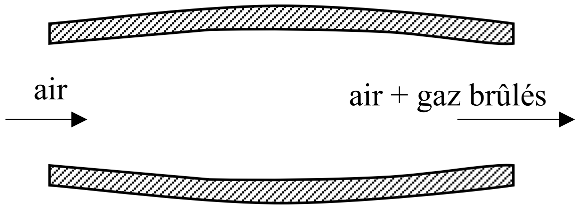
4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 7

Les ouvertures d'entrée (S_1) et de sortie (S_2) d'un réacteur d'avion ont même aire $A = 0,8\ m^2$.
Dans le référentiel lié à l'avion, l'air de masse volumique μ entre avec une vitesse v_1.
A la sortie, l'ensemble des gaz issus de la combustion du kérosène a une vitesse $v_2 = 700\ m.s^{-1}$.



a-En supposant que la pression extérieure sur (S_1) et (S_2) est égale à la pression atmosphérique P_0, déterminer la force de propulsion que le réacteur communique à l'avion

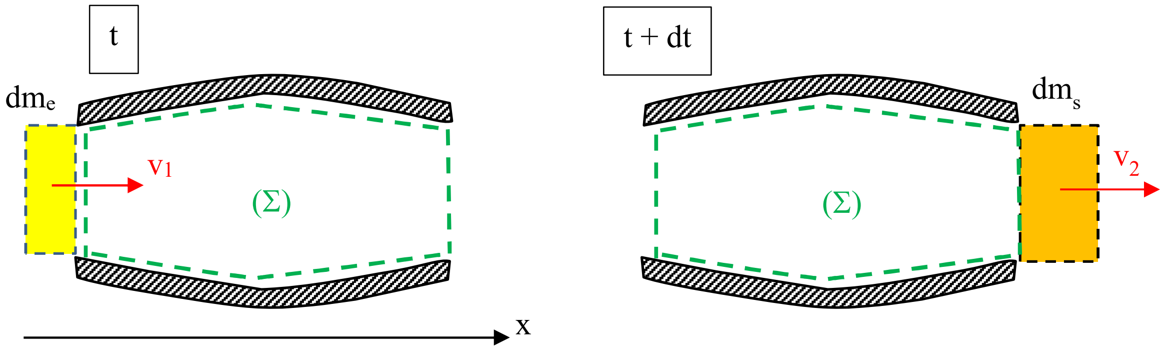
b-On donne le C_x et la surface de référence de l'avion : $C_x = 0,1$; $S_{ref} = 20\ m^2$
Calculer la vitesse de l'avion en translation rectiligne uniforme.

4.8 Bilans macroscopiques-Exercice 7

---

a-Système ouvert (Σ) : les gaz dans le réacteur

Système fermé (Σ^*) : $(\Sigma)_t + dm_e = (\Sigma)_{t+dt} + dm_s$



<u>Théorème de la quantité de mouvement</u> à (Σ^*) dans *R* galiléen lié à l'avion en translation rectiligne uniforme :

$$\frac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \vec{F}_{ext\to(\Sigma^*)} = \vec{F}_{réacteur\to(\Sigma^*)} + \vec{F}_{air\,ext\to(\Sigma^*)} + m_{(\Sigma^*)}\vec{g}$$ on néglige le poids de (Σ^*) par la suite

On a : $\dfrac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \dfrac{\vec{P}_{(\Sigma)}(t+dt) + dm_s\vec{v}_2 - \vec{P}_{(\Sigma)}(t) - dm_e\vec{v}_1}{dt}$

Ecoulement stationnaire : $\vec{P}_{(\Sigma)}(t+dt) = \vec{P}_{(\Sigma)}(t)$ et $dm_s = dm_e$

Il reste : $\dfrac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \dfrac{dm_e}{dt}\vec{v}_2 - \dfrac{dm_e}{dt}\vec{v}_1$ avec : $\dfrac{dm_e}{dt} = \mu A v_1$ débit massique entrant

Donc : $\dfrac{d\vec{P}_{(\Sigma^*)}}{dt} = \mu A v_1[v_2 - v_1]\vec{u}_x$

On a : $\vec{F}_{air\,ext\to(\Sigma^*)} = P_0 A\vec{u}_x - P_0 A\vec{u}_x = \vec{0}$

Finalement : $\vec{F}_{réacteur\to(\Sigma^*]} = \mu A v_1[v_2 - v_1]\vec{u}_x$

La force que (Σ^*) exerce sur le réacteur donc sur l'avion est l'opposée : $\boxed{\vec{F}_{(\Sigma^*]\to avion} = \mu A v_1[v_1 - v_2]\vec{u}_x}$

Cette force est dirigée dans le sens < 0 de l'axe Ox. L'avion se déplace vers la gauche

b-La vitesse de l'avion par rapport au référentiel terrestre est égale à la vitesse v_1 d'entrée de l'air par rapport à l'avion. On cherche donc v_1.

Le <u>théorème de la quantité de mouvement pour l'avion</u> en translation rectiligne uniforme dans le référentiel terrestre galiléen donne :

$$\frac{d\vec{P}_{avion}}{dt} = \vec{0} = \vec{F}_{ext\to avion} = \vec{F}_{(\Sigma^*)\to avion} + \vec{F}_{traînée} + \vec{F}_{portance} + m_{avion}\vec{g}$$

Le poids et la portance se compensent selon la verticale.

En projection selon Ox, il reste : $0 = \mu A v_1[v_1 - v_2] + \dfrac{1}{2}\mu S_{ref} C_x v_1^2$

$$A[v_2 - v_1] = \frac{1}{2} S_{ref} C_x v_1$$

Donc : $\boxed{v_1 = \dfrac{v_2}{1 + \dfrac{S_{ref}C_x}{2A}}}$

A.N : <u>$v_1 = 311\ m.s^{-1} = 1120\ km.h^{-1}$</u>
