

### 3.2 Diffusion de particules-Exercice 8

Un patch de nicotine a une épaisseur de 1 mm et une surface de 30 cm<sup>2</sup>. Il diffuse de la nicotine lorsqu'il est appliqué sur la peau. Le coefficient de diffusion de la nicotine dans la peau est  $D = 5.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ . La nicotine diffuse dans la peau sur une épaisseur de 1 mm. Ensuite se trouvent des capillaires sanguins qui transportent la nicotine par convection dans le reste du corps. On se place en régime quasi-stationnaire.

- a- Donner l'équation de diffusion de particules à une dimension en géométrie cartésienne.  
 b- En déduire la densité particulaire en nicotine dans la peau.  
 c- En déduire que le flux de nicotine suit une loi d'Ohm et déterminer la résistance de diffusion  $R_{\text{diff}}$ .  
 d- Selon le pharmacien, la quantité de nicotine dans le patch au bout de 24 h est inférieure à 0,1 % de sa valeur initiale. Est-ce vrai ?  
 e- L'hypothèse du régime quasi-stationnaire est-elle justifiée ?

a- Equation de la diffusion de particules sans terme source :  $\frac{\partial n}{\partial t}(x, t) = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}(x, t)$

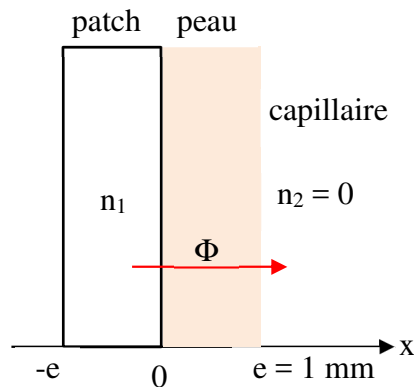
b- En régime quasi-stationnaire :  $\frac{d^2 n}{dx^2} = 0$

D'où :  $n(x) = Ax + B$

Conditions aux limites :

- Le patch impose sa densité particulaire en surface :  $n(0) = n_1 = B$
- Les capillaires emportent rapidement les molécules de nicotine par convection :  $n(e) = Ae + n_1 = 0$

Donc :  $n(x) = n_1 \left(1 - \frac{x}{e}\right)$



c- Flux de nicotine à travers une section S de peau :  $\Phi = j_n(x)S = -D \frac{dn}{dx}(x)S = D \frac{n_1}{e} S$

Donc :  $n_1 = \frac{e}{SD} \Phi$

C'est l'analogie de la loi d'Ohm  $u = Ri$  avec la résistance de diffusion :  $R_{\text{diff}} = \frac{e}{SD}$

d- Bilan de molécules de nicotine pour le volume  $V = Se$  de patch entre  $t$  et  $t + dt$  :  $\frac{d(Vn_1)}{dt} = -\Phi$

Soit :  $Se \frac{dn_1}{dt} = -\frac{SD}{e} n_1$  ou encore :  $\frac{dn_1}{dt} + \frac{D}{e^2} n_1 = 0$

La solution est :  $n_1(t) = n_1(0)e^{-t/\tau}$  avec :  $\tau = \frac{e^2}{D} = 2.10^4 \text{ s}$

Au bout de 24h, on a :  $n_1(t) = n_1(0)e^{-86400/20000} = 0,013$

On a plutôt 1% de la valeur initiale.

e- Le régime stationnaire est atteint après un temps long devant  $\tau$ . L'hypothèse n'est pas justifiée