

U.1. ELECTROSTATIQUE

EXPRIMER : Soit \mathcal{D} une distribution discrète : ensemble fini de n charges q_i placées en P_i .

$$\vec{E}_{\mathcal{D}}(M) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i \vec{P}_i M}{4\pi\epsilon_0 P_i M^3} \quad (\text{Loi de Coulomb + principe de superposition})$$

- CITER :
- accélérateur de particules : $\|\vec{E}\| \approx 99 \text{ MV.m}^{-1}$
 - atmosphère (mer orageuse) : $\|\vec{E}\| \approx 150 \text{ V.m}^{-1}$
 - e^- dans champ moyen atome : $\|\vec{E}\| \approx 10^{11} \text{ V.m}^{-1}$

CHOISIR : distribution continue

→ volumique : \int_V porte charge $\left\{ \begin{array}{l} \rho : \text{densité de charge volumique (C.m}^{-3}) \\ dq = \rho(P) dV_P \end{array} \right.$

→ surfacique : si un volume a une dimension très faible devant les deux autres :

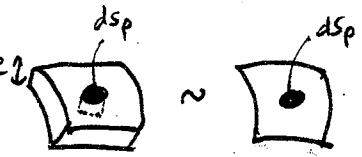
$\left\{ \begin{array}{l} dq = \sigma(P) \cdot dS_P \\ \sigma(P) : \text{densité de charge surfacique (C.m}^{-2}) \\ dS_P : \text{surface élémentaire.} \end{array} \right.$

→ linéique : si 2 dimensions d'un volume sont faibles devant une troisième :

$\left\{ \begin{array}{l} dq = \lambda(P) dL_P \\ \lambda(P) : \text{densité de charges linéique (C.m}^{-1}) \\ dL_P : \text{distance élémentaire} \end{array} \right.$

RELIER :

$$\sigma(P) = \exp(P)$$



$$\lambda(P) = \lambda \rho(P)$$



- DÉTERMINER :
- volume V : $Q = \iiint_V \rho(P) \cdot dV_P$
 - surface Σ : $Q = \iint_{\Sigma} \sigma(P) dS_P$
 - courbe \mathcal{C} : $Q = \int_{\mathcal{C}} \lambda(P) dL_P$

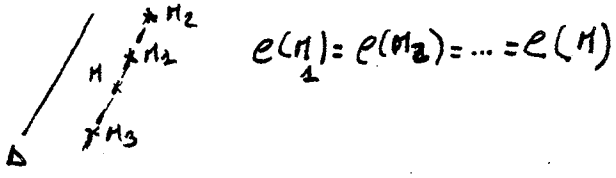
IDENTIFIER :

→ Π plan de symétrie de la distribution de charge :

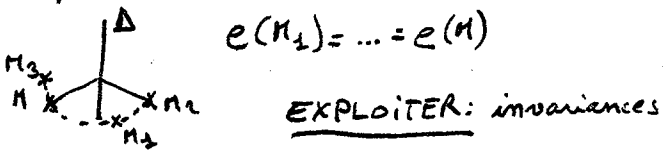
→ Π^* plan d'antisymétrie de la distribution de charge :

IDENTIFIER : invariances d'une distribution de charges :

→ par translation Π^t à un axe Δ :



→ par rotation autour d'un axe Δ :



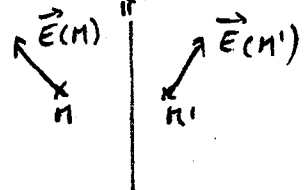
EXPLOITER : invariances

→ translation : M fixé. \exists plan Π à Δ passant par M : c'est un plan de symétrie de \mathcal{D} .
 $M \in \Pi$ à ce plan donc $\vec{E}(M)$ aussi
 \Rightarrow si Δ porte par \vec{u}_3 : $\vec{E}(x, y, z)$

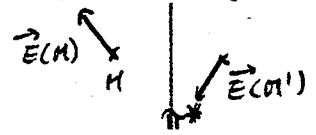
→ rotation : M fixé. \exists plan passant par M et contenant Δ est plan de symétrie de \mathcal{D} donc
 $\vec{E}(M) \in \Pi$ à ce plan. $\Rightarrow \vec{E}(x, y, z)$

EXPLOITER : symétries / antisymétries

→ Π plan de sym de la distⁿ de charges
 $\Rightarrow \vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ sont symétriques.



