

## 1.4 Mathématiques - filière PSI

### 1.4.1 Déroulement de l'épreuve

L'oral de mathématiques de la filière PSI se déroule en deux temps : un temps de préparation sur table d'une quinzaine de minutes environ suivie d'un exposé au tableau pouvant aller de 50 minutes à une heure.

À son entrée dans la salle, le candidat se verra proposer un premier exercice à préparer. Le deuxième sera donné pendant l'exposé et devra être traité directement. L'examinateur décide du moment pour changer de sujet sans attendre nécessairement que le premier exercice soit traité intégralement. En pratique la durée de chaque exercice sera la plupart du temps comprise entre 20 et 35 minutes, à la discrétion de l'examinateur.

Les deux exercices porteront sur des parties différentes du programme : algèbre puis analyse ou analyse puis probabilité par exemple. Le candidat pourra être interrogé sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. De manière exceptionnelle et à la discrétion de l'examinateur, un troisième exercice pourra être posé, sans que cela ne fasse diagnostic de la réussite ou non du candidat à son oral.

### 1.4.2 Remarques sur la session 2023 et conseils aux futurs candidats

Le jury commence par féliciter les candidats de la session 2023. La majorité d'entre eux font preuve d'une bonne maîtrise des concepts étudiés lors des deux années de classes préparatoires.

Il est recommandé de commencer son exposé en précisant les questions traitées (en partie ou intégralement) lors de la préparation.

Il est important de comprendre que l'oral n'est pas une répétition des épreuves écrites et que l'on n'attend pas à ce que le candidat rédige une copie au tableau. Cependant, à l'inverse, il faut se servir du support écrit et ne pas se contenter d'avancer oralement des idées plus ou moins floues. Les théorèmes utilisés doivent en particulier être cités de manière précise et il faut en vérifier les hypothèses. Il convient par ailleurs de tenir un tableau organisé et lisible et de cantonner les abréviations à un usage raisonnable et classique.

Le jury apprécie quand un candidat est capable de lister tous les théorèmes qui peuvent s'appliquer à une situation donnée (interversion limite intégrale, diagonalisabilité d'une matrice,...) avant de réfléchir à celui qui semble le plus adapté à la situation.

Un oral est une discussion avec l'examinateur. Il est nécessaire que le candidat ne reste pas tout le temps face à son tableau. Il doit parler de manière claire et intelligible. Par ailleurs, il faut aussi qu'il soit à l'écoute et qu'il sache réagir positivement lors qu'on lui donne une indication. La meilleure solution étant de commencer par la noter à l'écrit au tableau. Par contre, cela ne signifie pas qu'il faille attendre de la part de l'examinateur une approbation permanente ou la solution à tous les problèmes.

Pour finir, de nombreux candidats font usage de résultats qui ne sont pas dans le programme officiel (étude des matrices nilpotentes, théorème de Césaro, ...). S'il est possible de les utiliser, il est alors nécessaire de pouvoir en donner une démonstration et leur usage ne sera jamais requis pour résoudre un exercice.

### 1.4.3 Analyse des difficultés

Le jury rappelle que les interrogations orales peuvent porter sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. Certains chapitres semblent globalement moins maîtrisés que d'autres. Nous pouvons citer par exemple le dénombrement et les probabilités dans leur ensemble, le calcul différentiel et notamment les équations différentielles ainsi que les nombres complexes.

Voici aussi quelques points plus précis qui ont pu poser problème aux candidats

- La nature de la convergence d'une série entière. Il est fréquent d'entendre que la somme d'une série entière de rayon de convergence  $R$  est de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur  $] - R, R[$  car elle converge uniformément sur l'intervalle ouvert  $] - R, R[$ .
- Pour les intégrales généralisées, la nature est souvent bien mieux traitée dans le cas des bornes infinies que dans le cas des bornes finies. De nombreux candidats ne savent pas que  $t \mapsto \ln t$  est intégrable sur  $]0, 1]$  et ont du mal à le démontrer quand on leur demande.
- Pour établir l'indépendance de variables aléatoires, le jury attend un argument plus précis qu'une vague évocation du lemme des coalitions. Il semble nécessaire de préciser les hypothèses du théorème et de vérifier qu'elles s'appliquent dans le cadre de l'exercice.
- Les manipulations de sommes (finies ou de séries) posent de nombreux problèmes aux candidats : nous rappelons que les changements d'indices sont un attendu du programme de PCSI.
- Les candidats manquent souvent de recul relativement aux calculs dans le corps des nombres complexes : les résolutions d'équations polynomiales de degré 2 à coefficients complexes (le signe du discriminant n'est pas bien défini), l'interprétation géométrique du module et de l'argument et les manipulations de nombres sous forme trigonométrique posent régulièrement problème.
- De nombreux candidats peinent à mener des calculs sans erreurs. Cela concerne les calculs d'équivalents pour étudier la nature d'une série ou d'une intégrale, les calculs algébriques et notamment la gestion puissance mais aussi les calculs de déterminants. Par ailleurs, s'il n'est pas nécessaire de connaître par coeur toutes les formules de trigonométrie, il faut savoir les retrouver rapidement.
- Pour monter qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel, il n'est pas toujours pertinent d'essayer de montrer la stabilité par combinaison linéaire. Il peut être plus efficace de voir que cette partie est le noyau ou l'image d'une application linéaire bien choisie.
- Des candidats n'utilisent pas, dans le cadre du théorème spectral, le fait que l'on puisse choisir une base *orthonormée* de vecteurs propres ou une matrice  $P$  *orthogonale* et peinent alors à résoudre des exercices généralisant le cours sur l'étude de  $\mathcal{S}_n^+$  et de  $\mathcal{S}_n^{++}$ .