1.2. Complément de mécanique du solide : lois du frottement solide

Utiliser les lois de Coulomb. (pour un solide en translation)

non-glissement : $\begin{cases} \vec{v}_{g\,2/1} = \vec{0} \\ \|\vec{T}_1\| \leq f_s \|\vec{N}\| \end{cases}$ glissement : $\begin{cases} \vec{v}_{g\,2/1} \neq \vec{0} \\ \|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}\| \\ \vec{T} \text{ et } \vec{v}_{g\,2/1} \text{ anticolinéaires} \end{cases}$

ormuler et Valider une hypothèse.

- Formulation d'une hypothèse
- Exploitation (des lois de Coulomb)
- Résolution (PFD)
- Validation
- Conclusion

Effectuer un bilan énergétique. → Puissance de $\vec{R}$? ($\vec{R}$ = réaction du support sur solide S)

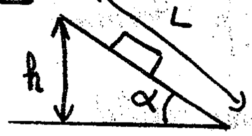
$\mathcal{P}(\vec{R}) = \vec{R}.\vec{v}(I \in S) = \vec{T}.\vec{v}(I \in S)$

$\begin{cases} \text{non-glissement : } \mathcal{P}_{tot} = 0 \\ \text{glissement : } \mathcal{P}_{tot} < 0 \quad (\mathcal{P}_{tot} = \vec{v}_{g\,2/1} \cdot \vec{T}_{1\to 2}) \end{cases}$

$\mathcal{P}_{tot}$: puissance des deux actions de contact 1 sur 2 et 2 sur 1

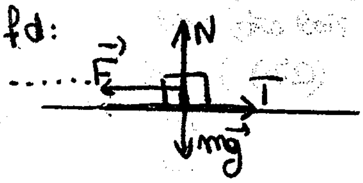
Effectuer une mesure d'un coefficient de frottement.

f_s :



PFD → $\frac{T}{N} = \tan\alpha$
Coulomb → $T \leq f_s N$ → limite glissement $T = f_s N$ $\Big\} \Rightarrow \tan\alpha = f_s$
exp : h = hauteur à partir de laquelle le glissement commence
$\alpha = \arcsin\frac{h}{L}$

f_d :

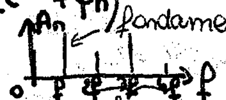


$\begin{cases} N = mg \\ T = F \\ T = f_d N \text{ (glissement, Coulomb)} \end{cases} \Rightarrow f_d = \frac{F}{mg}$ (<F> mesurée avec un capteur et Latis Pro)

2.1. Signaux périodiques

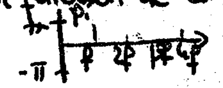
ommenter spectre signal périodique. $s(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n)$

→ spectre en amplitude représente les A_n en fonction de la fréquence f :



et $A_0 = \langle S \rangle$.

→ spectre en phase représente les φ_n :



révoir l'effet d'un filtre sur la composition spectrale d'un signal périodique

$\underline{H}(j\omega)$ = fonction de transfert d'un filtre // $e(t)$ = signal d'entrée $= E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos(n\omega t + \varphi_{e,n})$

ur composante continue : $s(t) = \underline{H}(0) E_0$
our fondamental : $s(t) = G(\omega) E_1 \cos(\omega t + \varphi_{e,1} + \varphi(\omega))$
our harmonique de rang n : $s(t) = G(n\omega) E_n \cos(n\omega t + \varphi_{e,n} + \varphi(n\omega))$

Par superposition, $s(t) = \underline{H}(0) E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} G(n\omega) E_n \cos(n\omega t + \varphi_{e,n} + \varphi(n\omega))$

xpliciter les conditions pour obtenir un comportement intégrateur / dérivateur.

- Un filtre intégrateur si $\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{j\omega}$ (A constante réelle ≥ 0) et $\varphi(\omega) \simeq -\frac{\pi}{2}$
  ⇒ diagramme de Bode en amplitude a une pente de −20dB/décade.
- Un filtre dérivateur si $\underline{H}(j\omega) = A j\omega$ et $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$
  ⇒ diagramme de Bode en amplitude a une pente de +20dB/décade.

