Physique

TD OG.1 – Cadre de l'optique géométrique

L. Torterotot

✍ Exercice 1 Démonstration de la troisième loi de Snell-Descartes

On considère un dioptre plan séparant deux milieux (1) et (2), transparents, homogènes et isotropes, d'indices respectifs n_1 et n_2. Un point A se trouve dans le milieu (1) et un point B dans le milieux (2).

1. Faire un schéma et tracer un trajet quelconque passant par A et B. On notera M le point d'intersection avec le dioptre. On notera C et D les projetés de A et B sur le dioptre. On donnera des noms aux angles pertinents du système.

2. On pose $CM = x$, $CA = y_1$, $CD = \ell$ et $DB = y_2$. Exprimer le temps de parcours Δt de la lumière entre les points A et M en fonction de x et y_1.

3. Exprimer le temps de parcours Δt de la lumière entre les points M et B en fonction de x et y_2.

4. À partir du principe de Fermat, démontrer la troisième loi de Snell-Descartes.

✍ Exercice 2 Devant le miroir

Une personne se place à une distance x d'un miroir de taille D, placé une hauteur d du sol. Elle mesure 1,70 m et ses yeux sont situés 1,60 m du sol.

1. Faire un schéma. On placera au moins les points particuliers :
— T pour le haut de sa tête ;
— O pour ses yeux ;
— P pour ses pieds.

2. Quelle doit être la taille minimale D du miroir pour que cette personne puisse se voir entièrement dedans ?

✍ Exercice 3 Dispersion à travers un prisme

On considère un prisme dont la section principale est un triangle équilatéral ABC. Il est constitué d'un verre dont l'indice de réfraction est $n = 1{,}52$ à la longueur d'onde $\lambda_r = 633\,\text{nm}$. Le prisme est placé dans l'air, la face AB est éclairée par un rayon lumineux monochromatique sous une incidence i.

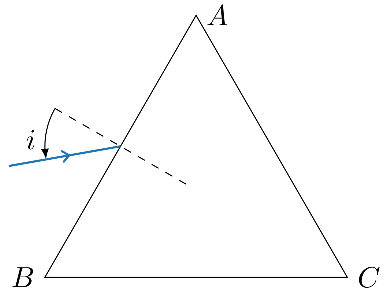


Figure 1

1. Quelle valeur i_0 doit avoir l'angle d'incidence i pour que le rayon lumineux sorte du prisme par la face AC sous une émergence rasante ?

2. Représenter l'angle de déviation D sur un schéma.

3. On donne la variation de n en fonction de la longueur d'onde λ, $n(\lambda) = A + B\lambda^{-2}$, avec A et B des constantes positives.

a. Sachant que $\lambda_b = 488\,\text{nm}$, l'indice $n(\lambda_b)$ est-il supérieur ou inférieur à $n(\lambda_r)$? Qualitativement, en déduire les positions relatives des deux rayons réfractés « bleu » et « rouge » : quel angle de déviation est le plus grand ?

b. Quel changement de variable peut-on proposer pour avoir une loi plus simple à tracer graphiquement pour n ?

✍ Exercice 4 La fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique, ici à saut d'indice, est formée d'un milieu cylindrique de diamètre $a = 1\,\text{mm}$, de longueur L le long de l'axe (Ox), d'indice $n_1 = 1{,}500$, entouré d'un second milieu d'indice $n_2 = 1{,}495$. Pour alléger l'étude, on ne s'intéresse qu'aux rayons contenus dans un plan méridien et pénétrant dans la fibre au point O comme illustré sur la figure 2.

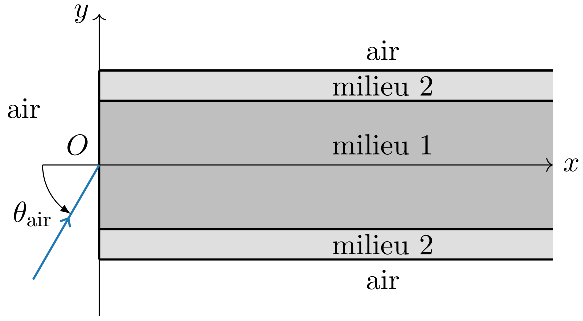


Figure 2 – *Schéma de principe d'une fibre optique à saut d'indice.*

1. Tracez le trajet d'un rayon lumineux quelconque incident dans l'air, arrivant avec un angle incident θ_{air}, sur le milieu 1, dans le plan (Oxy).

2. Afin que la lumière se propage avec le minimum de pertes à travers le milieu 1, quelle condition faut-il qu'un rayon satisfasse ? Déterminez dans ce cas la valeur maximale $\theta_{\max}$ de θ_{air}.

3. On suppose ici que $\theta_{\text{air}} \simeq 1{,}0°$. Combien de réflexions successives le rayon subit-il pour traverser toute la fibre ? En supposant que le coefficient de réflexion énergétique entre le milieu 1 et le milieu 2 soit égal à 0,999, quelle portion de l'énergie initiale ressort de la fibre après 1 km ?

