

Chapitres 0 : Packs de démarrage

Feuille d'exercices

Exercice 1 : revision fonctions usuelles

Déterminez les ensembles de définition des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto \sqrt{x+3}$
2. $f : x \mapsto \sqrt{|x|}$
3. $f : x \mapsto e^{\sqrt{1-x}}$
4. $f : x \mapsto \frac{1}{e^x}$
5. $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$
6. $f : x \mapsto \ln(x^2)$
7. $f : x \mapsto \frac{1}{\ln x}$
8. $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + x - 2}$
9. $f : x \mapsto \ln(|x+1|)$
10. $f : x \mapsto \ln(|x|+1)$
11. $f : x \mapsto \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{5-x}-1}$
12. $f : x \mapsto \sqrt{\cos(x)}$
13. $f : x \mapsto \ln(|\sin(x)|)$

Exercice 2 : fonctions usuelles et simplification

Simplifier (si une simplification est possible...) les écritures suivantes (où x est un réel tel que l'expression a un sens) :

1. $|x^2 + x + 1|$
2. $\sqrt{x^2}$
3. $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$
4. $\ln(e^4)$
5. $\ln(\sqrt{e})$
6. $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$
7. $e^{\ln(2)-2\ln 3}$
8. $\frac{\sqrt{4}\sqrt{2}(\sqrt{\sqrt{8}})^2}{\sqrt{\sqrt{64}}}$
9. $\ln(25) - \ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln 1$
10. $\frac{\ln(25)}{\ln(5)}$
11. $e^x e^{-x}$
12. ee^{-x}
13. $\frac{e^{2x}}{e^{2-x}}$
14. $e^x(e^x + e^{-x})$
15. $e^{-3x+1}(e^x)^3$
16. $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$
17. $(e^x - e^{-x})(e^{2x} + e^x + 1)$
18. $e^x e^{\frac{1}{2}\ln(4x)-x}$

Exercice 3 :

Soit $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$.

Déterminer l'ensemble de définition de A , puis calculer A^2 .

En déduire une expression simplifiée de A .

Exercice 4 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Réduire les expressions suivantes (on suppose que les dénominateurs ne s'annulent pas) :

$$A = \frac{1}{x-7} + \frac{3}{2x-1}$$

$$B = \frac{3}{(x-1)(x+2)} + 5.$$

$$C = \frac{3(x+2)}{x^2} \times \frac{x(x+1)}{2(x+3)} \div \frac{2x+2}{x}$$

Exercice 5 :

Soient $x, y \in \mathbb{R}^*$. Réduire les expressions suivantes :

$$1. A = x^{-1} \times \frac{x^7}{x^4},$$

$$2. B = \frac{x^2}{(x^{-2})^3},$$

$$3. C = \frac{x^{-2}y^3}{(xy^{-1})^3}.$$

Exercice 6 :

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 9^{n+2} - 9^{n+1} + 2 \times 3^{2n}$$

$$C = 3^{2n}(-1)^n - (-9)^n$$

$$B = \frac{2}{4^n} - 7 \times 2^{-2n-1} + 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$$

Exercice 7 :

Resoudre dans \mathbb{R} les équations ou inéquations suivantes :

$$1. x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$2. x^2 + x + 1 = 0$$

$$3. x^4 + 3x^2 + 2 = 0$$

$$4. 3e^{3x} + e^{2x} - 2e^x = 0.$$

$$5. (2x-1)^2 = (6x+5)^2$$

$$6. \frac{2x+3}{4x-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$7. \frac{x^3 - 5x + 4}{x^2 - 4} = 0$$

Exercice 8 :

Résoudre les systèmes linéaires suivants en utilisant la méthode du pivot de Gauss :

$$1. \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 3x - 3y = 1 \\ 7x - y = 2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 3x \\ x - y = y \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x + 4y - 4z = -8 \\ 3x + 9y - 6z = 9 \\ 4x + 17y - 11z = 41 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - y = 0 \\ -3x + 4y + 2z = 5 \\ -2x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + y + z = 3 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - y - z = 2 \\ 4x - y - z = 3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ y + 2z = 1 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} -x + 6y - z = 7 \\ 2x - 5y + 3z = 2 \end{cases}$$