→ Π^* plan d'antisym distribⁿ de charges :
 $\Rightarrow \vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$ sont antisymétriques



RELIER: $\vec{E} = -\text{grad} V$ (V : potentiel électrostatique)

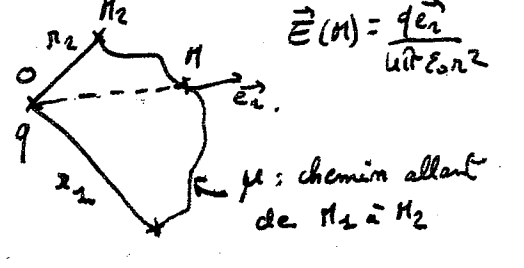
CITER: $\text{grad} \varphi = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{pmatrix}$

EXPRIMER: $\mathcal{D} = \{q_i, P_i\}$ $V(M) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 PM_i} + \text{cste}$ (en cartésien)

DÉTERMINER: \vec{E} à partir de V en utilisant $\vec{E} = -\text{grad} V$.

DÉTERMINER: différence de potentiel par circulation de \vec{E} (cas simple)

ex: coordonnées sphériques, charge ponctuelle:



$\vec{E}(M) = \frac{q\vec{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$$U_{M_1 \rightarrow M_2, \mu} = \int_{M_1}^{M_2} \vec{E}(M) \cdot d\vec{\ell}$$

$$= \int_{M_1}^{M_2} \frac{q\vec{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} (dr\vec{e}_r + r d\theta\vec{e}_\theta + r \sin\theta d\varphi\vec{e}_\varphi)$$

$$= \int_{r_1}^{r_2} \frac{q dr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = V(M_1) - V(M_2)$$

RECONNAÎTRE: \vec{E} peut être calculé grâce au théorème de Gauss quand la distribution de charges présente un haut degré de symétrie (Droite connue + dépendance avec r plus 1 (carré))

UTILISER: Th de Gauss: Le flux sortant de \vec{E} à travers une surface fermée Σ est égale à la charge contenue dans Σ divisée par ϵ_0 .

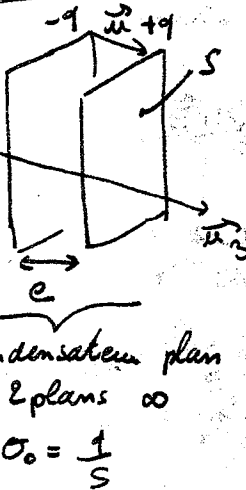
$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

TABLIR: $\vec{E}(M)$ ($\forall M$) pour une sphère uniformément chargée en volume
 - un cylindre infini " " " "
 - plan infini uniformément chargé en surface.

→ étudier symétries + invariances
 → utiliser th de Gauss

TABLIR et ÉNONCER: à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.

