

# BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

## SYSTEMES ÉLECTRONIQUES

### SESSION 2007

### EPREUVE : PHYSIQUE APPLIQUÉE

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée conformément à la circulaire n°991836 du 16/11/99.

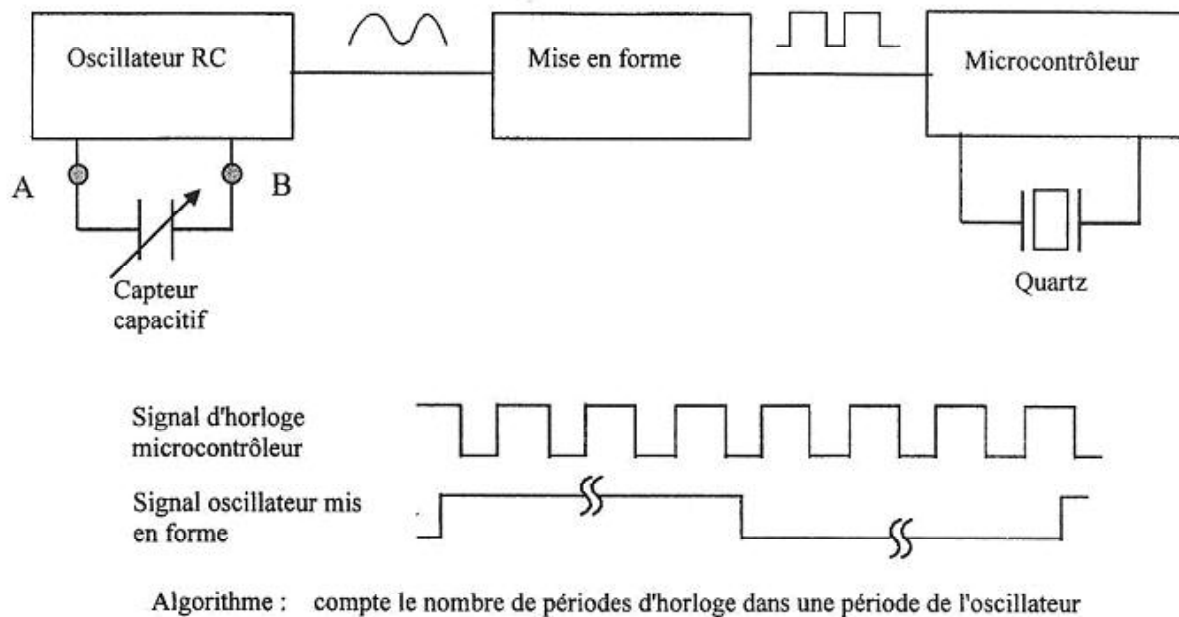
Tout autre matériel est interdit

<b>SESSION 2007</b>	<b>CODE: SEE 4 PA</b>
<b>B.T.S. SYSTEMES ELECTRONIQUES</b>	
<b><u>EPREUVE</u> : PHYSIQUE APPLIQUEE</b>	
<b>Durée: 4 heures</b>	<b>Coefficient: 4</b>

L'étude est basée sur un système de mesure de niveau de liquide isolant dans un réservoir mobile.

Le capteur capacitif est inséré dans un oscillateur quasi-sinusoïdal dont il fait varier la fréquence lorsque la variation de niveau de liquide dans le réservoir modifie sa capacité. Le signal de sortie de l'oscillateur mis en forme est traité numériquement par comptage puis filtrage numérique.

Figure 1.1.



Le problème est constitué de trois parties indépendantes :

1. Etude du capteur et de l'oscillateur.
2. Traitement numérique de l'information.
3. Etude de l'alimentation.

## 1. Etude du capteur et de l'oscillateur.

### 1.1. Etude du capteur capacitif.

Le capteur se présente sous la forme d'une tige cylindrique constituée par deux armatures métalliques concentriques et immergée verticalement dans le liquide. Lorsque le réservoir n'est pas plein, la partie inférieure se trouve dans le liquide et la partie supérieure dans l'air. La hauteur de liquide par rapport à l'extrémité inférieure de la tige sera notée  $h$  et la hauteur totale du capteur  $L$ .

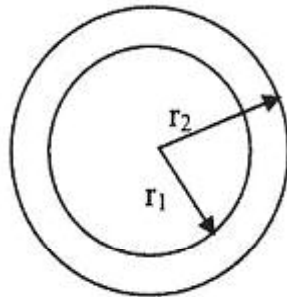
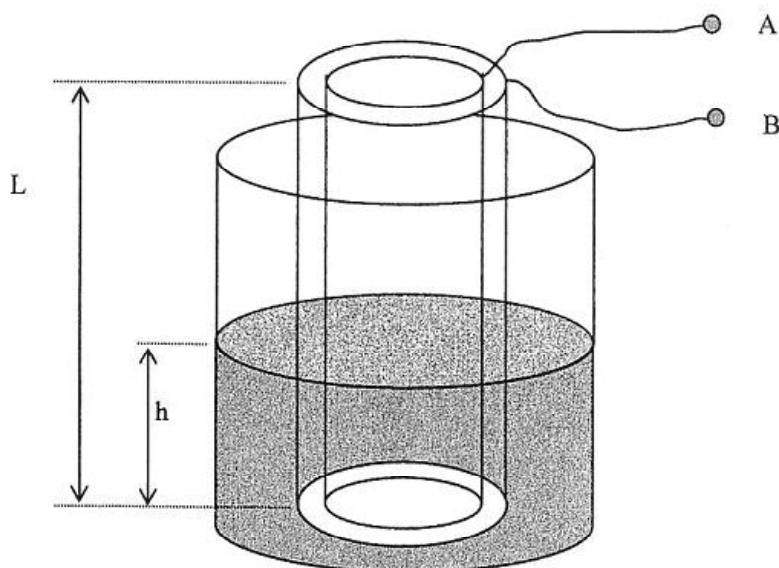


Figure 1.2.



Nous pouvons donc considérer le capteur sans câblage comme équivalent à un condensateur formé de deux parties : une avec pour diélectrique le liquide et l'autre l'air. La capacité de chaque partie s'exprime par la relation :

$$C_x = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r 2\pi x}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

$x$  représente la hauteur de la partie considérée,

$\epsilon_0$  : la permittivité du vide,

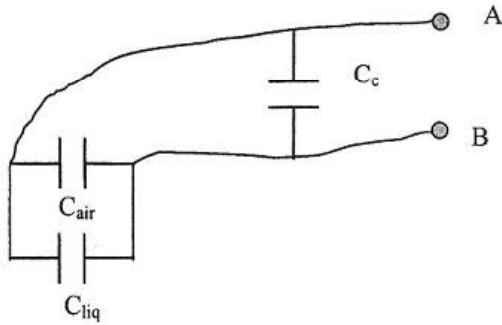
$\epsilon_r$  la permittivité relative du diélectrique (liquide ou air) par rapport au vide.

