EX1 1) $2^n+2^n = 2\times 2^n = 2^{n+1}$

2) $\frac{4^{12}}{2^{25}} = \frac{(2^2)^{12}}{2^{25}} = \frac{2^{24}}{2^{25}} = \frac{1}{2}$

3) $2^n\times 2^n = 2^{n+n} = 2^{2n}$ 4) cela ne se simplifie pas

5) $(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = 2$ 6) $(-1)^{-2n-1} = \frac{1}{(-1)^{2n+1}} = \frac{1}{((-1)^2)^n\times(-1)} = \frac{1}{-1} = -1$

EX2 1) on ne peut pas car on ne connaît pas la prédominance des opérations présentes ds l'écriture de A, on ne sait pas si A = $(2^3)^2$ ou $2^{(3^2)}$

2) $B = 2^{3\times 2} = 2^6 = 64$ 3) $C = 2^9 = 512$ 4)5) $D = 2^{12} = 4096 = E$

6) F = ? surtout ne pas calculer chacune des 2 puissances séparément mais remarquer que $3^6 = 3^{2\times 3} = (3^2)^3$ dc $F = (9^3)^5 - (9^5)^3 = 0$

EX3 1) $A = 2^3\times 2^n = 8a$ 2) $B = 2\times 2^{2n} = 2\times(2^n)^2 = 2a^2$

3) $C = \frac{1}{2^{2n}} = \frac{1}{(2^n)^2} = \frac{1}{a^2} = a^{-2}$

4) $D = 4\times 4^n\times\frac{1}{2\times 2^{-3n}} = 2\times(2^2)^n\times 2^{3n} = 2\times 2^{2n}\times 2^{3n} = 2\times 2^{5n} = 2\times(2^n)^5 = 2a^5$

5) $E = 2^3\times 2^n - (2^n)^2 + 10\times 2^n - 3\times 4\times 2^n = 8a - a^2 + 10a - 12a = 6a - a^2 = a(6-a)$

6) $F = ((-1)\times 2)^{2n+3} = (-1)^{2n+3}\times 2^{2n+3} = ((-1)^2)^n\times(-1)^3\times(2^n)^2\times 2^3 = -8a^2$

7) $(-2)^{3n-2} = (-1)^{3n-2}\times(2)^{3n-2} = \frac{((-1)^3)^n}{(-1)^2}\times\frac{(2^n)^3}{2^2} = \frac{(-1)^n}{1}\times\frac{a^3}{4}$

et comme $(-1)^n = \frac{1}{(-1)^n}$, il vient $G = \frac{4}{(-1)^n}\times\frac{1}{a^3} = 4(-1)^n a^{-3}$

8) $H = (2^3)^{2n} = 2^{3\times 2\times n} = (2^n)^{3\times 2} = a^6$

EX4 1) $A = \frac{(\frac{x}{y})}{(\frac{z}{t})} = \frac{x}{y}\times\frac{t}{z} = \frac{xt}{yz}$ 2) $B = \frac{x(y+z)}{xt} = \frac{y+z}{t}$

3) $C = \frac{x\times y\times x\times z}{xt} = \frac{xyz}{t}$

4) commençons par simplifier le numérateur $\frac{26}{18}\times\frac{-45}{7} = \frac{2\times 13\times -1\times 9\times 5}{2\times 9\times 7} = -\frac{13\times 5}{7}$

d'où $D = -\frac{13\times 5}{7}\times\left(\frac{14}{39}\right) = -\frac{13\times 5\times 2\times 7}{7\times 13\times 3} = -\frac{5\times 2}{3}$ et $D = -\frac{10}{3}$

5) $E = \frac{2}{3\times 3} - \frac{1}{3\times 5} + \frac{5}{2\times 3} = \frac{20-6+75}{2\times 3\times 3\times 5} = \frac{89}{90}$

6) $1+\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = 1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}$ d'où $F = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

7) $G = \frac{(-1)^6\times 2^3\times 9^3\times 2^4\times 2^3\times 25^3}{(-1)^{11}\times 25^4\times 4^5\times 3^2\times 9^2} = \frac{-1\times 2^{10}\times 9^3\times 25^3}{25^4\times 2^{10}\times 9^3} = -\frac{1}{25} = G$