TABLIR et CITER: $\left\| C_{\text{plan}} = \frac{S}{e} \epsilon_0 \right\|$ (dans le vide)



→ symétries, invariances
 → th Gauss
 → ppe de superposition

$$\vec{E}(M) = -\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \vec{n}_3$$
 (entre les armatures)

$$\begin{aligned} \bullet u &= V_2 - V_1 \\ \bullet V_2 - V_1 &= E_{2 \rightarrow 1} \\ \bullet E_{2 \rightarrow 1} &= \int_2^1 \vec{E}(M) d\vec{\ell} = \frac{\sigma_0 e}{\epsilon_0} \end{aligned}$$

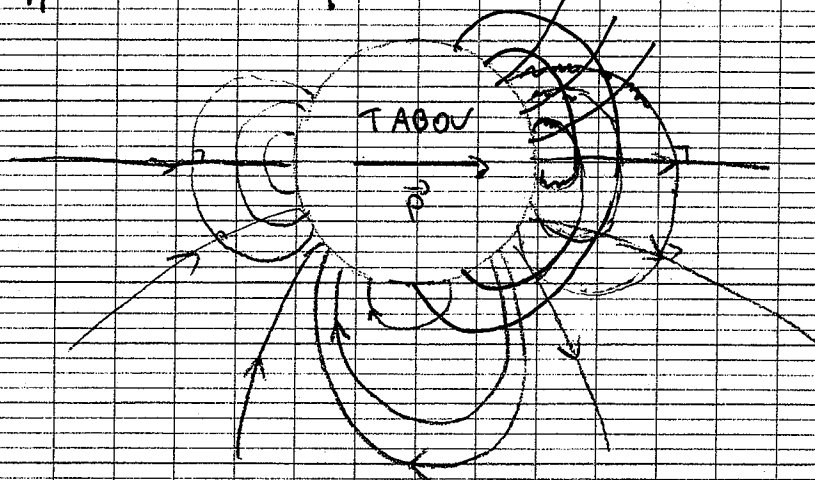
$$u = \frac{\sigma_0 e}{\epsilon_0} \text{ or } q = C \cdot u$$

$$C_{\text{plan}} = \frac{S}{e} \epsilon_0$$

 F $\left\{ \begin{array}{l} \frac{e}{m} \\ \frac{\epsilon_0}{F \cdot m^{-1}} \end{array} \right.$

Explique l'approximation dipolaire, $r \gg a$.

Représente



lignes de champ équipotentiel

Établir : $V(A) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \approx \frac{q \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$\vec{E} = -\text{grad } V \Rightarrow \vec{E}(A) = \frac{2q \cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{q \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$

Explique \vec{p} s'aligne sur une ligne de champ et est attiré vers la zone de champ fort.

\Rightarrow pour moment $\vec{p} \cdot \vec{E}$

Établir Action de \vec{E}_{ext} sur \vec{p} : $\vec{F} = \vec{0}$ (résultante des forces nulle)

Champ uniforme $\vec{F} = \vec{p} \cdot \nabla \vec{E}_{ext}$

Champ non uniforme $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \text{grad}) \vec{E}_{ext}$ $\vec{n} = \vec{p} \cdot \nabla \vec{E}_{ext}$

Explique l'orientation de \vec{p} sur les lignes de champ. \vec{p} sera dirigé dans le sens de champ fort.

Utiliser $E_p = -\vec{p} \cdot \nabla \vec{E}_{ext}$

Électrostatique $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{n}_{12}$ $\phi_E = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$

Gravitation $\vec{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{n}_{12}$ $\phi_G = 4\pi G \rho_{enc}$

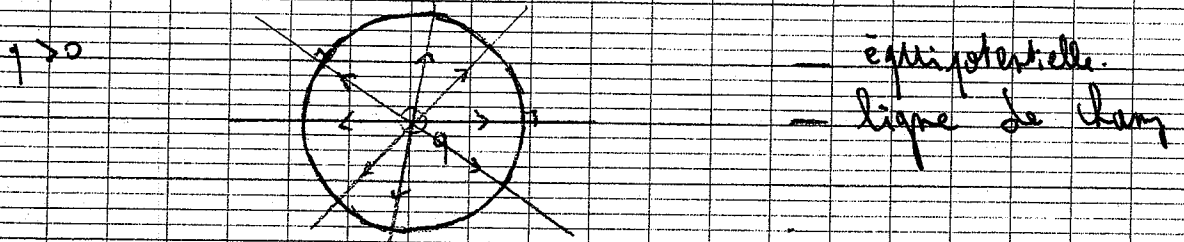
Le champ électrostatique

Orientes les lignes de champ (courbes tangentes à \vec{E} en chacun de ses points) : dans le sens des potentiels décroissant.

