matrices de transvections par blocs

Soit $i<j$ et $\Lambda \in \mathcal{M}_{\ell,c}(\mathbb{K})$

Alors

$$T = \begin{array}{c} \\ i \\ \\ i+\ell \rightarrow \\ \\ \end{array} \overset{\begin{array}{cc} j & \overset{c}{\longleftrightarrow} \end{array}}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots\ 0 & \Lambda & 0 \\ & & 0 & 0 \\ 0 & & 0 & 1 \end{pmatrix}} \begin{array}{c} \\ \updownarrow \ell \\ \\ \end{array}$$

$\rightarrow$ coin gauche en (i,j)

$=$ matrice de transvection par blocs (parfois $\Lambda = \lambda I$)

assure $\underbrace{TA}_{\in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})} = T \begin{pmatrix} L'_d \\ L'_j \\ L'_g \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow j \\ \updownarrow c \end{array} \overset{T = I + \dots}{\sim} = \begin{pmatrix} L''_d \\ L''_i + \Lambda L'_j \\ L''_g \end{pmatrix} \leftarrow i$

avec $p \geqslant j+c-1$ $\leftarrow$ nb colonnes min de T

! $i+\ell \cancel{\geqslant} j$ (pas de λ sur la diagonale)

On a noté $A = \begin{pmatrix} L'_d \\ L'_j \\ L'_g \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow j \\ \updownarrow c \end{array} = \begin{pmatrix} L''_d \\ L''_i \\ L''_g \end{pmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow i \\ \updownarrow c \end{array}$ par blocs de lignes

et $T = I_p + \begin{array}{c} \\ i \\ \\ \end{array} \overset{j}{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}$

On observe $\det(T) = 1$ (triang. sup) donc $\det(TA) = \det(A)$

On peut faire de même avec Λ entièrement sous la diagonale.