1.3 Circuit du premier ordre-Exercice 2

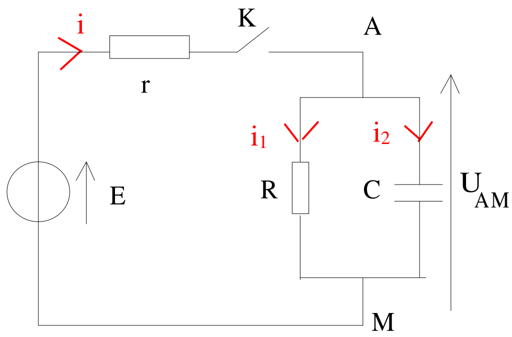
Un condensateur réel peut être modélisé par l'association en parallèle d'un condensateur idéal et d'une résistance.
E = 12 V ; r = 100 Ω ; R = 10 kΩ ; C = 100 nF
Le condensateur étant initialement déchargé, on ferme K à t = 0.

a-Etablir l'équation différentielle vérifiée par U_{AM}.

b-Résoudre cette équation.

c-Calculer dans l'ordre de votre choix :
- $p_1(t)$: puissance totale dissipée par les résistances
- $p_2(t)$: puissance emmagasinée par le condensateur
- $p_3(t)$: puissance fournie par le générateur

Quelle relation lie ces trois grandeurs ?



---

a-Loi des mailles : $E = ri + U_{AM}$

Loi des nœuds : $i = i_1 + i_2 = \frac{U_{AM}}{R} + C\frac{dU_{AM}}{dt}$

Donc : $E = r\frac{U_{AM}}{R} + rC\frac{dU_{AM}}{dt} + U_{AM}$

Finalement : $\boxed{\frac{dU_{AM}}{dt} + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right)U_{AM} = \frac{E}{rC}}$

b-Solution : $U_{AM} = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{RE}{R+r}$ avec $\tau = \frac{rRC}{r+R}$

A t = 0 : $U_{AM} = 0$ car le condensateur n'est pas chargé et la tension à ses bornes est continue.

Donc : $0 = K + \frac{RE}{R+r}$

Finalement : $\boxed{U_{AM} = \frac{RE}{R+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$

c-• $p_1(t) = ri^2 + Ri_1^2 = r\left(\frac{U_{AM}}{R} + C\frac{dU_{AM}}{dt}\right)^2 + \frac{U_{AM}^2}{R}$

• $p_2(t) = U_{AM} i_2 = CU_{AM}\frac{dU_{AM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}CU_{AM}^2\right)$

• $p_3(t) = Ei = E\left(\frac{U_{AM}}{R} + C\frac{dU_{AM}}{dt}\right)$

Par conservation de l'énergie : $\boxed{p_3(t) = p_1(t) + p_2(t)}$