Remémore les lignes de champ : elles sont perpendiculaires aux équipotentielles.

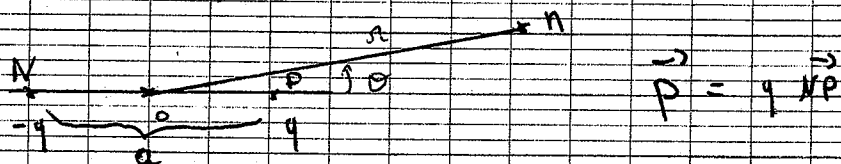
Associez l'intensité du champ électrostatique plus forte là où les lignes de champ sont plus serrées.

Vérifiez que les lignes de champ possèdent la symétrie et l'invariance de la distribution.



Relation $\vec{F} = q\vec{E}$ (force subie par q ponctuelle soumise à \vec{E})
 de $\vec{F} = -q \text{grad } V$ et $\vec{F} = -\text{grad } E_p$
 $= -\text{grad}(qV)$
 Donc $E_p = qV$.

Exprime le moment dipolaire d'un doublet de charges :



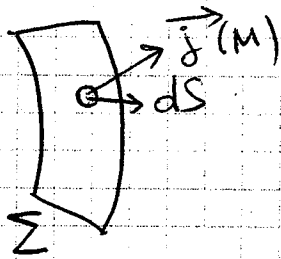
Echelle microscopique : $p = 10^{-20} \times 10^{-19} = 10^{-39} \text{ C.m.}$
 (eau : $p = 1,85 \text{ D} = 1,85 \times 3,336 \cdot 10^{-30} \text{ C.m.}$)
 m. de charge

Magnétostatique

Statique \rightarrow champ magnétique créé par des courants stationnaires.

* Déterminer l'intensité du courant électrique traversant une surface orientée:

surface orientée:

