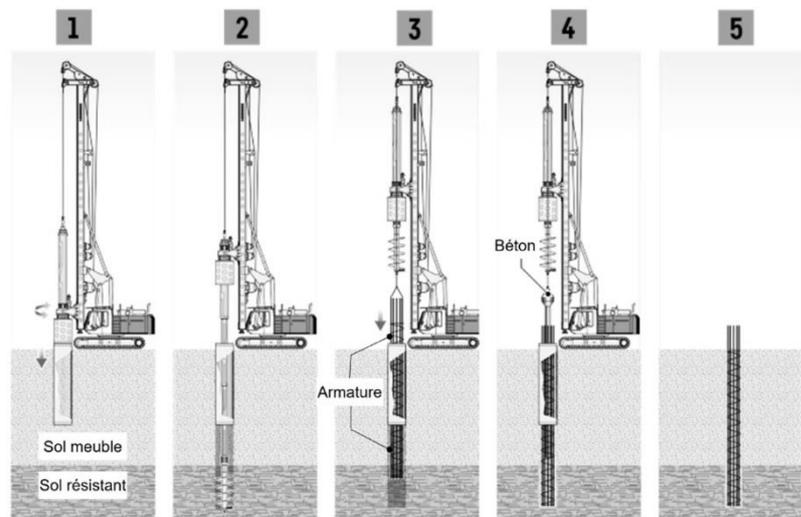


Figure 1 - Réalisation d'un pieu de forage profond

Une machine de forage est un système riche en sous-systèmes. Une description fonctionnelle partielle est donnée **figure 2** et une description structurelle, simplifiée, se situe en **figure 3**.

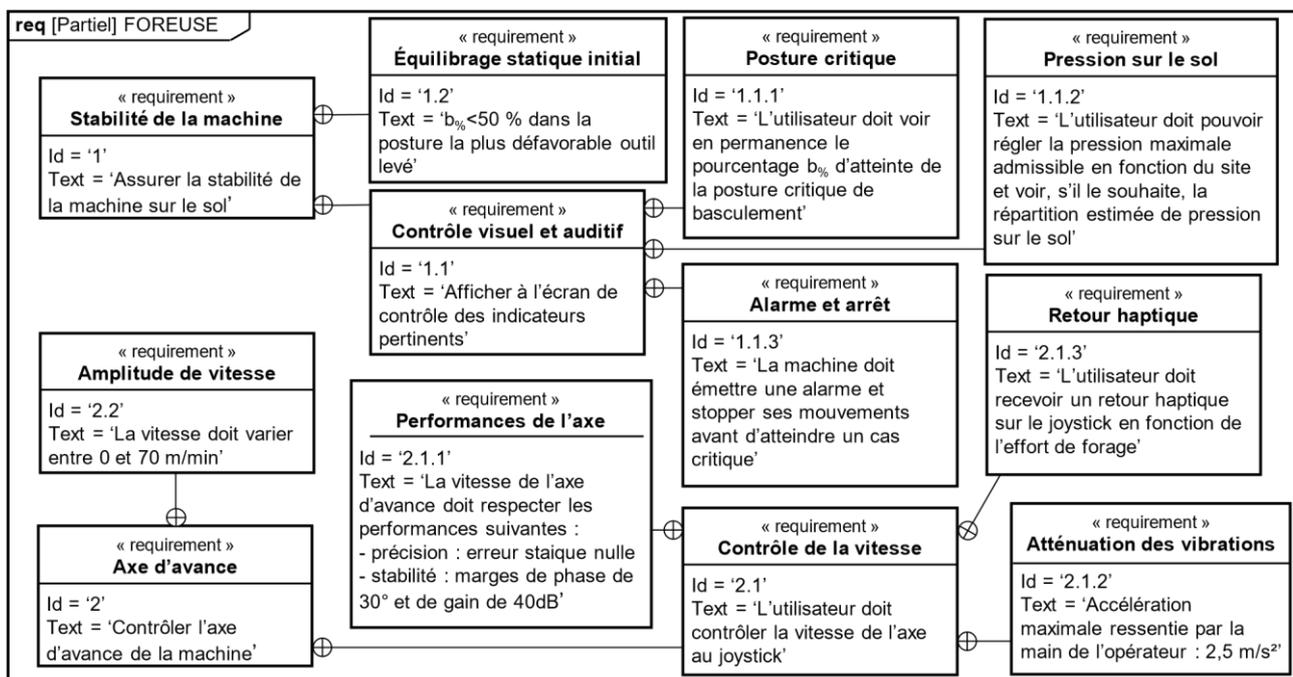
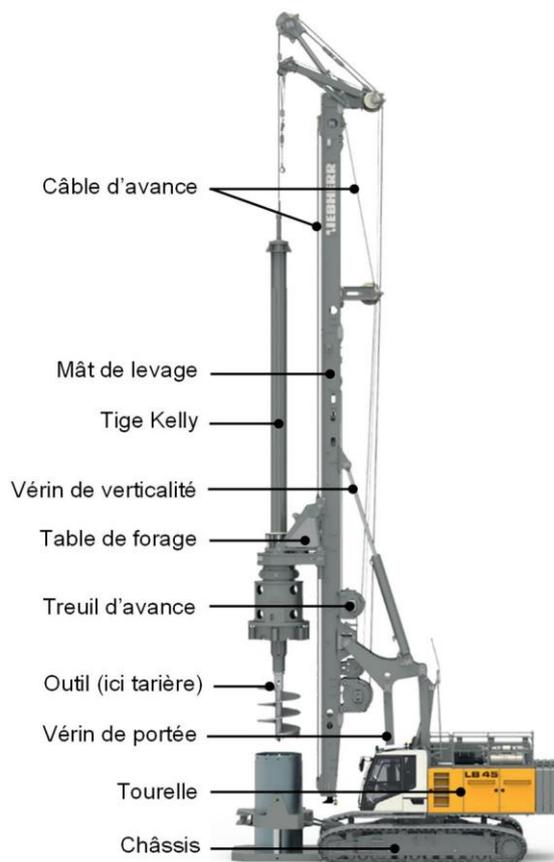