Nous écrirons  $\epsilon_{r\_air}$ , pour la permittivité relative de l'air et  $\epsilon_{r\_liq}$ , pour la permittivité relative du liquide et nous poserons :

$$b = \frac{\epsilon_0 2\pi}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

Ce capteur présentant des faibles capacités, il faudra prendre en compte la capacité parasite équivalente au câblage entre le capteur et l'oscillateur.

Figure 1.3.



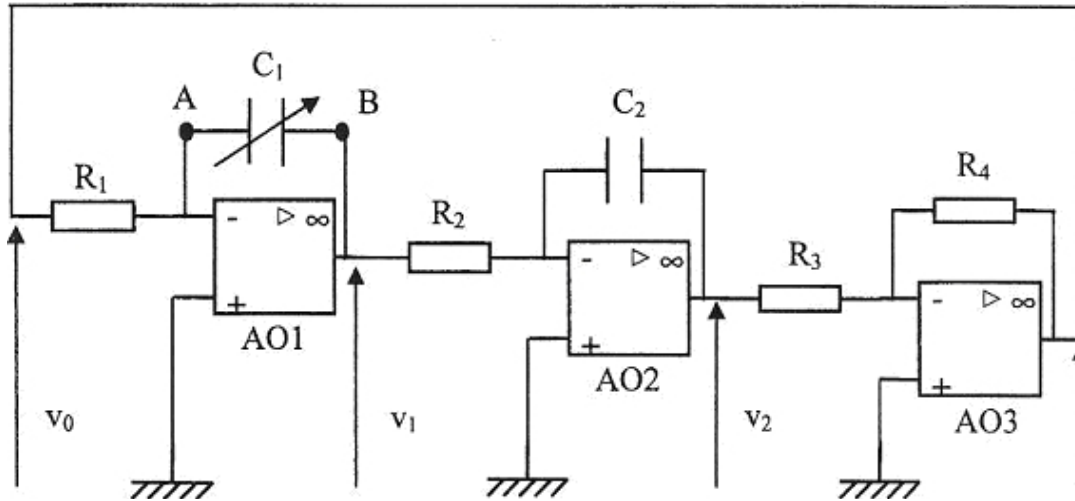
- 1.1.1. Exprimer la capacité  $C_{liq}$  de la partie immergée du capteur en fonction de  $h$ ,  $b$  et  $\epsilon_{r\_liq}$ .
- 1.1.2. Exprimer la capacité  $C_{air}$  de la partie à l'air du capteur en fonction de  $L$ ,  $h$ ,  $b$  et  $\epsilon_{r\_air}$ .
- 1.1.3. Exprimer la capacité totale  $C$  du capteur seul (sans tenir compte de la capacité parasite  $C_c$  due au câblage) en fonction de  $C_{liq}$  et  $C_{air}$  puis en fonction de  $L$ ,  $h$ ,  $b$ ,  $\epsilon_{r\_liq}$  et  $\epsilon_{r\_air}$ .
- 1.1.4. Mettre  $C$  sous la forme  $C = a h + C_0$ , en précisant les expressions de  $a$  et  $C_0$ .
- 1.1.5. En considérant la capacité équivalente  $C_c$  au câblage entre le capteur et l'oscillateur, exprimer la capacité totale  $C_1$  avec câblage en fonction de  $C$  et  $C_c$ .
- 1.1.6. En déduire les expressions des capacités  $C_{1min}$  et  $C_{1max}$  de  $C_1$  pour lesquelles le capteur est soit à sec, soit totalement immergé en fonction de  $a$ ,  $L$ ,  $C_0$  et  $C_c$ .
- 1.1.7. Application numérique :  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$  ;  $\epsilon_{r\_air} = 1$  ;  $\epsilon_{r\_liq} = 2$  ;  $L = 0,2 \text{ m}$  ;  $r_2/r_1 = 1,5$  ;  $C_c = 25 \text{ pF}$ . Calculer  $b$ ,  $a$ ,  $C_0$ ,  $C_{1min}$  et  $C_{1max}$ .

Par la suite nous prendrons  $C_{1min} = 50 \text{ pF}$  et  $C_{1max} = 100 \text{ pF}$

### 1.2. Etude simplifiée de l'oscillateur.

Nous étudierons les conditions d'oscillation à partir du schéma simplifié ci-dessous. Les amplificateurs opérationnels seront considérés comme idéaux.

Figure 1.4.



1.2.1. Indiquer dans le tableau ci-dessus quelles sont les différentes fonctions réalisées autour des amplificateurs opérationnels: AO1 AO2 et AO3.

	AO1	AO2	AO3
Fonction réalisée			

1.2.2. Etablir les transmittances complexes :  $A_1(j\omega) = \frac{V_1}{V_0}$        $A_2(j\omega) = \frac{V_2}{V_1}$        $A_3(j\omega) = \frac{V_3}{V_2}$

La réponse sera portée dans le tableau ci-dessous.

$A_1(j\omega) = \frac{V_1}{V_0} =$	$A_2(j\omega) = \frac{V_2}{V_1} =$	$A_3(j\omega) = \frac{V_3}{V_2} =$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

1.2.3. Indiquer, dans le tableau suivant, la différence de phase  $\theta$  entre les tensions de sortie et d'entrée de chaque étage, autrement dit l'argument de la transmittance correspondante, en radians et en degrés :

	étage 1	étage 2	étage 3
en rad	$\Phi_{V_1/V_0} =$	$\Phi_{V_2/V_1} =$	$\Phi_{V_3/V_2} =$
en °	$\Phi_{V_1/V_0} =$	$\Phi_{V_2/V_1} =$	$\Phi_{V_3/V_2} =$

1.2.4. Si on met la fonction de transfert complexe de la boucle ouverte de l'oscillateur  $\underline{A}(j\omega) = \underline{V}_3/\underline{V}_0$ , à quelle condition sur  $\underline{A}(j\omega)$  peut-on obtenir une oscillation sinusoïdale ?

1.2.5. En déduire une condition sur l'argument  $\text{Arg } \underline{A}(j\omega)$  et une autre sur le module  $A(\omega)$ .

1.2.6. Montrer, à partir des résultats du 1.2.3, que la condition sur l'argument  $\text{Arg } \underline{A}(j\omega)$  est satisfaite pour obtenir une oscillation.

1.2.7. Exprimer  $\underline{A}(j\omega)$  et en déduire la pulsation  $\omega_0$ , la fréquence  $f_0$  et la période d'oscillation  $T_0$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $C_1$  et  $C_2$ , pour lesquelles la condition sur le module  $A(\omega)$  est satisfaite.

1.2.8. Rayer les indices inutiles  $_{\min}$  ou  $_{\max}$  et calculer les périodes et fréquences d'oscillation pour le capteur à sec et pour le capteur complètement immergé :  
On donne :  $R_1 = 390\text{k}\Omega$  ;  $R_2 = 62\text{k}\Omega$  ;  $R_3 = R_4$  et  $C_2 = 330\text{pF}$ .