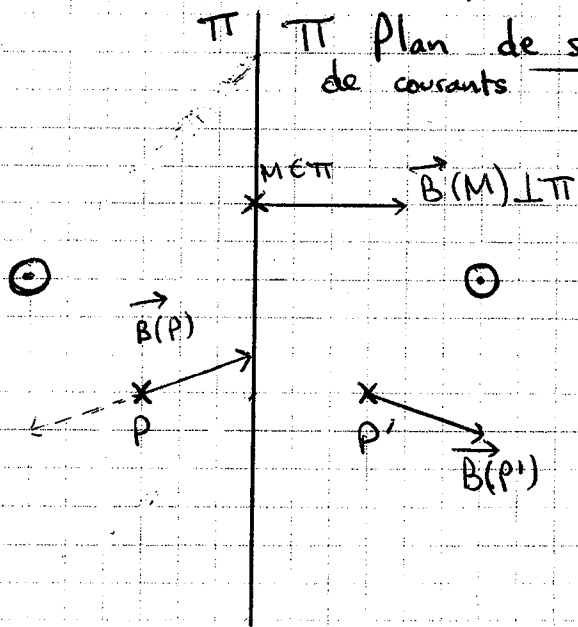


$$I = \iint_{\Sigma} \vec{j}(M) \cdot d\vec{S}$$

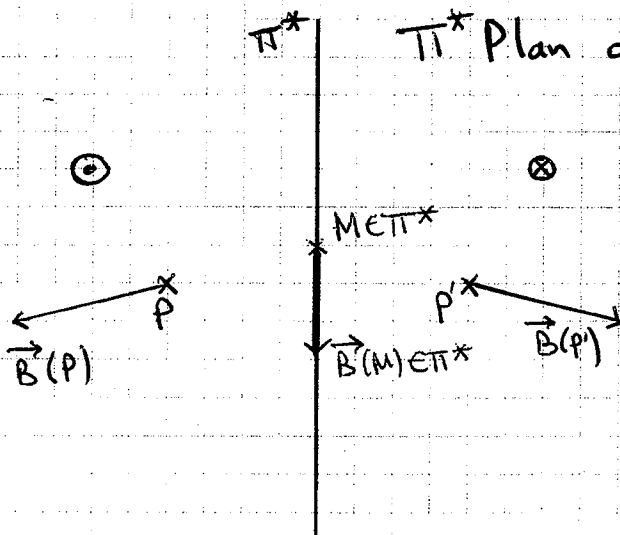
$$\vec{j} = nq\vec{v}$$

ou $\Sigma nq\vec{v}d\vec{a}$
ou $p\vec{v}$

* Identifier les plans de symétrie (antisymétrie) d'une distribution de courants:



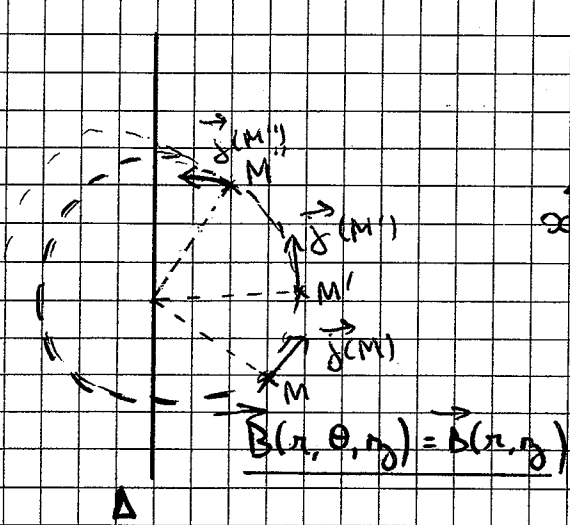
P et P' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution
 $\Rightarrow \vec{B}(P)$ et $\vec{B}(P')$ sont antisymétriques par rapport à ce même plan.



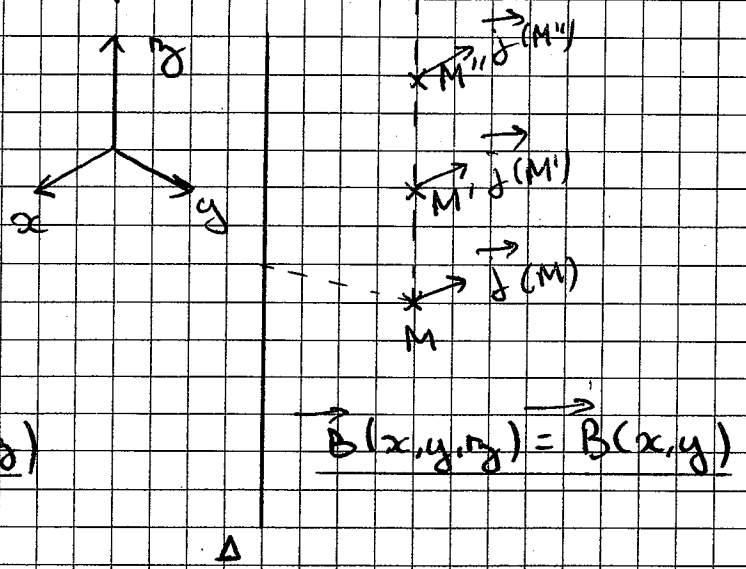
P et P' antisymétriques par rapport à Π^*
 $\Rightarrow \vec{B}(P)$ et $\vec{B}(P')$ antisymétriques par rapport à Π^*

Identifier les invariances, les Exploiter

Par rotation



Par translation



Théorème d'Ampère

→ Direction connue partout + dépendance avec peu plus variables

Reconnaître les situations propices → riches en symétries.