+ faut que principales raies du spectre soient dans la bonne zone (pente ±20dB/décade)

ettre en oeuvre un dispositif expérimental : illustrer action filtre sur signal périodique

→ créer filtre passe-bas ; passe-haut ; passe-bande ..
→ mettre en entrée un signal périodique
→ observer disparition hautes-fréquences ; basses-fréquences ; ...

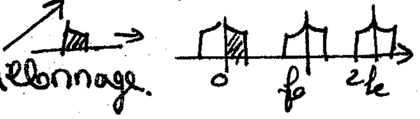
étecter le caractère non-linéaire d'un système.

→ observer l'apparition de nouvelles fréquences en sortie pour une entrée sinusoïdale.

2.2. Electronique numérique

Réaliser l'échantillonnage d'un signal,
→ faire l'acquisition d'un signal sinusoïdal sur Latis Pro
→ Effectuer une analyse de Fourier sur Latis Pro

Il y a périodisation du spectre (période fe)



Commenter la structure du spectre du signal obtenu après échantillonnage.

Choisir la fréquence d'échantillonnage.
Respecter la condition de Nyquist-Shannon : la fréquence d'échantillonnage doit être plus grande que le double de la fréquence maximale du signal analysé.

Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre.
→ choisir $f_e < 2 f_{max}$. ⇒ nombreuses raies en plus.

Mettre en oeuvre un convertisseur analogique/numérique et un traitement numérique pour réaliser un filtre passe-bas.

Utiliser un convertisseur numérique/analogique pour restituer un signal analogique.

Chapitre THEM 4

Éléments de physique statistique

1. Monde microscopique, macroscopique

Échelle macroscopique $\rightarrow$ matière et grandeurs continues ($\geqslant 1$ mm

Échelle microscopique $\rightarrow$ discontinuité (~ 1 nm)

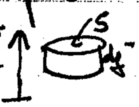
Échelle mésoscopique (intermédiaire) $\rightarrow$ permet de décrire finement les variations des grandeurs macroscopiques tout en profitant d'une description continue ($\sim 1\,\mu$m)

$\overset{M}{\boxed{x}}\, d\tau$

2. Facteur de Boltzmann

- Modèle de l'atmosphère isotherme (à T_0) $\rightarrow$ $P(z) = P(z=0)\,e^{-z/H}$

Faire bilan mécanique



$-P(z+dz)S + P(z)S - dm\,g = 0$

avec $H = \dfrac{RT_0}{mg}$

- Facteur de Boltzmann : $e^{-\frac{mgz}{k_BT}}$ (de manière générale $e^{-\frac{E}{k_BT_0}}$ avec E énergie)

où $k_B = \dfrac{R}{\mathcal{N}_A} = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J.K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann

Alors le nombre de particules présentes à l'altitude z (et la probabilité pour une particule d'être à l'altitude z) est proportionnelle au facteur de Boltzmann.

- * Si T_0 grande, ie $k_BT_0 \gg mgh$, H grand $\Rightarrow$ P uniforme $\Rightarrow$ molécules partout

  * Si T_0 petite, ie $k_BT_0 \ll mgh$, H faible $\Rightarrow$ molécules tassées en bas

7.3 Systèmes à spectre discret d'énergies

Energies quantifiées E_i $\longrightarrow$ $P(E=E_i) \propto e^{-\frac{E_i}{k_B T_0}} = A e^{-\frac{E_i}{k_B T_0}}$

$C^{\underline{o}}$ de normalisation $\Rightarrow$ $\sum_i P(E=E_i) = 1$ $\Rightarrow$ $A = \dfrac{1}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{k_B T_0}}}$