Capteur à sec	$C_1 = C_{1\min \text{ ou } \max} =$	$T_{\min \text{ ou } \max} =$	$f_{0\min \text{ ou } \max} =$
Capteur immergé	$C_1 = C_{1\min \text{ ou } \max} =$	$T_{\min \text{ ou } \max} =$	$f_{0\min \text{ ou } \max} =$

### 1.3. Mise en forme.

L'oscillation sinusoïdale est mise sous forme d'un signal rectangulaire pour assurer le traitement numérique par le microcontrôleur.

Les tensions de saturation de l'AOP seront assimilées aux valeurs des tensions d'alimentation  $\pm V_{cc}$  avec  $V_{cc} = 9V$ .

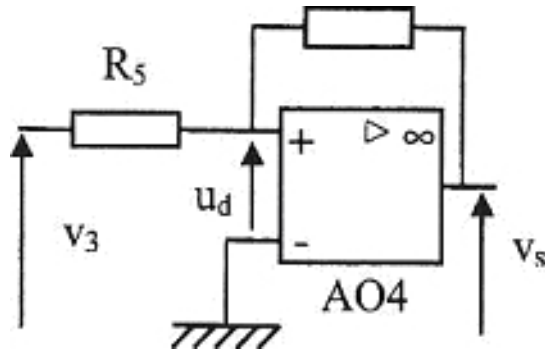


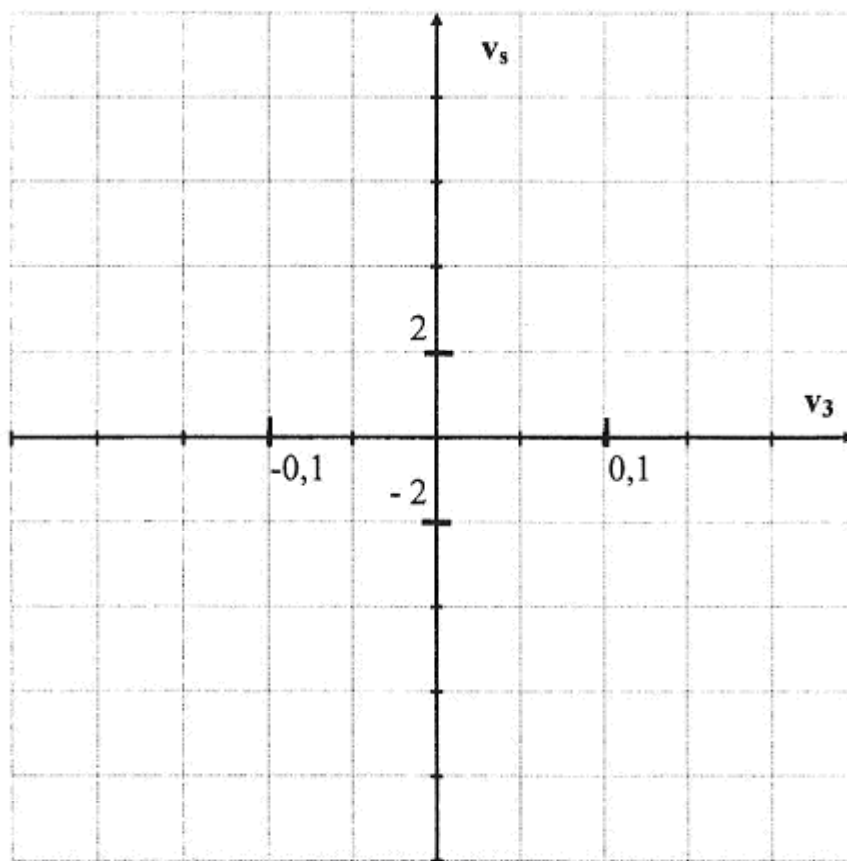
Figure 1.5

1.3.1. Etablir l'expression de  $u_d(t)$  en fonction de  $v_3(t)$ ,  $v_s(t)$ ,  $R_5$  et  $R_6$ .

1.3.2. Déterminer les expressions littérales des seuils de basculement.

1.3.3. Calculer les valeurs des seuils de basculement pour  $R_6 = 100.R_5$  et tracer la caractéristique de transfert  $v_s$  en fonction de  $v_3$  sur la *figure 1.6*. Vous préciserez les sens de basculement sur le tracé.

Figure 1.6. Caractéristique de transfert  $v_s$  en fonction de  $v_3$  :



1.3.4. Tracer le chronogramme de  $v_s(t)$  en concordance de temps avec  $v_3(t)$  sur la figure 1.7.

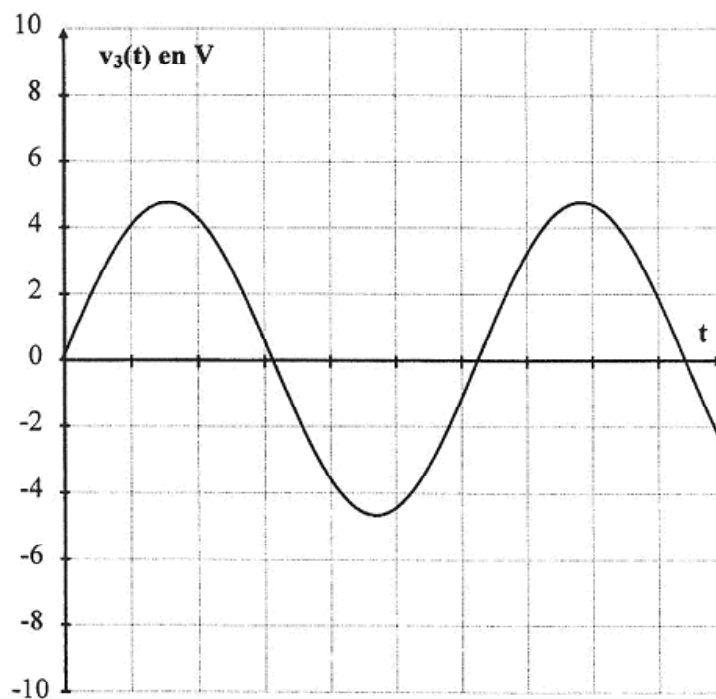


Figure 1.7.