4. Quel est, en fonction de L et θ_{air}, le chemin optique D parcouru par le rayon entre l'entrée et la sortie de la fibre ? Quelles en sont les valeurs extrêmes ?

5. Un signal très bref, véhiculé par un flash de lumière, entre dans la fibre dans toutes les directions. Montrer qu'il ressort étalé sur une durée τ que l'on exprimera en fonction de L, c, n_1 et n_2.

6. Une transmission de données binaires se fait en envoyant des signaux très brefs, espacés dans le temps d'une durée T et l'on appelle $f = 1/T$ le « débit binaire ». Calculer le débit maximal supporté par la fibre. La fibre convient-elle à la transmission d'un morceau de musique échantillonné à 40 kHz et codé sur un octet ? Pour la transmission d'un signal de télévision à 25 images par secondes avec une résolution de 625×800 à raison de un octet par pixel et par image ?

7. On fabrique maintenant des fibres à gradient d'indice, dont l'indice décroît avec la distance à l'axe. Expliquer qualitativement et sans calcul en quoi ces fibres ont un bien meilleur débit maximal.

☞ Exercice 5 QCM – bases des lois de Descartes

1. Dans un milieu matériel, par rapport au vide, la fréquence d'une onde lumineuse :
□ augmente □ diminue □ reste la même

2. Dans un milieu matériel, par rapport au vide, la vitesse de la lumière :
□ augmente □ diminue □ reste la même

3. La réflexion totale se produit lors du passage d'un milieu d'indice n_1 vers un milieu d'indice n_2 :
□ si $n_1 > n_2$ □ si $n_1 < n_2$ et pour une incidence □ faible □ élevée

☞ Exercice 6 Dioptres

Exercice 6.1 Photo d'une raie

La photo de la figure 3 est prise par un plongeur sous-marin. Expliquer les parties noires.

Exercice 6.2 Héron et poisson

Un héron, dont la taille est de 120 cm, se place au bord d'un étang et observe un poisson qui se trouve à sa verticale et à 80 cm de profondeur.

1. À quelle distance le poisson voit-il la tête de l'oiseau ?

2. À quelle distance l'oiseau voit-il le poisson ?

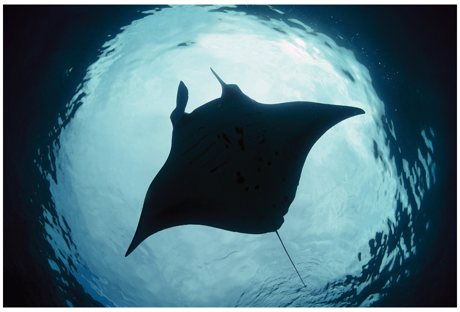


Figure 3

Exercice 6.3 Aiguille sous un disque

Un disque circulaire, opaque, de rayon $R = 5{,}0\,\mathrm{cm}$, flotte sur l'eau. Il porte en son centre O une aiguille plongeant verticalement dans l'eau. Cette aiguille est invisible pour toute position de l'œil au-dessus du plan de la surface du liquide. Quelle est la longueur maximale de l'aiguille ?

Exercice 6.4 Réfractomètre de Pulfrich

Le dispositif de la figure 4 est placé dans l'air, d'indice $n_0 = 1$. Sur la face supérieure horizontale d'un parallélépipède rectangle en verre, d'indice n_v, une goutte de liquide à analyser (indice n_ℓ à déterminer) est déposée. Une des faces latérales verticales du verre est éclairée par un faisceau parallèle de lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Soit i l'angle d'incidence de ce faisceau sur le dioptre D_1, par rapport à la normale à la surface.

Montrer que seuls les rayons d'incidence supérieure à un angle i_min peuvent être transmis à travers le liquide à analyser. Exprimer i_min en fonction de n_ℓ et n_v. En déduire le fonctionnement du réfractomètre. Calculer n_ℓ pour le cyclohexane.

Données : Pour le cyclohexane, $i_\mathrm{min} = 47{,}81°$; $n_\mathrm{v} = 1{,}607$.

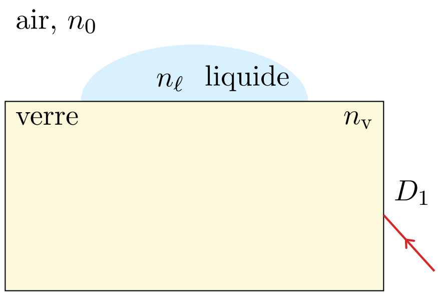


Figure 4 – *Schéma du réfractomètre.*

Exercice 7 Épaisseur d'un miroir plan

Un miroir plan est constitué d'une épaisse plaque de verre (épaisseur d, indice n) dont la face arrière est argentée. Un objet A se trouve à la distance D de la face d'entrée du miroir.

Où se trouve son image (principale) A' par le miroir ? Déterminer AA' en fonction de d, D et n. Existe-t-il d'autres images ?
AN : $D = 10\,\mathrm{cm}$; $d = 0{,}5\,\mathrm{cm}$; $n = 1{,}5$.