Pour $E_j > E_i$, on pose $r = \dfrac{p(E=E_j)}{p(E=E_i)} = e^{-\frac{(E_j - E_i)}{k_B T_0}}$ $\begin{cases} \ll 1 \text{ si } k_B T_0 \ll E_j - E_i \\ \approx 1 \text{ si } k_B T_0 \gg E_j - E_i \end{cases}$

Ainsi si $k_B T_0 \ll E_2 - E_1$ $\Rightarrow$ $k_B T_0 \ll E_j - E_1 \ \forall j$

$\Rightarrow$ Seul l'état fondamental est peuplé.

si $k_B T_0 \gg E_m - E_1$ $\Rightarrow$ $k_B T_0 \gg E_j - E_i \ \forall i \ \forall j$

$\Rightarrow$ Toutes les probabilités sont égales

Etude d'une particule : • $\langle E_{1\,\text{particule}} \rangle = \sum_i E_i P(E=E_i)$

$= \sum_i E_i A e^{-\frac{E_i}{k_B T_0}}$

• $\Delta E_{1\,\text{particule}} = \sqrt{Var(1\,\text{particule})} = \sqrt{\sum_i (E_i - \langle E_{1\,\text{particule}} \rangle)^2 P(E=E_i)}$

Pour N particules indépendantes

• $\langle E_{tot} \rangle = N \langle E_{1\,\text{particule}} \rangle$

• $Var(E_{tot}) = N\, Var(1\,\text{particule}) \Rightarrow \Delta E_{tot} = \sqrt{N}\, \Delta E_{1\,\text{particule}}$

D'où $\dfrac{\Delta E_{tot}}{\langle E_{tot} \rangle} = \dfrac{1}{\sqrt{N}} \dfrac{\Delta E_{1\,\text{particule}}}{\langle E_{1\,\text{particule}} \rangle}$

$\hookrightarrow$ Les fluctuations relatives d'énergie décroissent quand N augmente $\Rightarrow$ Pour un système macroscopique ($N \gg 1$), les grandeurs sont donc parfaitement définies

Système à deux niveaux $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$:

- $\langle E_{1\,particule} \rangle = -\varepsilon \tanh\left(\frac{\varepsilon}{k_B T}\right) = -\varepsilon \times p(E=-\varepsilon) + \varepsilon\, p(E=+\varepsilon)$
- $\langle E_{tot} \rangle = -N\varepsilon \tanh\left(\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)$
- $C_V = \frac{d\langle E_{tot}\rangle}{dT}$
- $C_V = \frac{d\langle E_{tot}\rangle}{dT} = \frac{N\varepsilon^2}{k_B T^2}\left(1 - \tanh^2\left(\frac{\varepsilon}{k_B T}\right)\right) = \frac{\Delta E_{tot}^2}{k_B T^2}$

($C = \frac{\Delta E_{tot}^2}{k_B T^2}$ est une relation générale)

On remarque alors que si • $T \to 0^+$, $\langle E_{1\,particule} \rangle \to -\varepsilon$, ie seul le niveau $-\varepsilon$ est possible

• $T \to +\infty$, $\langle E_{1\,particule} \rangle = 0$, ie les deux niveaux sont équiprobables.

7.4. Capacités thermiques classiques des gaz et des solides

Un degré de liberté $\Leftrightarrow$ paramètre de position ou sa dérivée / au temps

quadratique $\Leftrightarrow$ intervient par son carré

Théorème d'équipartition : $\rightarrow$ Chaque degré de liberté quadratique d'un système de particules indépendantes en équilibre thermique avec un thermostat T contribue additivement par $\frac{1}{2} k_B T$ dans l'énergie moyenne d'une particule.

