



PSI

CONCOURS COMMUN INP 2023
RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE DE
MATHÉMATIQUES

1/ REMARQUES GÉNÉRALES

❖ Changements en 2024

L'épreuve orale de mathématiques durera une heure avec :

- une demi-heure pour présenter les documents administratifs et préparer le sujet qui ne contiendra plus qu'un seul exercice ;
- une demi-heure de présentation au tableau divisée en 20 minutes pour présenter le sujet préparé puis 10 minutes pour traiter des questions non préparées.

Le sujet à préparer sera composé d'un seul exercice portant sur le programme des deux années de classe préparatoire. Une fois entré dans la salle, le candidat préparera ce sujet pendant une demi-heure. Il présentera ensuite sa préparation puis l'examineur l'interrogera sur des questions pouvant porter sur du cours, des énoncés ou des démonstrations, des exemples ou des contre-exemples... La deuxième partie de l'interrogation aura pour but d'évaluer en particulier la connaissance rigoureuse du cours.

❖ Session 2023 au lycée Chaptal à Paris

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure :

- une demi-heure pour présenter les documents administratifs et préparer le sujet ;
- une demi-heure de présentation au tableau.

Une fois entré dans la salle, le candidat prépare le sujet pendant une demi-heure pendant qu'un autre candidat présente ses exercices au tableau.

Organisation de l'épreuve 2023

Le sujet proposé au candidat est composé de deux exercices portant sur deux parties différentes du programme.

❖ **Matériel**

Le papier de brouillon est fourni mais il faut prévoir de quoi écrire. Les smartphones ou autres objets connectés (montres connectées) et les calculatrices sont interdits et doivent être éteints. Il est fortement conseillé de prévoir de quoi lire l'heure (en-dehors de son smartphone !) ou un chronomètre. L'examineur ne prête pas de montre et il n'y a pas forcément d'horloge dans la salle.

Des bouchons d'oreilles peuvent être utilisés pour ne pas être distrait par l'autre candidat en passage. L'examineur dispose d'un ou plusieurs écrans qui lui permettent de suivre l'oral et prendre des notes.

❖ **Gestion du temps de préparation**

Les examinateurs conseillent aux candidats qui attendent de passer leur oral de se tenir prêts avec stylos, pièce d'identité, convocation dans une poche plastique facilement ouvrable et d'éteindre leur téléphone pour ne pas perdre du temps inutilement.

❖ **Gestion du temps de présentation**

Le candidat peut admettre un résultat intermédiaire, sauter les questions qu'il souhaite.

Répéter ou réécrire l'énoncé peut paraître une étape rassurante pour le candidat, mais attention de ne pas y passer trop de temps. En revanche, si le candidat prend le temps d'exposer au préalable les différentes étapes de son raisonnement avant de rentrer dans les détails, la qualité de la présentation s'en retrouve améliorée.

Les candidats ont intérêt à gagner en efficacité dans la présentation de ce qu'ils ont préparé pour bénéficier d'un temps de réflexion supplémentaire sur les questions qu'ils n'ont pas entièrement traitées, en s'appuyant sur les indications éventuelles de l'examineur.

❖ **Attitude générale**

Les examinateurs ont noté le sérieux de la plupart des candidats qui arrivent préparés pour cette épreuve. Un bon dynamisme et une bonne communication sont toujours appréciés et peuvent permettre de valoriser la note finale.

L'autonomie du candidat est également jugée. Le rôle de l'examineur est de poser des questions avec bienveillance, conscient du stress que peut générer ce type d'épreuve, mais pas de mener l'oral. En particulier, les candidats n'ont pas à rechercher l'approbation régulière de l'examineur durant la présentation. Rappelons que les examinateurs gardent en tête que les candidats vivent des épreuves stressantes et ont le souci de rester bienveillants. Le candidat n'est pas censé réclamer des indications, en revanche l'examineur est libre de faire des remarques.

❖ Travail de l'oral

Une bonne présentation passe par un équilibre subtil entre l'usage du tableau et l'oral. C'est au candidat de juger ce qui mérite d'être écrit et ce qui peut être réservé à l'oral pour gagner du temps, sans pour autant faire de compromis sur la rigueur du propos.

Les examinateurs ne sauraient trop rappeler qu'une affirmation n'est pas une démonstration. De plus, il est attendu qu'un candidat puisse énoncer proprement une définition ou un résultat du programme. À ce titre, un bon usage des quantificateurs est indispensable, même à l'oral.

D'une manière générale, la capacité à présenter une démarche, un raisonnement, voire des difficultés rencontrées de manière claire et convaincante est une compétence importante attendue des candidats et essentielle dans leur futur métier d'ingénieur. Elle prend donc une part significative dans l'évaluation de l'épreuve orale.

2/ REMARQUES MATHÉMATIQUES

Certaines parties du programme sont mal connues : les fonctions de plusieurs variables, les isométries en petite dimension, les espaces vectoriels normés, les suites, les nombres complexes, la trigonométrie, les théorèmes d'analyse sur les fonctions continues et sur les fonctions dérivables.

