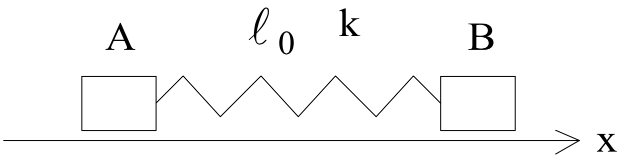
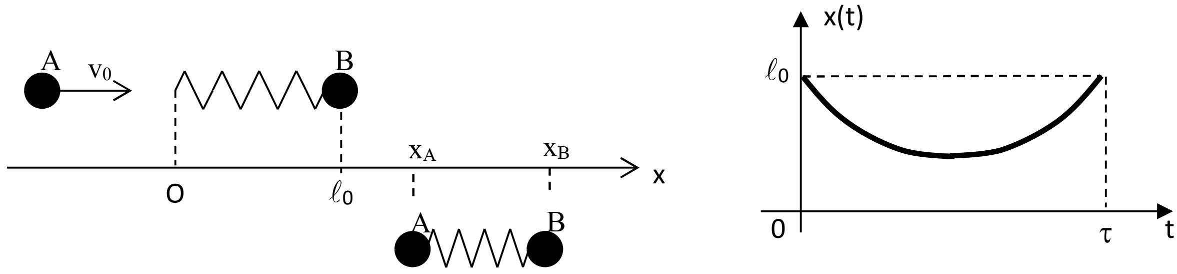
### 1.4.1 Oscillateur harmonique mécanique-Exercice 2

Les particules A et B ont la même masse m. A t = 0, la particule A de vitesse $\dot{x}_A = v_0$ entre en contact avec l'ensemble ressort + particule B.

a-On pose $x = x_B - x_A$ . Donner l'équation du mouvement en x. Déterminer $x_{min}$.

b-Calculer le temps à partir duquel A n'est plus en contact avec le ressort. Quelles sont alors les vitesses de A et B lors de la séparation ?




a-Référentiel d'étude : *R*(Oxyz) galiléen

Système : particule A

Actions extérieures sur A : - force élastique du ressort $\vec{F}_{ressort \to A} = k(x_B - x_A - \ell_0)\vec{u}_x$

- le poids et la réaction du support perpendiculaires à Ox

<u>Loi de la quantité de mouvement</u> selon Ox : $m\ddot{x}_A = k(x_B - x_A - \ell_0)$ (1)

Système : particule B

Actions extérieures sur B : - force élastique du ressort $\vec{F}_{ressort \to B} = -k(x_B - x_A - \ell_0)\vec{u}_x$

- le poids et la réaction du support perpendiculaires à Ox

<u>Loi de la quantité de mouvement</u> selon Ox : $m\ddot{x}_B = -k(x_B - x_A - \ell_0)$ (2)

On soustrait les deux relations (2) - (1) : $m\ddot{x}_B - m\ddot{x}_A = -2k(x_B - x_A - \ell_0)$ => $m\ddot{x} + 2k(x - \ell_0) = 0$

Donc : $\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = \omega^2 \ell_0}$ avec $\omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$

Solution : $x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t + \ell_0$

A t = 0 : $x_A = 0$ ; $x_B = \ell_0$ ; $\dot{x}_A = v_0$ ; $\dot{x}_B = 0$ donc $x(0) = \ell_0 = A + \ell_0$ et $\dot{x}(0) = -v_0 = B\omega$

D'où : $\boxed{x(t) = -\dfrac{v_0}{\omega}\sin\omega t + \ell_0}$ On en déduit $\boxed{x_{min} = -\dfrac{v_0}{\omega} + \ell_0}$

b-Le contact va cesser quand le ressort n'agira plus sur A, c'est-à-dire à l'instant τ tel que $x(\tau) = \ell_0$.

Donc $\sin(\omega\tau) = 0$ . Le contact cesse à l'instant $\boxed{t = \dfrac{\pi}{\omega}}$

(1) + (2) donne : $\ddot{x}_A + \ddot{x}_B = 0$ d'où en intégrant entre 0 et τ : $\dot{x}_A(\tau) + \dot{x}_B(\tau) = v_0$

Et aussi : $\dot{x}(t) = -v_0\cos\omega t$ d'où $\dot{x}(\tau) = \dot{x}_B(\tau) - \dot{x}_A(\tau) = v_0$

De ces deux relations, on tire : $\boxed{\dot{x}_A(\tau) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{x}_B(\tau) = v_0}$

A s'arrête et B part avec la vitesse qu'avait A au moment de la collision.