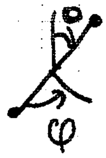
GPM : $\rightarrow$ $E_{1\,part} = E_c = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \rightarrow$ 3 deg de liberté quadratiques

$$\Rightarrow \langle E_{1\,particule} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

$$\Rightarrow \langle E_{tot} \rangle = \frac{3}{2} N k_B T \Rightarrow C_V = \frac{d}{dT}(\langle E_{tot} \rangle) = \frac{3}{2} N k_B,$$

$$\Rightarrow C_{Vm} = \frac{C_V}{n} = \frac{C_V N_A}{N} = \frac{3}{2} R.$$

GP diatomique :



haltère rigide

$\Rightarrow E_{1\,particule} = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$

$+ \dot{\theta}^2$ et $\dot{\varphi}^2$ interviennent

$\Rightarrow$ 5 dég. de liberté quadratiques

$\Rightarrow C_{Vm} = \frac{5}{2} R$

Solide : Modèle classique d'Einstein $\rightarrow$ chaque atome est indépendant mobile dans une cuvette de potentiel

$\Rightarrow E_{1\,atome} = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2 + \frac{1}{2}k_z z^2$

$\Rightarrow C_{Vm} = 3R = 24{,}94 \ J.K^{-1}.mol^{-1}$

$\hookrightarrow$ C'est la loi expérimentale de Dulong et Petit

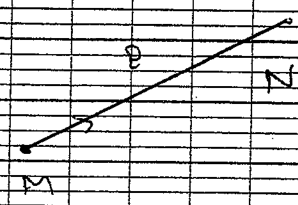
Exemples de système à deux niveaux :

Fiche 2.

Savoir

La lumière est une onde électromagnétique $(\vec{E}(M,t), \vec{B}(M,t))$ qui se propage. La grandeur lumineuse est une composante du champ électrique.

Exprimer



$$\varphi(N) = \varphi(M) + \frac{n\ell\omega}{c} = \varphi(M) + \frac{2\pi n\ell}{\lambda_0}$$

$$\varphi(N) = \varphi(M) + \frac{2\pi\,(MN)}{\lambda_0} \qquad \text{avec} \quad (MN) = c\tau$$

Utiliser

• Entre 2 surfaces d'onde, le chemin optique est indép du rayon lumineux

• Après un nbr quelconque de réflexions ou de réfrac, les rayons issus de S sont orthogonaux aux surfaces d'ondes associées à S

Citer

lum blanche : $\ell_c \approx 0{,}9\,\mu m$ $\quad \tau_c \approx 3\times10^{-15}\,s = 3\,fs$

lampe Hg : $\ell_c \approx 0{,}3\,mm$ $\quad \tau_c \approx 1\times10^{-12}\,s = 1\,ps$

laser CO_2 stabilisé $\ell_c \approx 30\,km$ $\quad \tau_c \approx 1\times10^{-4}\,s = 0{,}1\,ms$

Utiliser

$$\Delta f \times \tau_c = 1 \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c\,\tau_c}$$

Relier

$$I(M) = k\,\langle s^2(M,t)\rangle$$

Citer

oeil tps réponse $\approx 10^{-1}\,s$

photodiode $\approx 10^{-6}\,s$

$\gg \underbrace{10^{-13}\,s}_{\text{période lumineuse}}$

Mettre en oeuvre

capteur CCD

Fiche 3

voir justifier
utiliser

Si on superpose 2 ondes incohérentes, on a additivité des intensités

$\mathcal{E} = k \langle s^2 \rangle = k \langle s_1^2 \rangle_{\tau r} + k \langle s_2^2 \rangle_{\tau r} + 2k \langle s_1 s_2 \rangle_{\tau r}$

$= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$

$2k\, a_{10} a_{20} \langle \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M)) \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M)) \rangle_{\tau r}$

$= 2k\, a_{10} a_{20} \langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t \ldots) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t \ldots) \rangle_{\tau r}$

$\ll \tau_r$ $\qquad$ $\ll \tau_r$ sauf si ω_1 ou $\omega_2 > 10^{15}$ rad s^{-1}

Même avec $\omega_1 = \omega_2$

si sources incohérentes $\varphi_{S_2} - \varphi_{S_1} = \Delta\varphi(t)$

fonction aléatoire du temps $\cos(\Delta\varphi(t)) = 0$ $\rightarrow$ pas d'interférences

citer

Conditions pour que le phénomène d'interférence apparaisse : ondes quasi synchrones ($\omega_1 = \omega_2$) et déphasage constant ou très peu variable ds le temps : une seule source qui donne naissance à 2 sources (interférométrie)