Figure 2 - Diagramme des exigences partiel

Une tourelle, comportant la cabine de pilotage, les différents moteurs de la foreuse et des contrepoids à l'arrière, est montée sur un châssis équipé de chenilles. La tourelle est orientable autour d'un axe vertical à 360° par rapport au châssis et porte un mât de levage. Ce mât, dont la portée et la verticalité par rapport à la tourelle sont réglables à l'aide de vérins, guide une table de forage en translation grâce à un câble d'avance lui-même actionné par un treuil d'avance. En phase de forage, pendant que la table de forage descend, celle-ci actionne en rotation la tige Kelly au bout de laquelle est montée l'outil, généralement une tarière (vis sans fin). Le mouvement d'avance combiné au mouvement de rotation de l'outil permet le forage. De plus, on note que la table de forage est équipée d'un système de suspension permettant d'amortir, pour le reste de la machine, les vibrations dues aux efforts de forage.

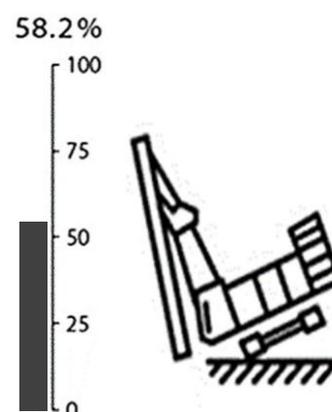
**Figure 3** - Principaux constituants d'une foreuse

2 Contrôle de la stabilité de la machine de forage

Les objectifs de cette partie sont de valider l'exigence 1.2 et d'étudier ce que propose le constructeur face à l'exigence 1.1.

2.1 Condition de basculement statique

En fonction de l'orientation de la tourelle par rapport au châssis et des efforts mis en jeu, il est possible que la machine de forage bascule. Ceci doit légitimement être évité. Pour cela, la connaissance de la position estimée du centre de gravité de la machine permet à l'ordinateur de bord d'afficher à tout instant sur l'écran de contrôle la marge de manœuvre possible avant basculement de la machine. La **figure 4** ci-contre illustre ce que l'opérateur peut observer dans un coin de son écran : le pourcentage $b\%$ d'atteinte de la posture critique de basculement pour une orientation de tourelle donnée. On se propose dans cette sous-partie de retrouver comment l'ordinateur de bord génère ce résultat.



Pour cela, on se base sur le paramétrage n° 1 de la machine, avec **Figure 4** - Aperçu du efforts ponctuels entre le sol et les chenilles, présent en **annexe 1** contrôle de $b\%$ (page 16).

