

Quelques exercices de cinématique relativiste

I

Une fusée quitte la Terre avec une vitesse $\beta = \frac{v}{c} = \frac{3}{5}$. Quand une horloge placée sur la fusée indique qu'une heure s'est écoulée, la fusée envoie un signal lumineux à la Terre.

1. Pour les horloges terrestres, quand le signal lumineux a-t-il été envoyé ?
2. Pour les horloges terrestres, combien de temps après le départ de la fusée, le signal a-t-il atteint la Terre ?
3. Pour les horloges de la fusée, combien de temps après le départ de la fusée le signal a-t-il atteint la Terre ?

II Voyage intersidéral

Une fusée partie de la Terre se dirige à vitesse constante vers l'étoile alpha du Centaure dont la distance est d'environ 4 années-lumières.

Quelle doit être la vitesse de la fusée pour que la durée du voyage, mesurée par les horloges à bord, soit 4 ans ?

Quelle est alors, pour un observateur terrestre, la durée du voyage ?

La durée du voyage, mesurée par les horloges du bord, peut-elle n'être que d'un an ? Commentaires.

III Réception de signaux émis par une fusée

Une fusée s'éloigne de la Terre à la vitesse $v = 0,6c$ en émettant un top radio toutes les heures (lues aux horloges du bord).

Quel intervalle de temps sépare la réception sur Terre de deux tops ? Que devient cet intervalle au cours du retour de la fusée vers la Terre à la même vitesse ?

Le phénomène observé existerait-il en cinématique classique ?

IV

On considère deux règles identiques AB et $A'B'$, de longueur l_0 . La règle $A'B'$ glisse sur AB à la vitesse V . Montrer que les événements "A et A' coïncident" et "B et B' coïncident" ont un ordre temporel inversé pour deux observateurs liés respectivement à chacune des règles. Pourquoi ceci n'est-il pas en contradiction avec le principe de causalité ?

V Le perchiste et la grange

La situation est la suivante : un perchiste se saisit d'une perche mesurant 10 m , puis il s'élanche en direction d'une grange mesurant 5 m de profondeur et percée de deux portes A et B . On suppose que le perchiste se déplace à une vitesse constante v telle que $\gamma = 2$.

Le paradoxe est le suivant : le perchiste a une perche de 10 m et voit une grange de longueur $5/\gamma = 2,5\text{ m}$, donc la perche ne rentre pas. De son côté, la grange voit une perche de longueur $10/\gamma = 5\text{ m}$, donc la perche rentre !

Finalement, est-ce que la perche rentre dans la grange ? Que se passe-t-il si on ferme la porte en B ?

VI Émission d'un électron par un noyau radioactif

Un noyau radioactif se déplace à la vitesse \vec{u} ($u = 0,1c$) par rapport au référentiel \mathcal{R} du laboratoire galiléen. Il émet un électron avec une vitesse \vec{v}' ($v' = 0,8c$) par rapport au noyau.

Quelle est la vitesse \vec{v} de l'électron dans le laboratoire dans les trois cas suivants

1. \vec{v}' et \vec{u} ont même direction et même sens.
2. \vec{v}' et \vec{u} ont même direction et des sens contraires.
3. \vec{v}' et \vec{u} sont orthogonaux.

VII Vitesse relative de deux particules

Deux particules se dirigent l'une vers l'autre sur une même droite, dans le référentiel du laboratoire, avec des vitesses de même valeur $0,75c$.

Déterminer la vitesse de l'une par rapport à l'autre, c'est-à-dire la vitesse de l'une dans le référentiel en translation lié à l'autre.

VIII Exercice tiré d'un contrôle de l'X en 2017! : Le lièvre et la tortue relativistes

Le lièvre et la tortue font une course à vitesse relativiste sous le contrôle du renard, fixe au bord de la piste. Tous disposent de chronomètres atomiques qui ont été synchronisés avant le départ. Alors que la tortue s'élance vers l'arrivée, le lièvre fait une sieste avant de démarrer sa course. Le renard constate que la tortue franchit la ligne la première et lui annonce qu'elle a couru $t = 20\text{ min}$. La tortue est surprise car son chronomètre indique une durée de seulement $\tau = 16\text{ min}$. Le lièvre arrive peu après et le renard lui annonce : "Une minute trop tard!". "Pas du tout!", rétorque le lièvre, "La comparaison entre mon chronomètre et celui de la tortue indique que je l'ai battue d'une minute en dépit d'une sieste de 6 min!".

Vous noterez τ' la durée totale qu'obtient le lièvre, et t' celle que mesure le renard le concernant.

1. Déterminer u/c et v/c les vitesses de la tortue et du lièvre en unité de la vitesse de la lumière ainsi que la longueur d de la piste en minute-lumière.
2. Montrez que si la durée δ de la sieste est supérieure à une valeur δ_c que vous déterminerez en fonction de u et v , le renard affirmera que le lièvre est arrivé après la tortue.
3. Montrez que si la durée δ de la sieste est inférieure à une valeur δ_r que vous déterminerez en fonction de u et v , le lièvre affirmera qu'il a battu la tortue.
4. Montrez qu'il existe toujours une durée de sieste telle que le renard annonce la tortue gagnante tout en permettant au lièvre d'affirmer qu'il a battu la tortue.