Utiliser L'intensité I_{Σ} des courants enlacés traversant une surface Σ délimitée par un contour fermé Γ vérifie:

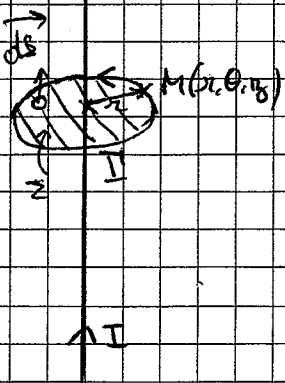
calculer de \vec{B} le long
un contour fermé,
résultante = $\mu_0 I_{\Sigma}$

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = \mu_0 I_{\Sigma}$$

Σ orientée par le sens de parcours de Γ .

Application: Pour un fil infini:

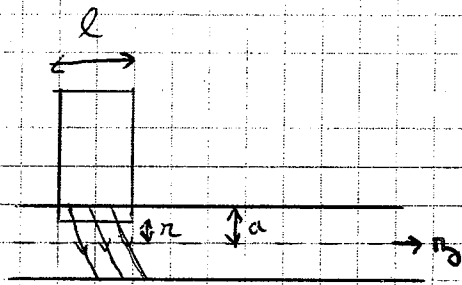
$$\oint_{\Gamma} \vec{B}(\vec{r}) d\vec{l} = B(r) \int_{\Gamma} r d\theta = 2\pi r B(r)$$



$$\Rightarrow 2\pi r B(r) = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_{\theta}$$

tablier: Pour un Solénoïde infini;



$$* r > a : \underline{\vec{B}(M) = \vec{0}}$$

$$* r < a : \underline{\vec{B}(M) = \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \vec{e}_0}$$

Citer quelques ordres de grandeur :

$$* B_{\text{terrestre}} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$* \text{petit aimant permanent} : \approx 10^{-2} \text{ T}$$

$$* \text{Aimant au néodyme} : \approx 99 \text{ T}$$

$$* \text{Étoile à neutrons} : \approx 10^8 \text{ T}$$

Topographie:

Orienter les lignes de champs (fermées, entourent les sources).

→ Règle de la main droite.

soier: Lorsque les lignes de champs s'écartent → la norme du champ décroît.

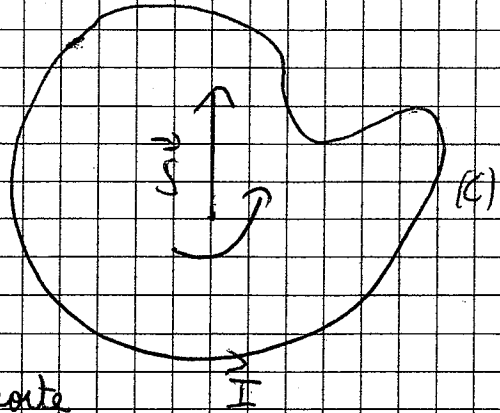
Lorsqu'elles se rapprochent → la norme du champ augmente.

Véifier: Les lignes de champs sont symétriques par rapport aux plans d'antisymétrie de la distribution, et vice-versa.

421

Dipole magnétiqueExprimer

\vec{S} est le vecteur surface
s'appuyant sur (K) un
contour fermé et orienté
selon la règle de la main droite