On suppose que F_{sol} est estimé par l'expression $F_{sol} = mg - 2 F_w$. Sauf indications contraires, on néglige également les effets dynamiques.

Question 4 : On isole l'ensemble Σ en équilibre par rapport à 0.

- Réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures (en écrivant les différents torseurs) ;
- Appliquer le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{z} .
- Appliquer le théorème du moment statique en O projeté sur \vec{y} .
- Donner l'expression de F_g et de F_d en fonction des données connues du système, de θ et de F_{sol}

Le problème étant symétrique pour $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à droite) et $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à gauche), on n'étudie par la suite que le basculement statique à droite.

Question 5 : Donner la condition en effort sur F_g pour laquelle il y a basculement statique à droite. En absence d'effort de forage, en déduire la condition sur la position (r, θ) du centre de gravité G pour laquelle le basculement à droite est alors évité.

Question 6 : Interpréter physiquement le résultat précédent et montrer que $b_{\%}$ peut être, dans ce cas, approximé par : $b_{\%} = 100 \frac{|r \cdot \cos(\theta)|}{a}$

Afin de limiter le basculement, des contrepoids sont ajoutés à l'arrière de la tourelle.

2.2 Contrôle de la pression du sol - Modélisation des actions mécaniques

Le basculement de la machine n'est pas toujours dû à un déport trop important du centre de gravité de la machine, comme étudié dans la partie précédente, ou à un effort F_{sol} (estimé via F_w) trop important. En effet, une fondation profonde a particulièrement du sens si le sol de surface n'est pas très résistant. Ainsi, si la foreuse exerce trop de pression sur ce sol, celui-ci peut s'affaisser, ce qui peut déstabiliser de manière critique la machine. La foreuse doit donc contrôler à tout instant, par estimation, la pression qu'elle exerce sur le sol (et donc que le sol exerce sur elle).

Le **tableau 1** récapitule les niveaux de pression que les sols peuvent supporter avant de risquer de s'affaisser.

Type de sol	Rocher	Schiste argileux	Gravier compact	Asphalte	Sable compacté	Sable en vrac	Argile humide
Pression maximale admissible (kPa)	2 000	800	400	200	200	100	<100

Tableau 1 - Pressions admissibles par le sol selon le type de sol

D'après les normes européennes, les efforts entre le sol et les chenilles ne doivent pas être modélisés comme ponctuels au centre de leur surface de contact comme cela a été supposé dans la partie précédente (avec F_d et F_g). La répartition de pression du sol sur chaque chenille doit être modélisée comme trapézoïdale sur sa longueur et constante sur sa largeur. Un exemple de représentations 3D, 2D et "aplatie" (comme vue sur l'écran de contrôle dans la cabine) de telles répartitions est donné sur la **figure 6**. Sur la vue "aplatie", la machine est vue de dessus et la visualisation de l'allure des pressions sous les chenilles est ramenée dans le plan de l'écran.

Un des rôles de l'ordinateur de bord est d'estimer ces répartitions de pression afin de vérifier que la pression maximale supportée par le sol (rentrée par l'utilisateur en fonction du site) n'est pas atteinte à un coefficient de sécurité près.

Si c'est le cas, l'ordinateur bloque tous les mouvements de la foreuse qui risqueraient d'empirer et renvoie une alarme.

On se propose dans cette sous-partie d'étudier cette estimation.

On base l'étude sur le paramétrage n° 2 de l'annexe 1, avec répartition de pression entre le sol et les chenilles. Puis, afin de résoudre le problème plus facilement, on somme les deux glisseurs (poids en G et sol en F) pour en former un seul équivalent (en E), comme visualisé sur la figure 7 et noté $\vec{F}_{eq \rightarrow f} = F_{eq} \vec{Z}$ où F_{eq} est négatif.