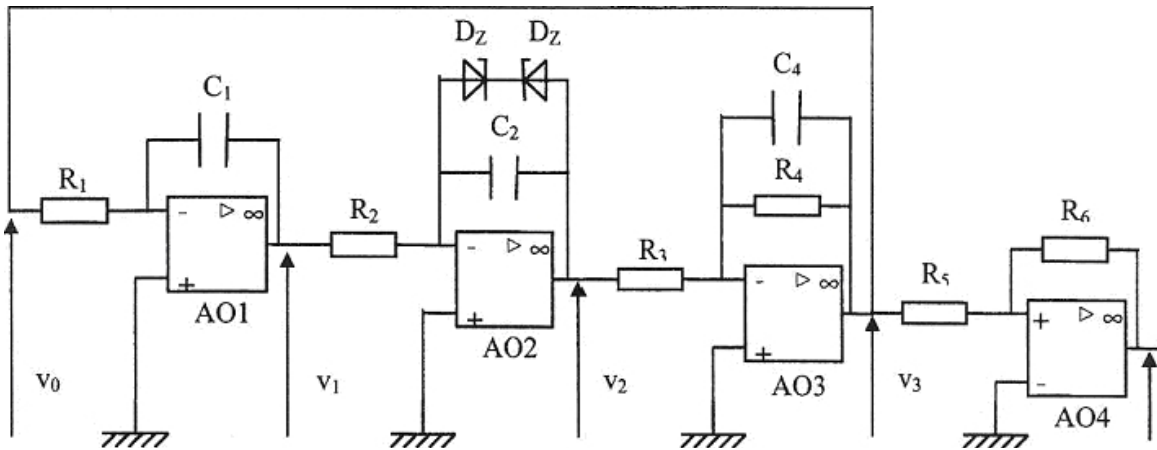
## 1.4 Limitation d'amplitude de l'oscillateur :

Le schéma complet de l'oscillateur est donné *figure 1.8*. Une limitation d'amplitude par diodes zener a été ajoutée sur le second étage, et un condensateur supplémentaire sur le troisième étage permet d'assurer le démarrage de l'oscillateur.

Il s'agit, dans cette partie, de montrer l'intérêt d'une limitation plus douce de l'amplitude en évitant la saturation des amplificateurs opérationnels AO1, AO2 et AO3.

L'étude sera effectuée pour une valeur intermédiaire  $C_1 = 65\text{pF}$ , pour laquelle la fréquence théorique d'oscillation est  $f_{0th} = 7,0\text{ kHz}$ .

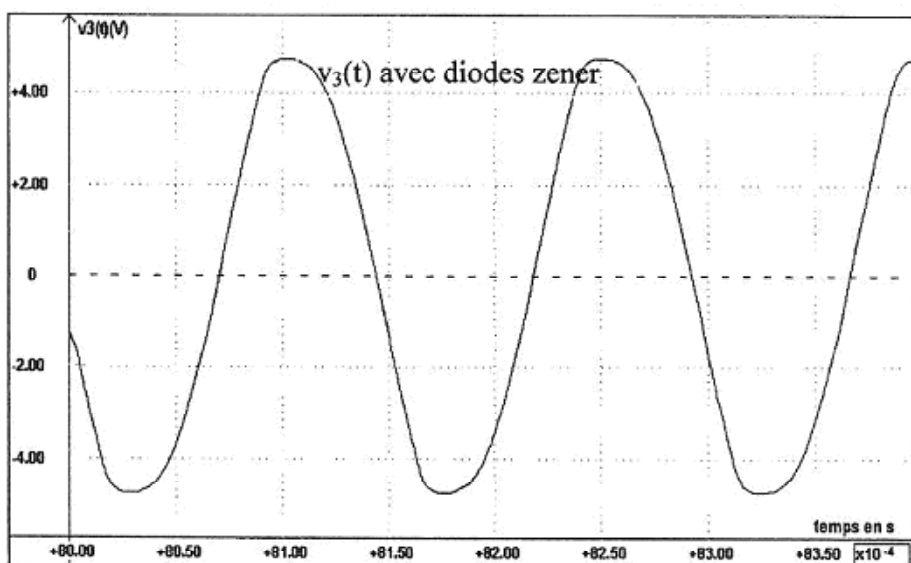
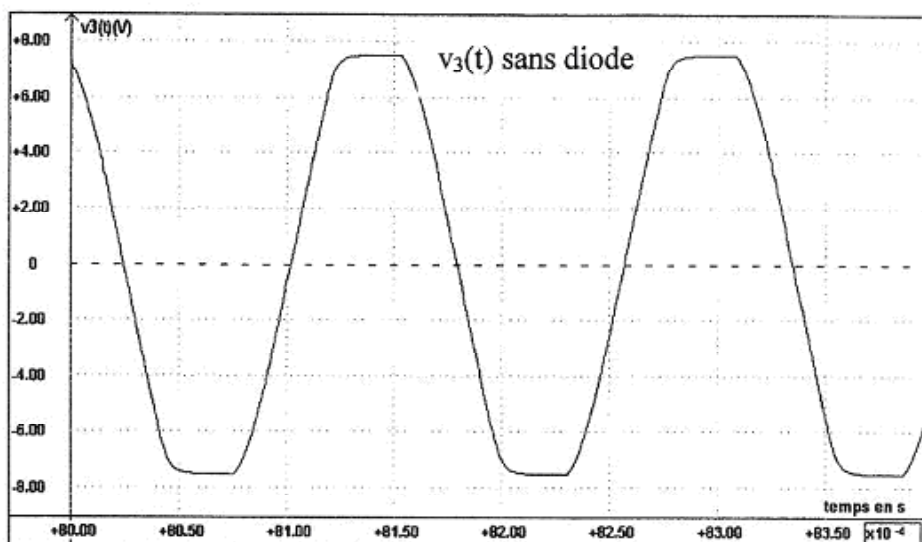
**Figure 1.8.**



1.4.1. A partir des relevés de  $v_3(t)$  sur la figure 1.9., mesurez les fréquences  $f_{oz}$  et  $f_0$  obtenues avec et sans utilisation des diodes zener.

1.4.2. Comparer ces deux fréquences avec la fréquence théorique  $f_{0th}$ . Donner une explication pratique pour justifier les inégalités.

Figure 1.9.



Pour la suite, les spectres d'amplitude de  $v_3(t)$  sont calculés en dBV, c'est à dire qu'une composante spectrale à 0 dBV est équivalente à une valeur efficace de 1 V.

1.4.3. Comment peut-on expliquer l'absence d'harmoniques pairs sur les spectres de  $v_3(t)$  de la figure 1.10. ?

1.4.4. Tracer les spectres de  $v_3(t)$  de la figure 1.10. en calculant les valeurs efficaces des raies principales en volts. On se limitera aux harmoniques dont l'atténuation par rapport au fondamental est inférieure à 30dB.