Exercice 8 Prismes

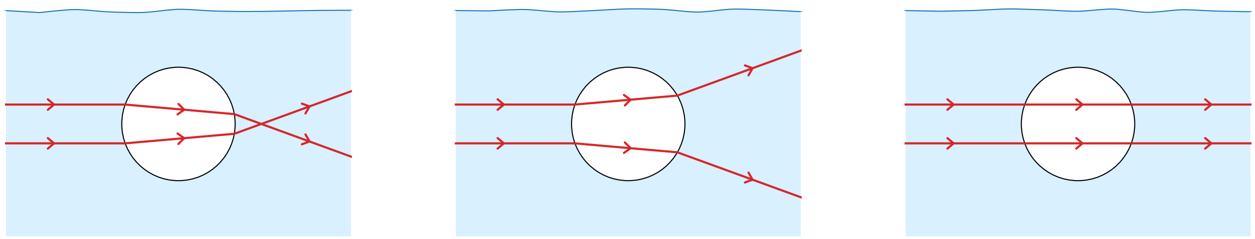
Soit un prisme dont la section droite ABC forme un triangle rectangle isocèle en C.

1. Tracer le trajet d'un rayon lumineux qui arrive perpendiculairement à la face d'entrée AB qui subit une réflexion totale sur la face BC. Quelle doit être la valeur de l'indice du prisme pour qu'il en soit ainsi ? Quelle peut être l'utilité d'un tel prisme ?

2. Le rayon incident frappe à présent la surface AB avec un angle d'incidence de $45{,}00°$. Déterminer l'angle que font entre eux les rayons d'entrée et de sortie du prisme pour deux faisceaux monochromatiques de longueurs d'onde $\lambda_\mathrm{r} = 700\,\mathrm{nm}$ (rouge), pour laquelle $n = n_\mathrm{r} = 1{,}510$ et $\lambda_\mathrm{b} = 434\,\mathrm{nm}$ (bleu), pour laquelle $n = n_\mathrm{b} = 1{,}528$. Conclure.

Exercice 9 De l'air comme lentille ?

Dans de l'eau se trouve une bulle d'air traversée par un faisceau lumineux, comme dans la figure 5.



(a) **(b)** **(c)**

Figure 5

Trouver la bonne image, c'est-à-dire dire si le faisceau de la bulle converge (figure 5a), diverge (figure 5b), ou reste parallèle (figure 5c) *en justifiant*.

☞ Exercice 10 L'arc-en-ciel

On explique la formation de l'arc-en-ciel par la réflexion, à l'intérieur d'une goutte d'eau, d'un rayon lumineux provenant du soleil. Un rayon de lumière monochromatique, composant d'un faisceau de lumière blanche, pénètre dans une goutte d'eau sphérique et subit à l'intérieur de la goutte une réflexion. On cherche déterminer le minimum de déviation D, défini figure 6, pour une goutte d'indice n.

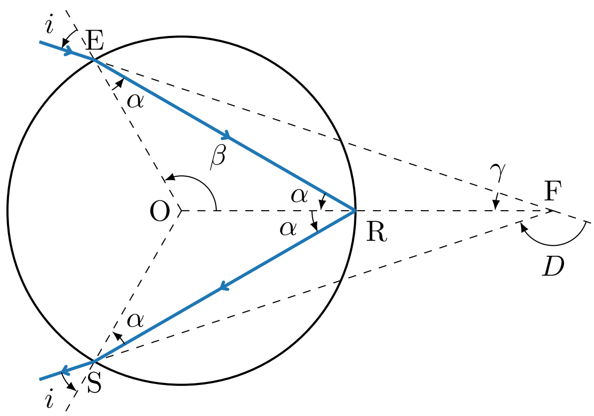


Figure 6 – *Trajectoire d'un rayon lumineux dans une goutte d'eau.*

1. En considérant le triangle OEF, déterminez la relation entre les angles i, γ et β, puis la relation entre les angles i, β et D.

2. En considérant le triangle OER, déterminez la relation entre les angles α et β.

3. Donnez l'expression de D en fonction de i et α.

4. En appliquant la troisième loi de Descartes, exprimez l'angle α en fonction de l'angle i, puis donnez l'expression de la dérivée par rapport à i de cette fonction $\alpha(i)$.
Indication : $\mathrm{d}f(x) = f'(x)\,\mathrm{d}x$.

5. Donnez une condition nécessaire sur i pour que D soit minimale. Déduisez-en une relation entre $\cos^2(i)$ et $\cos^2(\alpha)$.

6. Comment peut-on éliminer α dans la relation de la question 5 ? Trouvez ainsi, en fonction de n, la valeur de $\sin(i)$ pour laquelle la déviation du rayon incident est minimale.

7. On définit l'angle $\epsilon = \pi - D$. Que représente ϵ sur le schéma ?

8. Pour $\epsilon_{\max}$ associé à la déviation minimale $D_{\min}$, on donne $\mathrm{d}\epsilon_{\max} = K\tan(\alpha)\frac{\mathrm{d}\lambda}{n\lambda^3}$, où K est une constante positive. Expliquez l'ordre des couleurs de l'arc-en-ciel, sachant que l'intensité émergeante est maximale lorsque la déviation est minimale.