$$\vec{M} = I \vec{S}$$

Evaluer

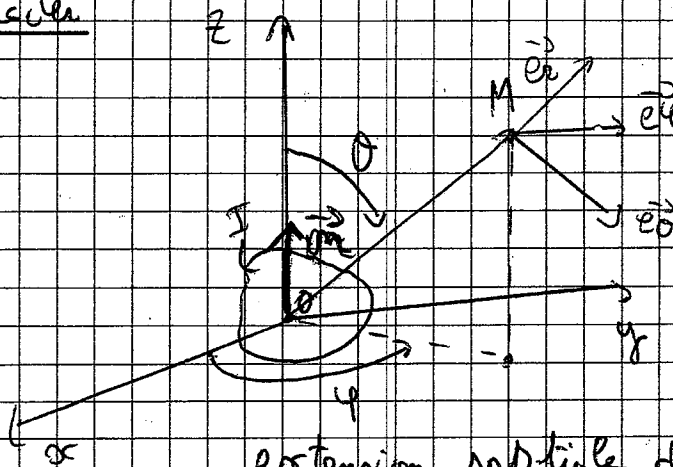
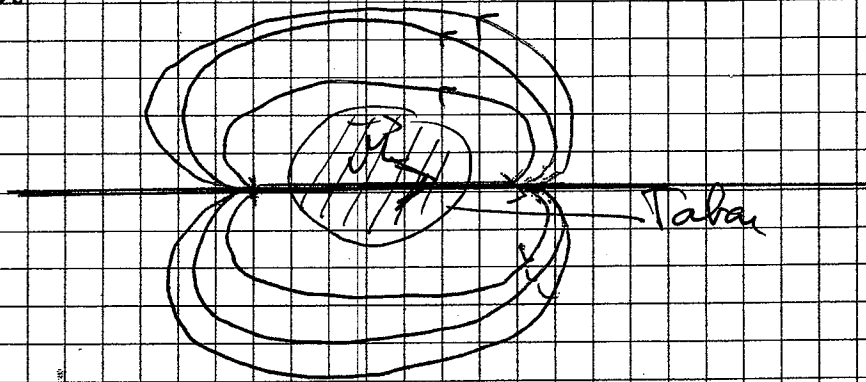
Magneton de Bohr

 10^{-23} A m^2

Terre

 10^{22} A m^2

Bloc de fer

5 A m^2 Expliciterextension spatiale de la boucle = α Approximation dipolaire : $OM \gg a$ Représenter

Exploiter $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} (2 \cos\theta \vec{e}_r + \sin\theta \vec{e}_\theta)$

Expliquer La Torques due de $-\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}$
 \Rightarrow alignement de $\vec{\mathcal{M}}$ sur ligne de champ
 dans le sens de la ligne de champ
 \oplus migration vers zones de champ fort

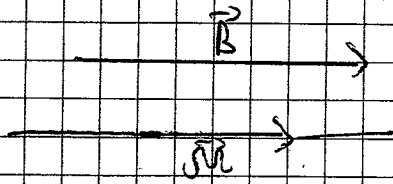
Exploiter Champ magnétostatique uniforme
 $\vec{\mathcal{M}}$
 Resultante = $\vec{0} \Rightarrow$ le dipôle ne se déplace pas
 Couple $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$
 \hookrightarrow le dipôle s'aligne sur les lignes de champs

Exploiter Champ magnétostatique non uniforme
 $\vec{\mathcal{M}}$
 Resultante = $(\vec{\mathcal{M}} \cdot \text{grad}) \vec{B}_{\text{ext}}$
 $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$

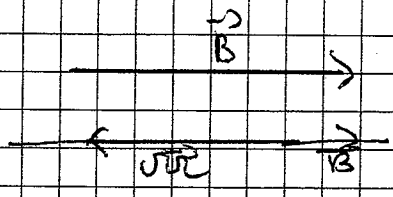
$\vec{\mathcal{M}}$ s'aligne sur les lignes de champ et se déplace vers les zones de champ fort.

Citer : $E_p = - \int \vec{M} \cdot \vec{B}_{ext}$

Expliciter La configuration où \vec{M} est aligné avec \vec{B} est un extremum de E_p dans une configuration d'équilibre



$\Rightarrow E_p = - \mu B < 0$ équilibre stable



$\Rightarrow E_p = \mu B > 0$ équilibre instable