8) $\frac{4x^2+1}{5x} - 1 = \frac{4x^2+1-5x}{5x} = \frac{(x-1)(4x-1)}{5x}$ et $\frac{1}{x} - x = \frac{1-x^2}{x} = \frac{(1-x)(1+x)}{x}$

d'où en simplifiant, $H = -\frac{(4x-1)}{5(1+x)}$

N° .../...

ne rien écrire dans la partie barrée

EX5 en développant on a $A = 2(x^2+y^2)$, $B = 4xy$

$C = (x+y-z)^2 - (x-y-z)^2 = \big((x+y-z)+(x-y-z)\big)\times\big((x+y-z)-(x-y-z)\big)$

d'où $C = 4(x-z)\times y$

⊛ $3+2\sqrt2 = (\sqrt2)^2+2\sqrt2+1 = (\sqrt2+1)^2$ or comme $\sqrt2+1 \geq 0$, on a $D = \sqrt2+1$

$E = \sqrt{(2+\sqrt{2+\sqrt2})\times(2-\sqrt{2+\sqrt2})} = \sqrt{2^2-(\sqrt{2+\sqrt2})^2} = \sqrt{4-2-\sqrt2}$
$= \sqrt{2-\sqrt2} = E$

pour F : on calcule déjà

$\sqrt{7-2\sqrt6}\times\sqrt{7+2\sqrt6} = \sqrt{7^2-(2\sqrt6)^2} = \sqrt{25} = 5$

d'où $F = (\sqrt{7-2\sqrt6})^2 + 2\times(5) + (\sqrt{7+2\sqrt6})^2 = 7-2\sqrt6+10+7+2\sqrt6 = 24 = F$

pour G : même technique et on obtient $G = 4$

(ou) on s'inspire de ⊛ : $G = \left(\sqrt{(\sqrt2-1)^2}-\sqrt{(\sqrt2+1)^2}\right)^2 = \left(\sqrt2-1-(\sqrt2+1)\right)^2 = (-2)^2 = 4$

H : ! surtout on ne développe pas car on peut repérer une id rem ici :

$H = \big((x^3+3x)+(2x^2+1)\big)\times\big((x^3+3x)-(2x^2+1)\big) = (x^3+3x)^2-(2x^2+1)^2$

$= x^6+6x^4+9x^2-(4x^4+4x^2+1) = x^6+2x^4+5x^2+1$

EX6 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2xz+2yz$,

$(x+y)^3 = x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$, $(x-y)^3 = x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

EX7 $x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$, $x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$

$x^4-y^4 = (x^2)^2-(y^2)^2 = (x^2-y^2)(x^2+y^2) = (x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, $xy+x+y+1 = (x+1)(y+1)$

EX8 1) $5! = 1\times2\times3\times4\times5 = 120$

2) $\dfrac{(n+2)!}{n!} = \dfrac{1\times2\times\cdots\times n\times(n+1)\times(n+2)}{1\times2\times\cdots\times n} = (n+1)(n+2)$

3) $2\times4\times\cdots\times(2n) = \underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{n}\times(1\times2\times3\times\cdots\times(n-1)\times n) = 2^n\times(n!)$

4) on va "combler les trous", en effet, $1\times3\times5\times\cdots\times(2n-1)$

$= \dfrac{1\times2\times3\times4\times\cdots\times(2(n-2))\times(2n-1)\times2n}{2\times4\times\cdots\times(2n-2)\times2n} = \dfrac{(2n)!}{2\times4\times\cdots\times2n} \underset{3)}{=} \dfrac{(2n)!}{2^n\times n!}$

5) $\dbinom{n}{2} = \dfrac{n!}{(n-2)!\times2!} = n(n-1)\times\dfrac{1}{2!} = \dfrac{n(n-1)}{2}$

EX9 $\dbinom{n}{n-k} = \dfrac{n!}{(n-(n-k))!}\times\dfrac{1}{(n-k)!} = \dfrac{n!}{k!\times(n-k)!} = \dbinom{n}{k}$

EX10 $\dfrac{\binom{n+1}{k+1}}{\binom{n}{k}} = \dfrac{\frac{(n+1)!}{((n+1)-(k+1))!\times(k+1)!}}{\frac{n!}{(n-k)!}\times\frac{1}{k!}} = \dfrac{\left(\frac{(n+1)!}{(n-k)!\,(k+1)!}\right)}{\left(\frac{n!}{(n-k)!\,k!}\right)} = \dfrac{(n+1)!\times k!}{n!\times(k+1)!} = \dfrac{n+1}{k+1}$

N° .../...