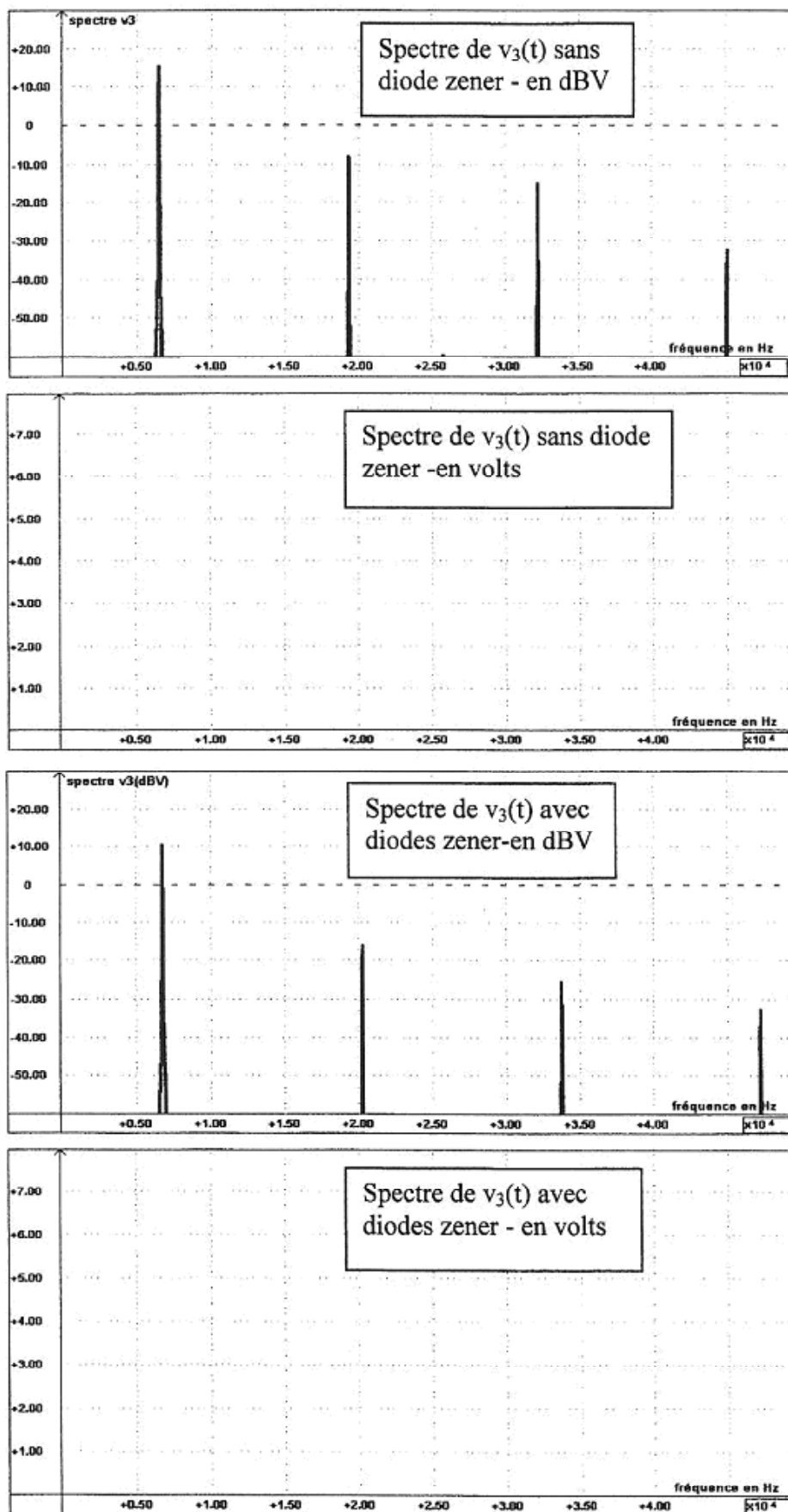
1.4.5. Dédurre des spectres obtenus le taux de distorsion harmonique D en %.  
Rappel : Définition du taux de distorsion harmonique :

$$D = \frac{\text{valeur efficace des harmoniques}}{\text{valeur efficace du fondamental}}$$

1.4.6. Compléter le tableau suivant et conclure sur l'intérêt de la limitation d'amplitude par diodes zener.

	Fréquence d'oscillation	Taux de distorsion
Etude théorique	7,0kHz	0.0%
Sans diode zener		
Avec diodes zener		

Figure 1.10.



Le réservoir en mouvement autour d'une position moyenne que l'on considère comme horizontale engendre sur le capteur des variations de niveau qu'il faut éliminer par traitement numérique.

Ce traitement se fait en deux étapes :

- moyennage avec sous-échantillonnage par 100, c'est à dire que l'on conserve une valeur moyennée pour 100 valeurs acquises ; cette partie du traitement permet d'éliminer les variations rapides du signal ;

- moyennage sur 16 échantillons résultats de la première étape ; cette partie assure l'élimination des variations plus lentes du signal dues au mouvement du réservoir.

Nous n'étudierons que la seconde partie du traitement numérique.

## 2.1. Etude temporelle du filtre numérique.

Pour mettre en évidence l'effet de moyennage, nous étudierons un algorithme simplifié de moyenne sur 4 échantillons :

$$y_n = (x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3})/4$$

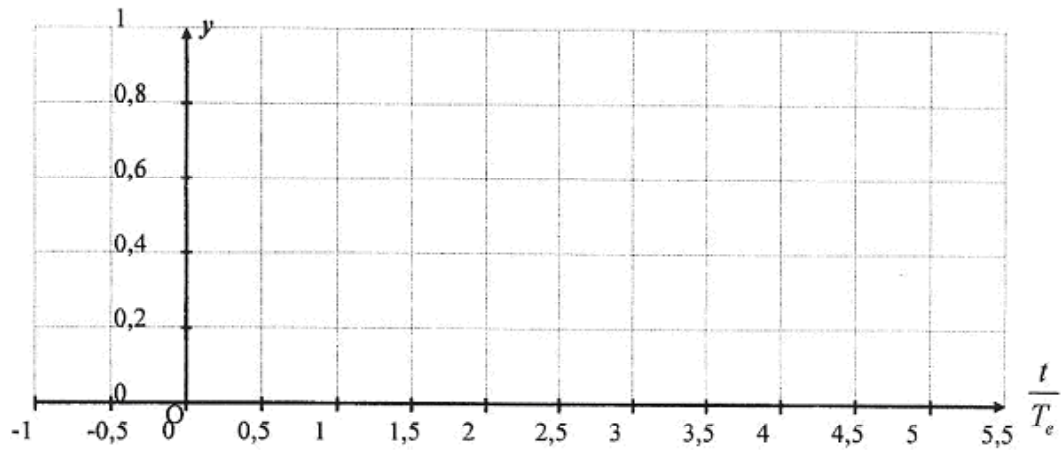
où  $x_{n-m}$  représente l'échantillon d'entrée retardé de  $m$  périodes d'échantillonnage et  $y_n$  l'échantillon de sortie à l'instant  $n.T_e$ .

2.1.1. Représenter une structure de réalisation de cet algorithme avec les opérateurs élémentaires : addition ou soustraction, multiplication par une constante et mémorisation (retard de  $T_e$ ).

2.1.2. De quel type de filtre numérique s'agit-il et quelle est sa propriété fondamentale relative à la stabilité ?

2.1.3. Pour déterminer la réponse à un échelon d'entrée [ $x_n = 1$  si  $n \geq 0$ , sinon  $x_n = 0$ ], calculer  $y_n$  pour  $-1 \leq n \leq 5$  et tracer sur le graphe réponse 2.1, la courbe  $y_n$  en fonction de  $n.T_e$ .