Établir
Utiliser

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left((S_2M) - (S_1M)\right)\right)$

Établir en notation complexe

$s = s_1 e^{j\varphi_1} + s_2 e^{j\varphi_2}$

$I = \frac{1}{2} k s s^* = \frac{1}{2} k s_1^2 + \frac{1}{2} k s_2^2$

$+ \frac{1}{2} 2 k s_1 s_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$

$a_{10} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_1}{k}}$

Fresnel $\rightarrow$

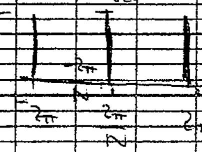
Associer

$C = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}}$ $\qquad$ $C = \frac{2\sqrt{\mathcal{E}_1 \mathcal{E}_2}}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}$ $\qquad$ maximum pr $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$

Bon contraste pr intensités voisines

Établir

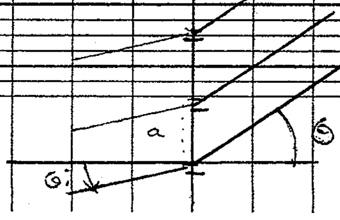
N ondes cohérentes, de même amplitude, phases en progression arithmétique : $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \left(\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta\varphi}{2}\right)} \right)$ $\Rightarrow$ $\frac{2\pi}{N}$ est la demi-largeur d'un pic principal de l'éclairem^t



Établir

$\sin(\theta_p) - \sin(\theta_i) = \frac{p\lambda_0}{a}$

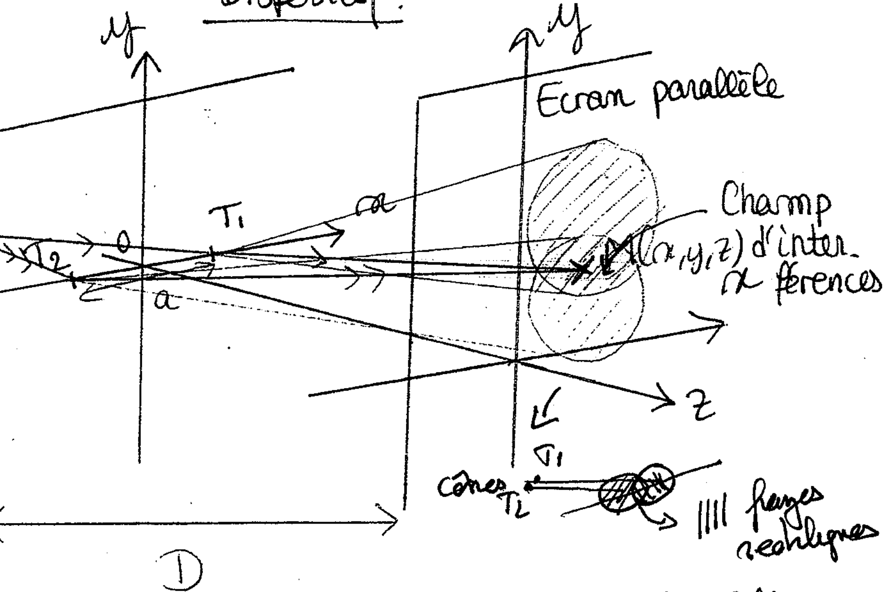
$\delta\varphi = 2p\pi$



3.3 Exemple de dispositif interférentiel par division du front d'onde : trous d'Young

* Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à distance finie et observation à grande distance.

Dispositif :



($|x| \ll D$, $|y| \ll D$, $|z| \ll D$)

* Définir, exprimer et utiliser :
   - l'interfrange : distance entre 2 franges successives de même nature. $i = \frac{\lambda_0 D}{n a}$
   - l'ordre d'interférences : $p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ $\begin{cases} \in \mathbb{N} \text{ franges brillantes} \\ \text{demi-entier franges sombres} \end{cases}$

↳ Calcul de i.

