

## Exercices pour la rentrée.

Tous ces exercices doivent être faits pour la rentrée. Ce sont des calculs qui feront partie de ce qui sera élémentaire dès la rentrée.

**Une interrogation écrite aura lieu sur ces exercices dans les premiers jours.**

Il ne s'agit pas de prendre une calculatrice pour le faire le plus vite possible, mais bien d'intégrer les techniques utilisées, et d'apprendre à faire soit de tête, soit avec un crayon, quelques calculs simples. Les calculatrices sont interdites aux concours.

Réfléchissez bien avant de faire des calculs : il faut parfois factoriser avant de calculer, simplifier une fraction avant de continuer.

Les identités remarquables suivantes doivent être connues par cœur :

1.  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

2.  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

3.  $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

4.  $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

5.  $x^2 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

### Rappels lycée

**Exercice 1** Calculs à faire très rapidement :

1.  $(2,5 \times 6,7) + (2,5 \times 3,3)$

2.  $(9 \times (4 + \frac{2}{3})) + (9 \times (5 + \frac{1}{3}))$

3.  $(5,2 \times 5,6) + (5,2 \times 4,4)$

4.  $(12 \times (3 + \frac{3}{4})) + (12 \times (6 + \frac{1}{4}))$

5.  $(0,54 \times 80,5) + (0,54 \times 19,5)$

6.  $(11 \times (9 + \frac{6}{5})) - (11 \times (9 - \frac{1}{5}))$

7.  $(8,6 \times 71,9) + (8,6 \times 28,1)$

8.  $(6 \times (97 + \frac{7}{4})) + (6 \times (1 + \frac{1}{4}))$

9.  $(1,63 \times 51,5) + (1,63 \times 48,5)$

10.  $(8 \times (2 + \frac{5}{3})) + (8 \times (4 + \frac{7}{3}))$

11.  $7,9^2 - 2,1^2$ .

**Exercice 2** Réduire au même dénominateur :

1.  $\frac{1}{7} - \frac{2}{5}$

2.  $\frac{2}{3} + \frac{18}{7}$

3.  $\frac{3}{21} - \frac{4}{9}$

4.  $\frac{7}{25} + \frac{3}{12} - \frac{1}{20}$

5.  $\frac{1}{30} - \frac{5}{42} + \frac{7}{15}$

**Exercice 3** Quelques calculs élémentaires à faire rapidement :

1.  $\frac{8}{6} - \frac{9}{4}$

2.  $(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}) (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}})$

3.  $(-1) - (-2) + 3 - (-1)$

4.  $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{1+\frac{1}{3}}$

5.  $\frac{3}{7} \times (\frac{11}{3} - \frac{16}{5}) - (\frac{3}{7} + \frac{11}{3}) \times \frac{16}{5}$

6.  $\frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{4}{5}}$

7.  $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

8.  $\frac{\sqrt{20}-3\sqrt{5}}{\sqrt{8}\sqrt{10-5}}$

9.  $(\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2$

10.  $(1 + \sqrt{\frac{31}{3}})^3 + (1 - \sqrt{\frac{31}{3}})^3$

**Exercice 4** Quelques développements élémentaires :

1.  $(a - b)^3$
2.  $(3a + b^2 + c)^2$
3.  $(a + b)^2 + (a - b)^2$
4.  $(a + \frac{1}{a})^2$
5.  $((a + b)^2)^2$
6.  $(a - \frac{1}{a})^3$
7.  $(b + c)^4$
8.  $(a + \frac{1}{a})^4$
9.  $(a - b\sqrt{2})^2(a + b\sqrt{2})^2$
10.  $(\frac{a}{b} + \frac{b}{a})^4$

**Exercice 5** Quelques simplifications élémentaires :

1.  $2 + \frac{2}{1 + \sqrt{3}}$
2.  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}$
3.  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}}$
4.  $(a - 3)(b + c) - (ac + 2b)$
5.  $(a - b)(a - 2c) + (b - c)(a - 2)$
6.  $(b^2 - a)^2 - a(2b^2 - a)$
7.  $c(1 - a)(1 - b) + b(1 - a)(1 - c) + b(1 - a)(1 - c)$
8.  $a^2c + (a - b)(b - c)(a + b)$
9.  $(a - b + c)^2 - (-a - b + c)^2 + (a + b + c)^2$
10.  $(3a + 2)^2 - (4a + b)(2a - 1)$
11.  $(ab + ac + bc)(a + b + c) - (a^2 + b^2 + c^2)(b - c)$
12.  $-3 + a(1 + a(2 + b(-1 + a)))$

**Exercice 6 (Factorisations)** Factorisez les expressions suivantes, où  $a, b, x, y \in \mathbb{R}$ .

1.  $2a^2 - 2ba$
2.  $4x^4 - 16y^4$
3.  $16x^4 + 256 - 128x^2$
4.  $-49x^3 - 9xy^2 + 42x^2y$
5.  $2x^3 - 12x^2 - 54x$
6.  $-48x^3 + 48x^2 - 12x$
7.  $\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{9}xy^2 + \frac{1}{3}x^2y$
8.  $-4x^9y + 4x^4y^6 - x^8y + x^3y^6$
9.  $7a^4 + 28a - 14a^3b - 56b$
10.  $8x^2y - 4x - 6xy^2 + 3y$
11.  $15ax + 6ay - 5bx - 2by$
12.  $20a^3b^2 + 12a^4b - 10a^2b - 6a^3$
13.  $3a^2x - 4a^2y^2 - 3bx + 4by^2$

**Exercice 7** Factorisez et déterminez le signe des expressions suivantes :

1.  $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$
2.  $x^5 + x^4 + 6x^3 + 6x^2 + 9x + 9$
3.  $x \ln(x) - x - 2 \ln(x) + 2$
4.  $x + 8 - \frac{16}{x-7}$
5.  $xe^x + 3e^x - 2x - 6$

**Exercice 8 (Réduction au même dénominateur)** Réduire au même dénominateur les expressions suivantes, où  $a, b, x, y \in \mathbb{R}$ .

1.  $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{7}{x-1}$
2.  $\frac{x-2}{x^2-5x+6} + \frac{x+1}{x-2}$
3.  $\frac{7}{a^2-b^2} + \frac{2}{a^2-ab} - \frac{5}{ab-b^2}$
4.  $\frac{a-b}{a^2-b^2} + \frac{a+b}{3a^2+6ab+3b^2} - \frac{ab}{a^2b+ab^2}$
5.  $\frac{1}{9a^2-9b^2} + \frac{1}{9(a+b)}$
6.  $\frac{x}{2x-y} + \frac{y}{y^2+4x^2-4xy}$
7.  $\frac{2x+7y}{(x-y)(2x+3y)} - \frac{4}{(x-y)(3x-y)}$
8.  $\frac{4ab}{(a^2x+b)(x-a)} - \frac{a-b}{(4a+7)(a^2x+b)} + \frac{ab}{(a^2x+b)(3x-3y)}$
9.  $\frac{1}{2x} + \frac{1}{2x+2}$

$$10. \frac{1}{2n-2} - \frac{1}{n} + \frac{1}{2n+2}$$

$$11. \frac{\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}}{\frac{y}{x-y} + \frac{x}{x+y}}$$

$$12. \frac{2x-3}{x+1} + \frac{3}{x-1} - \frac{2x^2}{x^2-1}$$

$$13. \frac{1}{x - \frac{1}{3 + \frac{x-2}{5-x}}}$$