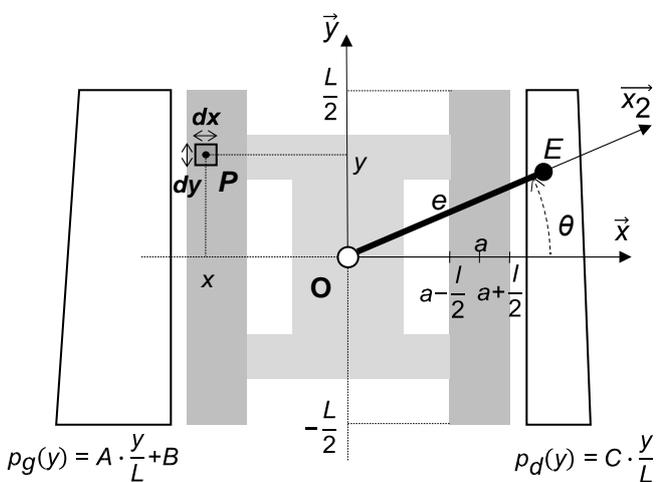


Figure 7 - Simplification et modèle équivalent

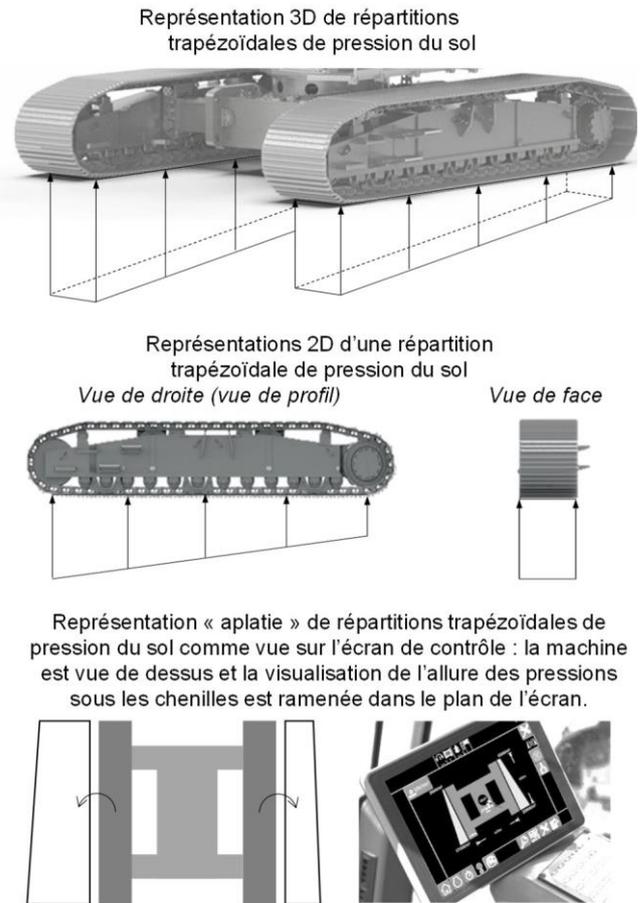


Figure 6 - Modèles de répartitions trapézoïdales de pression du sol sur les chenilles

Question 7 : Déterminer les expressions de F_{eq} et de e en fonction de M , m , F_w , R , r et de g .

La force élémentaire de réaction du sol O sur la chenille gauche cg est notée $\vec{dF}_{0 \rightarrow cg}(P)$:

$$\vec{dF}_{0 \rightarrow cg}(P) = p_g(y) \cdot \vec{z} \cdot dx \cdot dy$$

La chenille droite est notée cd .

Question 8 : En déduire l'expression de la force élémentaire $\vec{dF}_{0 \rightarrow cg}(P)$ et du moment élémentaire $\vec{dM}_{0,0 \rightarrow cg}(P)$ au point O qu'exercent le sol sur la chenille gauche en un point P de contact en fonction de A et de B .

Question 9 : Déterminer à l'aide de la question précédente les expressions de l'effort $\vec{F}_{0 \rightarrow cg}$ et du moment $\vec{M}_{0,0 \rightarrow cg}$ en fonction de A , B et des données connues du système.

De même, on pourrait, par analogie, déterminer $\vec{F}_{0 \rightarrow cg}$ et $\vec{M}_{0,0 \rightarrow cg}$ en fonction de C et de D . Au final, on peut en déduire la force $\vec{F}_{0 \rightarrow \Sigma}$ qu'exerce le sol sur la foreuse et le moment en O qu'exerce le sol sur la foreuse $\vec{M}_{0,0 \rightarrow \Sigma}$ (via uniquement les chenilles gauche et droite).