❖ En analyse

Les théorèmes d'interversion somme et intégrale, de dérivation d'une intégrale à paramètre et d'intégration d'une série terme à terme occupent une place importante dans le programme mais ne sont pourtant pas très bien connus. De surcroît, il est souvent difficile de bien les utiliser (trouver la fonction de majoration dans le théorème de convergence dominée par exemple). L'application d'une bonne domination dans le premier cas pose parfois des difficultés. La comparaison série-intégrale est souvent mal mise en œuvre, y compris lorsque la méthode est proposée par l'énoncé.

Concernant les séries entières, les candidats semblent avoir très peu de recul sur la définition de rayon de convergence et les moyens pour le déterminer autre que la règle de d'Alembert (comparaison par inégalité, équivalence etc...). Pour déterminer le rayon d'une série entière, les candidats ont bien retenu le critère de d'Alembert, certes pratique dans beaucoup de cas, mais pas toujours. En particulier il ne permet pas de conclure lorsque l'on connaît seulement une inégalité sur le terme général, alors que cette inégalité permet souvent une majoration ou une minoration du rayon.

L'analyse asymptotique demeure très problématique : les équivalents et les développements limités sont souvent grossièrement faux ou n'ont pas sens : des fonctions équivalentes à zéro, des limites qui dépendent encore de la variable. La notion d'équivalent ne vient pas toujours à l'idée, et elle est souvent mal appliquée : pour certains candidats des suites ou des fonctions pour lesquelles l'intégrale ou la suite ont le même comportement sont équivalentes.

Un nombre non négligeable de candidats pense qu'une suite positive qui converge vers zéro est décroissante.

La notion de convergence uniforme est dans l'ensemble mal maîtrisée.

La partie du programme sur les fonctions de plusieurs variables n'est pas bien assimilée. La compréhension de la continuité en un point pose problème. La définition de la dérivée partielle en un point est rarement connue. Il ne faut pas oublier que les fonctions de plusieurs variables sont au programme. La notion de limite ou de continuité en une valeur (a,b) n'est qu'exceptionnellement bien connue : la plupart des candidats pensent qu'il suffit de faire tendre x vers a et y vers b en fixant l'autre variable.

Le constat est similaire pour les équations différentielles : même sur des exemples plutôt simples, beaucoup sont en difficulté. Il n'est pas acceptable de ne pas connaître la méthode de la variation de la constante.

❖ En probabilité

Les exercices sur les probabilités peuvent difficilement se traiter par automatisme. En probabilité, la modélisation des expériences pose problème aux candidats, ils rencontrent souvent des difficultés à décrire l'ensemble des événements élémentaires de celles-ci. Les candidats ont des difficultés sur la compréhension d'une situation pour déterminer une loi d'une variable aléatoire. La "modélisation" de la situation probabiliste afin de reconnaître une loi (usuelle ou non) met davantage les candidats en difficulté.

Peu de candidats connaissent la définition d'une variable aléatoire, ils ne savent pas que c'est une fonction.

❖ En algèbre

Le calcul des polynômes caractéristiques est souvent entaché d'erreurs ce qui est préjudiciable pour la poursuite de l'exercice. L'utilisation systématique de la méthode de Sarrus par certains candidats est parfois la cause de ces erreurs.

On peut donc noter des calculs parfois maladroits de déterminants (la méthode dite "de Sarrus" a l'inconvénient majeur de ne pas permettre une factorisation directement) ou pour la résolution de systèmes linéaires, avec des substitutions peu efficaces. Il est d'ailleurs souvent opportun de simplifier le déterminant par des opérations sur les lignes et les colonnes avant de se lancer dans les calculs. La différence entre les candidats se fait entre celui qui comprend vraiment ce qu'il fait et celui qui fait les choses par automatisme.

Le lien entre polynôme caractéristique, polynôme annulateur (mentionné par certains candidats comme le polynôme annulateur) et valeurs propres d'une matrice ou d'un endomorphisme est souvent confus.

La classique question sur le fait que les valeurs propres font partie des racines d'un polynôme annulateur donne parfois lieu à des calculs étranges (et faux) incluant des puissances de vecteurs.

Peu de candidats voient le lien entre une combinaison linéaire nulle des colonnes de la matrice et un vecteur du noyau. Le rang de la matrice est rarement utilisé pour trouver la dimension du noyau, par exemple dans la recherche des vecteurs propres.

La détermination d'une base orthonormée par la méthode de Gram-Schmidt et d'un projeté orthogonal sur un sous-espace (ou, ce qui est similaire, d'une distance à un tel sous-espace) est souvent mal faite. Peu de candidats pensent, lorsque cette projection orthogonale n'est pas pratique à calculer, à projeter sur l'orthogonal du sous-espace, ce qui est parfois plus simple.

Les isométries du plan et de l'espace sont le plus souvent mal connues. Les candidats font régulièrement allusion à la matrice de ces endomorphismes et n'imaginent pas que dans une autre base elle puisse avoir une base différente, même si cette base est orthonormée.