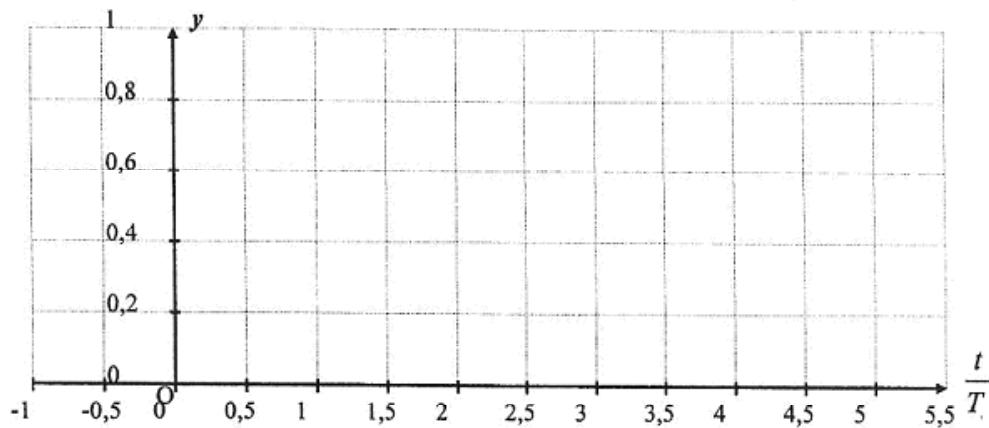
Figure 2-1 : Graphe réponse à la question 2.1.3



2.1.4. Dédurre de l'allure de la courbe, en justifiant votre réponse, la nature du filtrage réalisé.

2.1.5. Une variation non significative du niveau de liquide dans le réservoir peut être assimilée à une entrée impulsionnelle :  $x_n = 1$  pour  $n = 0$ , sinon  $x_n = 0$ . Calculer  $y_n$  pour  $-1 \leq n \leq 5$  et tracer sur le graphe réponse 2.2, la courbe  $y_n$  en fonction de  $n.T_e$ .

Figure 2-2 : Graphe réponse à la question 2.1.5



2.1.6. Justifier l'intérêt de ce type d'algorithme par rapport à l'objectif désiré.

## 2.2. Etude fréquentielle du filtre numérique.

2.2.1. Etablir la fonction de transfert en  $z$  de ce filtre :  $T(z) = Y(z)/X(z)$

2.2.2. En effectuant le changement de variable  $z = e^{j\omega T_e}$  avec  $\omega$  pulsation du signal d'entrée et  $T_e$  période d'échantillonnage, établir la fonction de transfert complexe  $\underline{T}(j\omega)$ .

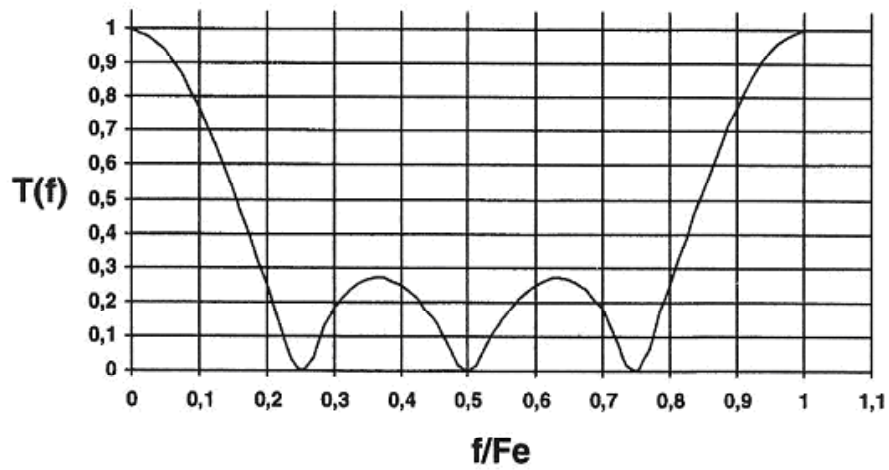
2.2.3.  $\underline{T}(j\omega)$  peut s'écrire  $\underline{T}(j\omega) = 0,5 (\cos(1,5\omega T_e) + \cos(0,5\omega T_e))e^{-j1,5\omega T_e}$ . En déduire le module de la fonction de transfert  $T(\omega)$ .

2.2.4. On appelle  $\varphi(\omega) = \text{Arg } \underline{T}(j\omega)$ , le déphasage introduit par ce filtre : montrer que ce déphasage s'exprime par  $\varphi(\omega) = -1,5\omega T_e$ .

2.2.5 En déduire l'expression du retard  $\tau$  introduit par ce filtre dans la transmission des informations.

- 2.2.6. Préciser le domaine de fréquences utile en relation avec l'échantillonnage et déterminer la valeur du rapport  $f/F_e$  correspondant à la fréquence de coupure à -3dB sur la figure 2.1.

figure 2.1



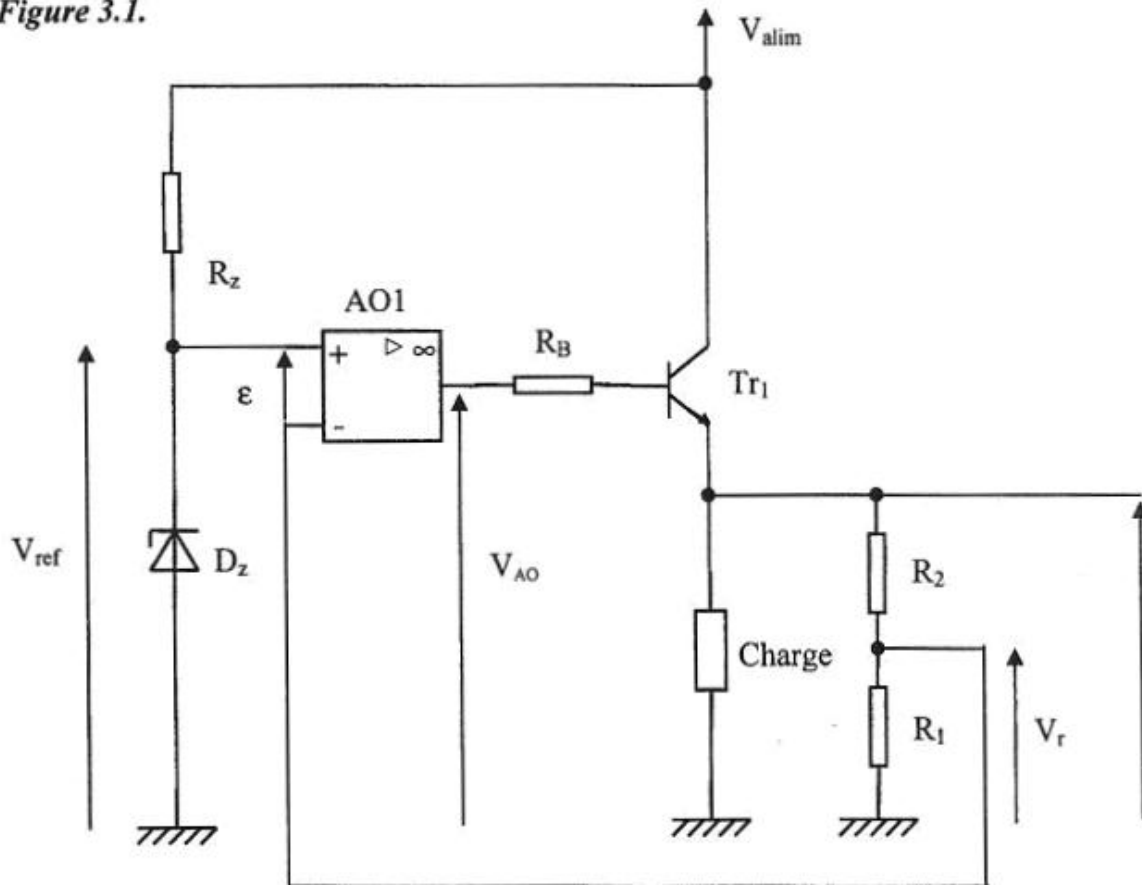


### 3. Etude simplifiée de l'alimentation.

A partir d'une source de tension continue  $V_{\text{alim}}$  de 24V, un régulateur linéaire permet d'obtenir une tension régulée  $V_s$  de 9V.