Grâce à ces résultats, on trouve qu'à l'équilibre, les répartitions de pressions trapézoïdales doivent respecter le système d'équations (1).

$$(1) \begin{cases} (D + B).L.l = -F_{eq} \\ (C + A). \frac{L^2.l}{12} = -F_{eq}.e.\sin(\theta) \\ (D - B).L.l.a = -F_{eq}.e.\cos(\theta) \end{cases}$$

Question 10 : Pour chacune des trois équations scalaires du système d'équations (1), quel théorème a permis de l'établir ? (Préciser le système isolé, le théorème utilisé (résultante ou moment), la projection utilisée, et le point pour le moment).

La figure 8 permet de remarquer que B (respectivement D), toujours positive, est la pression moyenne de la répartition trapézoïdale gauche (respectivement droite) et que A (respectivement C), positive ou négative, en est l'écart entre sa pression avant et arrière. Ainsi, la pression maximale du sol sur la chenille gauche vaut toujours $B + \left|\frac{A}{2}\right|$ (respectivement $D + \left|\frac{C}{2}\right|$ à droite).

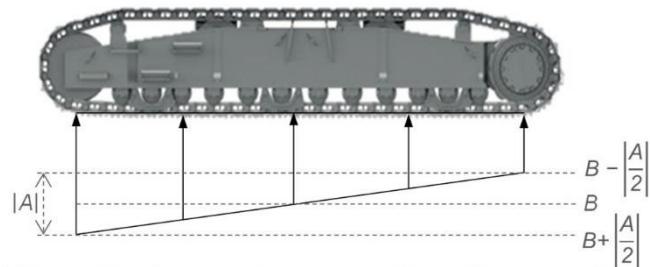


Figure 8 - Aperçu des expressions des pressions minimale, maximale et moyenne

Ainsi, pour estimer la pression maximale exercée au sol, l'ordinateur de bord estime d'abord la position de E et la valeur de F_{eq} en fonction des données renvoyées à tout instant par les capteurs présents sur les différents axes de la foreuse. Ensuite, il détermine les valeurs des pressions A , B , C et D grâce aux équations précédentes avec l'hypothèse assez réaliste où $C = A$ et en déduit la pression maximale. Enfin, il renvoie à l'écran la visualisation "aplatie" des distributions de pression et sonne l'alarme en cas d'approche de la pression maximale autorisée rentrée par l'utilisateur.

Question 11 : Après avoir précisé l'expression des paramètres A , B , C et D , donner l'expression de la pression maximale de chacune des répartitions estimées (gauche et droite) en fonction des données connues par la machine (L , l , a , e , θ et F_{eq} uniquement).

Question 12 : En déduire que l'expression unique de la pression maximale sous la foreuse s'écrit :

$$p_{max} = \frac{-F_{eq}}{2L.l} \left(1 + \frac{e|\cos \theta|}{a} + \frac{6.e.\sin \theta|}{L} \right)$$

Toutefois, il est important de nuancer que la pression du sol sur la foreuse ne peut physiquement pas être négative. C'est pourquoi, lorsque la pression minimale calculée d'une répartition trapézoïdale devient négative ($B - \left|\frac{A}{2}\right|$ pour la chenille gauche ou $D - \left|\frac{C}{2}\right|$ pour la droite), l'ordinateur de bord se doit de changer son modèle de répartition de pression trapézoïdale pour une répartition triangulaire où la pression minimale est imposée à 0 Pa. Dans ces moments-là, l'hypothèse où $C = A$ est rompue pour continuer à respecter le système d'équations précédent.

