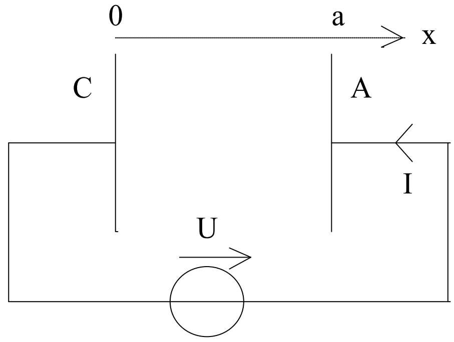
5.1.2 Conduction électrique-Exercice 3

Une diode est constituée de deux plaques métalliques planes parallèles C et A de même aire S, distantes de a. La cathode C, maintenue au potentiel nul, émet avec une vitesse négligeable des électrons qui se dirigent vers l'anode A qui est portée au potentiel U de quelques volts.
On se place en régime permanent et l'intensité qui traverse la diode est I. On admet que les lignes de courant sont perpendiculaires aux plaques. Soient V(x) le potentiel, ρ(x) la densité volumique de charges des électrons et v(x) leur vitesse à la distance x de C.



a-Exprimer v en fonction de V, de la charge e et de la masse m de l'électron.

b-Etablir que V(x) vérifie : $\dfrac{d^2V}{dx^2} = \dfrac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\dfrac{1}{\sqrt{V(x)}}$

c-Chercher une solution de la forme $V(x) = \alpha\left(\dfrac{x}{a}\right)^\beta$ où α et β sont des constantes à déterminer.

En déduire l'expression de la caractéristique I(U) de la diode pour U > 0.

d-Justifier sans calculs que I(U<0) = 0.

---

a-<u>Loi de l'énergie cinétique</u> pour un électron, soumis uniquement à la force électrostatique, entre le point de départ sur C (vitesse nulle, potentiel nul) et un point quelconque (vitesse v(x), potentiel V(x)) :

$$\frac{1}{2}mv^2(x) - 0 = W_{elec} = -\Delta E_{p\,elec} = E_p(0) - E_p(x) = 0 - (-eV(x)) \quad \text{d'où :} \quad \boxed{v(x) = \sqrt{\frac{2eV(x)}{m}}}$$

b-Equation de Maxwell-Gauss $\operatorname{div}\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ et $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ => $\Delta V = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ (équation de Poisson)

La densité de courant des électrons est : $\vec{j} = \rho v(x)\vec{u}_x$

L'intensité I, orientée selon $-\vec{u}_x$, est : $I = \displaystyle\iint_{\text{section } S} \vec{j}.(-dS\vec{u}_x) = -\rho S v(x)$

Donc : $\rho = -\dfrac{I}{Sv(x)} = -\dfrac{I}{S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\dfrac{1}{\sqrt{V(x)}}$

L'équation de Poisson donne bien : $\boxed{\dfrac{d^2V}{dx^2} = \dfrac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\dfrac{1}{\sqrt{V(x)}}}$

c-On reporte $V(x) = \alpha\left(\dfrac{x}{a}\right)^\beta$ dans $\dfrac{d^2V}{dx^2} = \dfrac{I}{\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\dfrac{1}{\sqrt{V(x)}}$ => $\boxed{\beta = \dfrac{4}{3}}$ et $\boxed{\alpha = \left(\dfrac{9Ia^2}{4\varepsilon_0 S}\sqrt{\dfrac{m}{2e}}\right)^{2/3}}$

On a : U = V(a) = α D'où la caractéristique : $\boxed{I = \dfrac{4\varepsilon_0 S}{9a^2}\sqrt{\dfrac{2e}{m}}U^{3/2}}$ <u>La diode est non linéaire</u>

d-U < 0 => le champ électrostatique $\vec{E}$ est selon $+\vec{u}_x$ => la force sur les électrons est selon $-\vec{u}_x$

Les électrons ne peuvent pas aller de C vers A donc I = 0. <u>La diode est bloquée pour U < 0</u>.
