

3.4 Machines thermiques-Exercice 7

a-Dans le diagramme de Clapeyron $P = f(V_{\text{molaire}})$, tracer les isothermes T_0 , T_1 et T_{critique} avec $T_0 < T_1 < T_{\text{critique}}$.

b-Soit A_0 (resp A_1) le point d'intersection de l'isotherme T_0 (resp T_1) avec la courbe d'ébullition.

En supposant l'incompressibilité du fluide entre A_0 et A_1 , exprimer la variation d'entropie $S(A_1) - S(A_0)$ en fonction de T_1 , T_0 et de la capacité thermique molaire c du liquide.

c-Soit $M(x)$ un point de l'isotherme T_0 correspondant au titre molaire x de vapeur. On note $L(T)$ l'enthalpie molaire de vaporisation. Montrer que pour une mole de fluide : $S(M) = S(A_0) + xL(T_0)/T_0$.

d-On considère le cycle DABC où A est le point d'intersection de l'isotherme T_1 et de la courbe d'ébullition.

DA : liquéfaction isotherme totale à la température T_1 .

AB : refroidissement isentropique jusqu'à la température T_0 .

C est le point d'intersection entre l'isotherme passant par B et l'isentropique passant par D.

x_1 est le titre molaire en vapeur correspondant au point B, x_2 celui correspondant au point C.

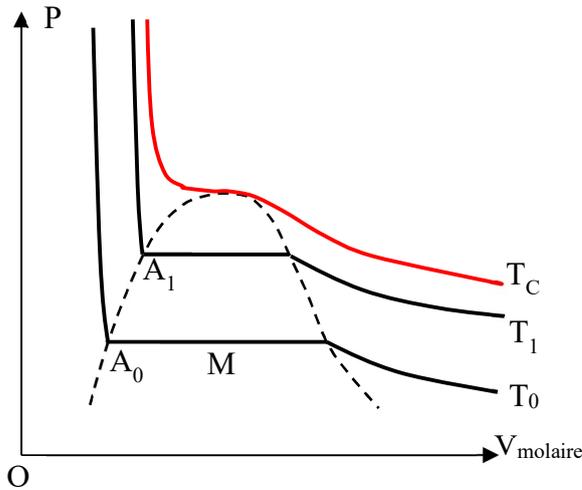
- Représenter le cycle
- Calculer x_1 et x_2 en fonction de $L(T_0)$, $L(T_1)$, c , T_0 et T_1 .
- Calculer le travail W reçu par une mole de fluide au cours du cycle.

Donnée : variation d'entropie entre un état initial i et un état final f $\Delta S_{\text{phase condensée}} = nc \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$

où c est la capacité thermique molaire du liquide

3.4 Machines thermiques-Exercice 7

a-



b-Pour une mole d'eau liquide, phase condensée supposée incompressible et indilatable :

$$S(A_1) - S(A_0) = c \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right)$$

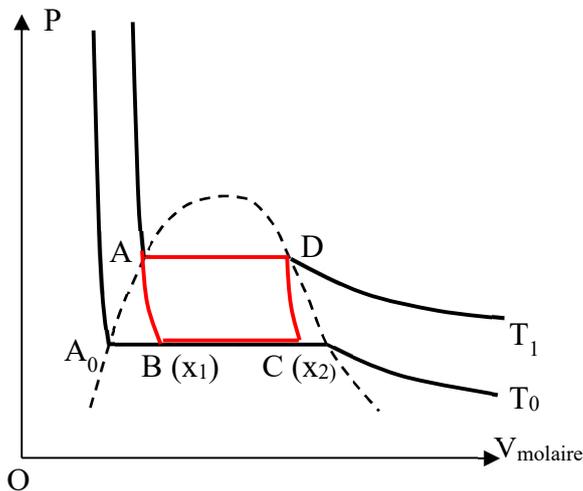
c-Pour une transition de phase à T : $\Delta S = \frac{\Delta H}{T}$

Ici : $T = T_0$ et $\Delta H = H(M) - H(A_0) = n_{\text{vap}} L(T_0)$

Or $x = \frac{n_{\text{vap}}}{n_{\text{tot}}} = \frac{n_{\text{vap}}}{1}$ car on considère une mole

$$\text{Donc : } S(M) - S(A_0) = \frac{xL(T_0)}{T_0}$$

d-



• On a : $S(A) - S(A_0) = c \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right)$ et $S(B) - S(A_0) = \frac{x_1 L(T_0)}{T_0}$

$$\text{Or } S(A) = S(B) \text{ d'où : } x_1 = \frac{c T_0 \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right)}{L(T_0)}$$

On a : $S(D) - S(A) = \frac{L(T_1)}{T_1}$ et $S(C) - S(A_0) = \frac{x_2 L(T_0)}{T_0}$ et $S(A) - S(A_0) = c \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right)$

$$\text{Or } S(D) = S(C) \text{ d'où : } x_2 = \frac{c T_0 \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \frac{T_0}{T_1} L(T_1)}{L(T_0)}$$

• Premier principe pour le cycle : $\Delta U = W + Q_{BC} + Q_{DA}$ ($Q_{AB} = 0$ et $Q_{CD} = 0$ car adiabatique)

On a : $Q_{BC} = (x_2 - x_1)L(T_0)$ et $Q_{DA} = -L(T_1)$

Donc $W = L(T_1) - (x_2 - x_1)L(T_0)$ ce qui donne : $W = L(T_1) \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right)$