ANNEXE 1 - Paramétrage mécanique

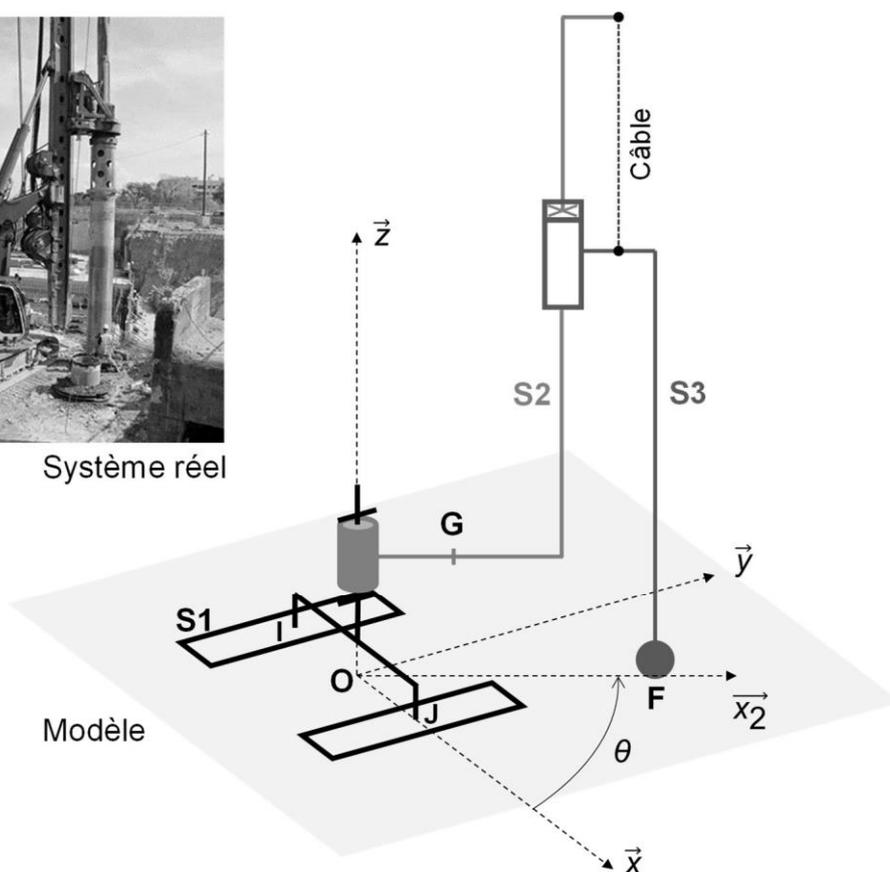
Paramètres généraux :

Soient :

- **0** le sol, **S1** le châssis de la foreuse, **S2** sa tourelle et son mât et **S3** l'ensemble {table de forage + outil} ;
- $R_0 = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère attaché aux solides **S0** et **S1** ;
- $B_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ la base attachée aux solides **S2** et **S3** telle que $(\vec{x}, \vec{x}_2) = \theta$ où θ est connu ;
- $\Sigma = \{\mathbf{S1}, \mathbf{S2}, \mathbf{S3}\}$ l'ensemble de la foreuse, de centre de gravité G tel que $\overrightarrow{OG} = r\vec{x}_2 + z_G\vec{z}$;
- $M = 186,5$ tonnes la masse de l'ensemble Σ et $m = 18$ tonnes la masse de **S3** seul ;
- $2F_w\vec{z}$, connu, l'effort du câble d'avance sur **S3**. La masse du câble est négligée dans la suite ;
- $F_{sol}\vec{z}$, inconnu, l'effort de forage du sol **0** sur l'outil de forage **S3** au point F, connu, défini par $\overrightarrow{OF} = R\vec{x}_2$;
- $-g\vec{z}$ où $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$, l'accélération de la pesanteur terrestre.



Système réel



Modèle

Paramétrage n° 1 : modèle avec efforts ponctuels entre le sol et la foreuse

- $F_g\vec{z}$, inconnu, l'effort du sol **0** sur **S1**, supposé ponctuel au centre I de la surface de contact entre la chenille gauche cg et le sol tel que $\|\overrightarrow{OI}\| = a = 2,1 \text{ m}$;
- $F_d\vec{z}$, inconnu, l'effort du sol **0** sur **S1**, supposé ponctuel au centre J de la surface de contact entre la chenille droite cd et le sol tel que $\|\overrightarrow{OJ}\| = a = 2,1 \text{ m}$.

Paramétrage n° 2 : modèle avec répartition de pression entre le sol et la foreuse

On note :

- $P(x, y, 0)$, un point courant de contact entre le sol et les chenilles. Attention, x est négatif sur la figure ci-dessous. Les grandeurs dx et dy sont les dimensions du domaine surfacique élémentaire autour du point P entre le sol et les chenilles ;
- $p_g(y) = \frac{A}{L} \cdot y + B$, la pression du sol 0 sur la chenille gauche cg au point $P(x, y, 0)$ où A et B , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $p_d(y) = \frac{C}{L} \cdot y + D$, la pression du sol 0 sur la chenille droite cd au point $P(x, y, 0)$ où C et D , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $L = 5,4 \text{ m}$, la longueur et $l = 1 \text{ m}$ la largeur de chaque chenille ;
- $a = 2,1 \text{ m}$, la distance moyenne sur l'axe \vec{x} d'une chenille au centre O de la machine.