$\delta = n \frac{a x}{D}$ ← à partir du milieu des 2 trous

* Justifier que les franges ne sont pas localisées : champ d'interférences étendu → on peut mettre l'écran n'importe où dans la zone d'interférence.

* Variations de l'ordre d'interférences p :
   - avec la position du point d'observation

   ↳ interpréter la forme des franges observées :

$$\mathcal{E} = 2 \mathcal{E}_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{a x}{D} \right) \right] \Rightarrow \mathcal{E}(x, \cancel{y})$$

↳ rectilignes % (Oy)

↳ périodicité en x → i

   - avec la position d'un point source, perte de contraste par élargissement angulaire de la source
   - avec la longueur d'onde, perte de contraste par élargissement spectral de la source

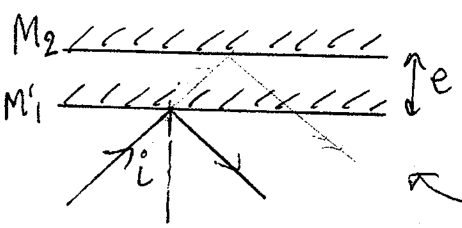
↳ utiliser le critère semi-quantitatif de brouillage des franges $|\Delta p| > \frac{1}{2}$ (où $|\Delta p|$ est évalué sur la moitié de l'étendue spatiale (resp. spectrale) de la source) pour interpréter des observations expérimentales :

brouillage si $|\Delta p| > \frac{1}{2}$.

3.4 Exemple de dispositif interférentiel par division d'amplitude : interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue

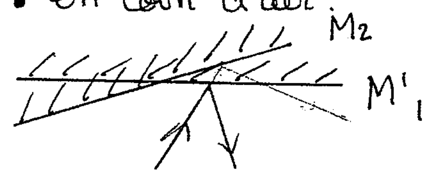
* Interféromètre de Michelson éclairé par une source spatialement étendue, localisation (constatée) des franges.

* <u>Connaître</u> les conditions d'éclairage et d'observation :
  - en lame d'air :



Repliement

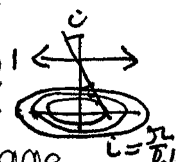
  - en coin d'air :



$M_1 \perp M_2 \rightarrow M'_1 // M_2$

Observation avec une lentille de projection focale f'

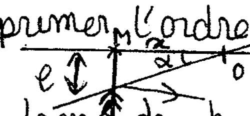
↳ écran dans plan focal image



$M_1 \not\perp M_2 \rightarrow M'_1 \not\parallel M_2$

Observation à l'œil nu sur la "surface commune" des miroirs.

* <u>Régler</u> un interféromètre de Michelson pour une observation en lame d'air avec une source étendue à l'aide d'un protocole proposé.
* Lame d'air : franges d'égale inclinaison (en forme d'anneaux)
  ↳ <u>Établir</u> et <u>utiliser</u> l'expression de l'ordre d'interférences en fonction de la longueur d'onde, de l'épaisseur de la lame d'air équivalente et de l'angle d'incidence des rayons : $p = \frac{2ne}{\lambda_0} \cos i$ $\left(\frac{2ne}{\lambda_0}\left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = \frac{2ne}{\lambda_0}\left(1 - \frac{r^2}{2f'^2}\right) \right)$
* <u>Mettre en œuvre</u> un protocole pour accéder au profil spectral d'une raie ou d'un doublet à l'aide d'un interféromètre de Michelson.
* Étude expérimentale en coin d'air : franges d'égale épaisseur
  ↳ <u>utiliser</u> l'expression (admise) de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences : $\delta \simeq 2e$ où e est comme ci-contre : ($\simeq 2n\alpha x$)



* <u>Analyser</u> un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc) à l'aide d'un interféromètre de Michelson.
* <u>Interpréter</u> qualitativement les observations en lumière blanche.