L'amplificateur opérationnel alimenté en monotension sous  $V_{\text{alim}}$  amplifie la tension d'erreur  $\varepsilon = V_{\text{ref}} - V_r$ , la tension  $V_{\text{ref}}$  étant obtenue par l'utilisation d'une diode zener.

Figure 3.1.



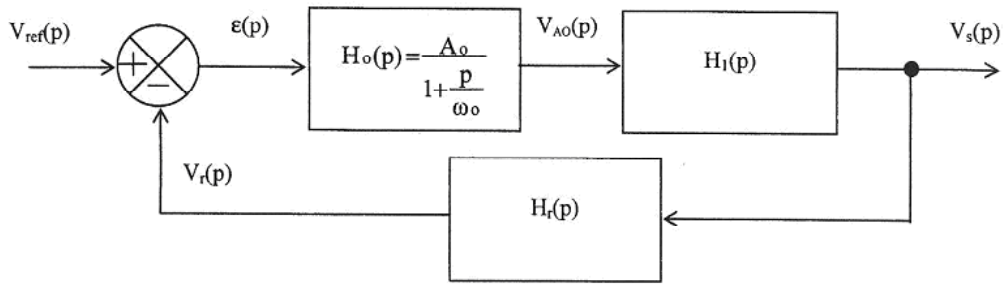
#### 3.1. Modélisation de la boucle de régulation.

L'utilisation d'une régulation, donc d'une boucle de contre-réaction, nécessite l'étude de la stabilité du système. Dans cette perspective, nous procéderons à une modélisation du système bouclé valable pour les variations autour du point de fonctionnement.

3.1.1. Exprimer la transmittance opérationnelle de la chaîne de retour :  $H_r(p) = V_r(p)/V_s(p)$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .

3.1.2. La transmittance de l'amplificateur opérationnel :  $H_0(p) = V_{AO}(p)/\varepsilon(p)$  est donnée dans le schéma-bloc *figure 3.2*. Décrire le comportement associé en précisant la signification des paramètres  $A_0$  et  $\omega_0$ .

Figure 3.2.



La charge est équivalente à une résistance  $R_L$  en parallèle avec un condensateur  $C_L$ . Le schéma équivalent simplifié en petits signaux du transistor est indiqué *figure 3.4.*

Figure 3.3.

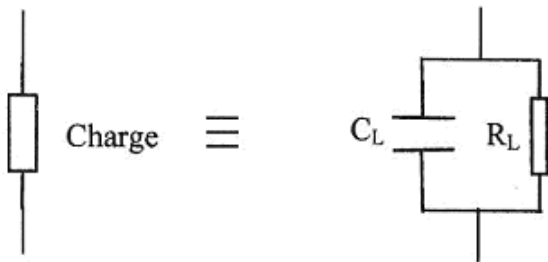
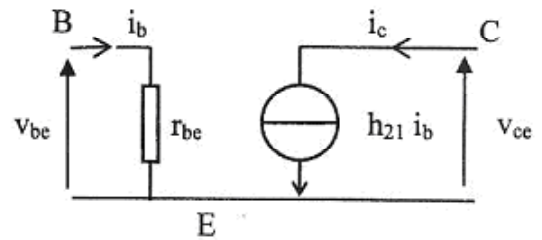


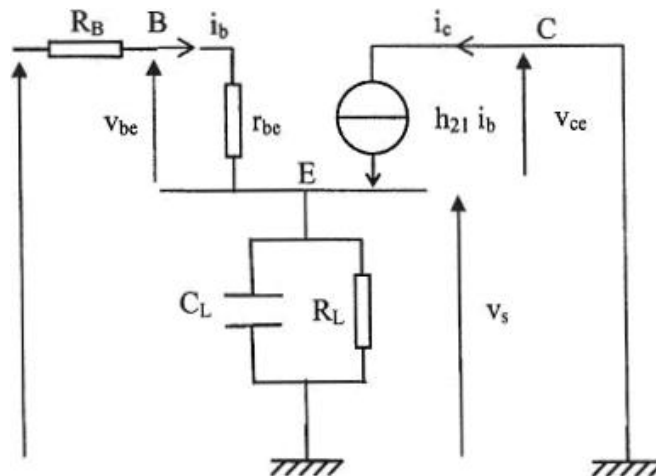
Figure 3.4.



Rappel :  $R_1 = 51,1k\Omega$  ;  $R_2 = 23,2k\Omega$  . On donne  $R_L = 22\Omega$ .

3.1.3. Justifier le schéma équivalent aux variations *figure 3.5.* pour la détermination de la transmittance  $H_1(p) = V_s(p) / V_{Ao}(p)$ .

Figure 3.5.



3.1.4. En posant  $Z_L(p)$  l'impédance de la charge, montrer que  $H_1(p) = V_s(p) / V_{A0}(p)$  peut s'écrire :

$$H_1(p) = \frac{Z_L(p)(h_{21} + 1)}{r_{be} + R_B + Z_L(p)(h_{21} + 1)}$$

3.1.5. Remplacer  $Z_L(p)$  par son expression et exprimer  $H_1(p)$  sous la forme :

$$H_1(p) = \frac{H_0}{1 + \frac{p}{\omega_1}}$$

dans laquelle :  $H_0 = \frac{R_L(h_{21}+1)}{r_{be}+R_B+R_L(h_{21}+1)}$  et  $\omega_1 = \frac{r_{be}+R_B+R_L(h_{21}+1)}{(r_{be}+R_B)R_L C_L}$

### 3.2. Etude de la stabilité de la boucle de régulation.

Pour étudier la stabilité de la boucle, nous utiliserons l'étude harmonique en boucle ouverte.

3.2.1. A partir des résultats précédents, exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte

$T_{BO}(p) = V_r(p)/\varepsilon(p)$  en fonction de  $A_0$ ,  $\omega_0$ ,  $H_0$ ,  $\omega_1$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .

En déduire  $T_0$  telle que :  $T_{BO}(p) = \frac{T_0}{\left(1 + \frac{p}{\omega_0}\right)\left(1 + \frac{p}{\omega_1}\right)}$

3.2.2. Quelle est la nature et quel est l'ordre du système en boucle ouverte ?

3.2.3. Application numérique :  $A_0 = 2 \cdot 10^5$  ;  $f_0 = \omega_0/2\pi = 10\text{Hz}$  ;  $r_{be} = 10\ \Omega$  ;  $R_B = 47\ \Omega$  ;  $h_{21} = 40$  ;  $R_L = 22\ \Omega$  ;  $C_L = 10\ \mu\text{F}$ . Calculer  $T_0$ , la valeur équivalente en dB,  $G_0$  et  $f_1 = \omega_1/2\pi$ .

- 3.2.4. Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert complexe  $\underline{T}_{BO}(j\omega)$  sont représentés *figure 3.6*. Superposer les diagrammes asymptotiques de gain et de phase en précisant sur la figure les fréquences  $f_0$  et  $f_1$  ainsi que le gain  $G_0$ .
- 3.2.5. Placer la marge de phase  $M_\phi$  sur la *figure 3.6*. et mesurer sa valeur. Que peut-on dire de la stabilité du système ?

### 3.3. Correction de la boucle de régulation.

Pour améliorer le comportement du système bouclé, un condensateur est placé en contre réaction sur l'amplificateur opérationnel. Les diagrammes de Bode de la fonction de transfert complexe du système corrigé  $\underline{T}_{BOc}(j\omega)$  sont représentés *figure 3.7*.

- 3.3.1. Comparer les diagrammes de Bode du système corrigé  $\underline{T}_{BOc}(j\omega)$  à ceux du système non corrigé. Quelle est la principale conséquence de la correction ?
- 3.3.2. Placer la marge de phase  $M_\phi$  sur la *figure 3.7*. et mesurer sa valeur. La correction est-elle satisfaisante du point de vue de la stabilité?

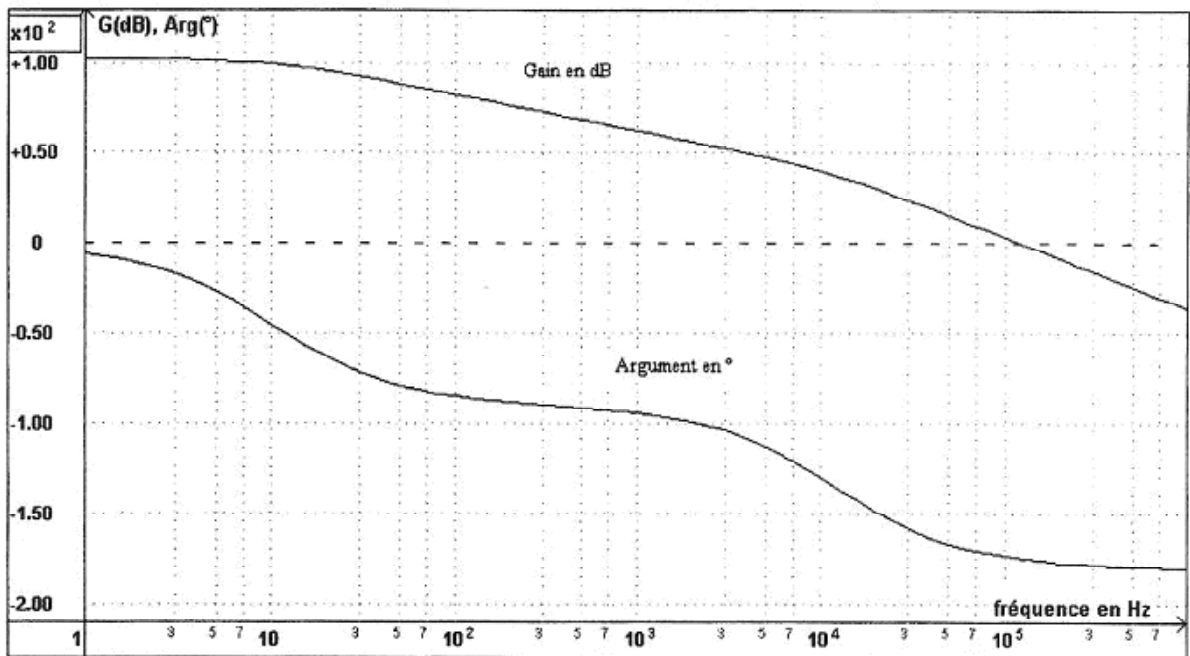


Figure 3.6. Diagrammes de Bode en boucle ouverte

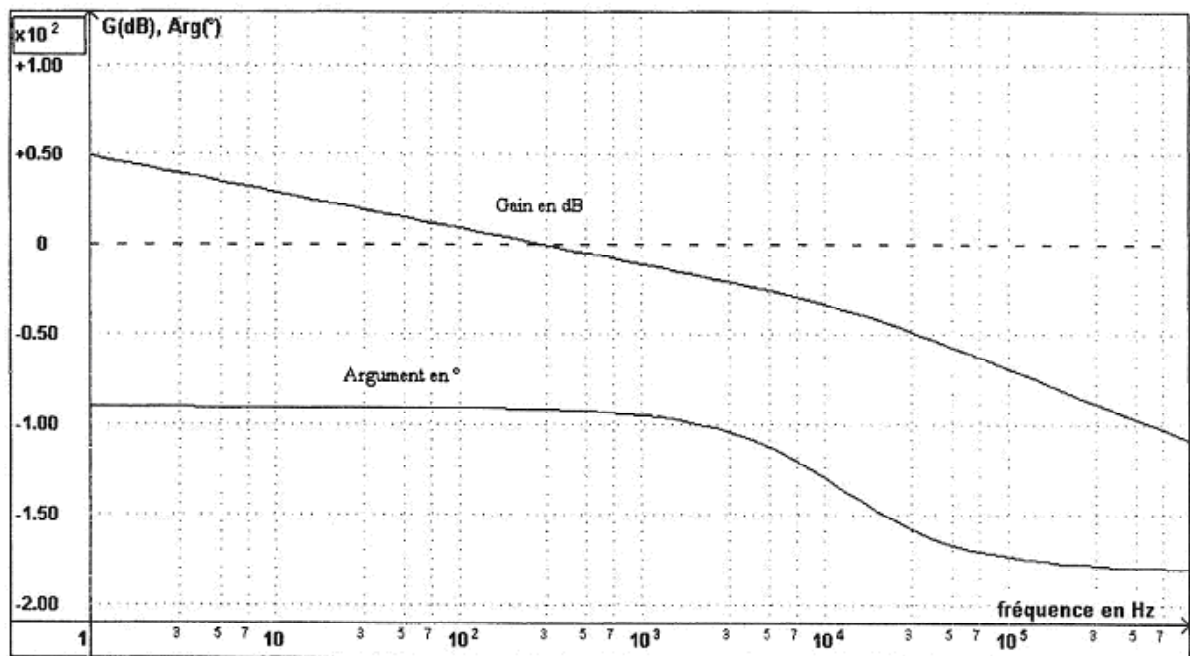


Figure 3.7. Diagrammes de Bode en boucle ouverte avec correction