

Chapitre(s) 0 : Packs de démarrage

Feuille d'exercices - correction partielle

Exercice 4 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Réduire les expressions suivantes (on suppose que les dénominateurs ne s'annulent pas) :

$$A = \frac{1}{x-7} + \frac{3}{2x-1}$$

$$B = \frac{3}{(x-1)(x+2)} + 5$$

$$C = \frac{3(x+2)}{x^2} \times \frac{x(x+1)}{2(x+3)} \div \frac{2x+2}{x}$$

$$A = \frac{5x-22}{(x-7)(2x-1)}$$

$$B = \frac{5x^2+5x-7}{(x-1)(x+2)}$$

$$C = \frac{3(x+2)}{4(x+3)}$$

petite subtilité dans C : on exploite le fait que $2x+2 = 2(x+1)$ ce qui donne une simplification rapide...

Exercice 5 :

Soient $x, y \in \mathbb{R}^*$. Réduire les expressions suivantes :

$$1. A = x^{-1} \times \frac{x^7}{x^4}$$

$$2. B = \frac{x^2}{(x-2)^3}$$

$$3. C = \frac{x^{-2}y^3}{(xy-1)^3}$$

$$1. A = x^2$$

$$2. B = \frac{1}{x^4} = x^{-4}$$

$$3. C = \frac{y^6}{x^5}$$

Exercice 6 :

Réduire les expressions suivantes :

$$1. A = 9^{n+2} - 9^{n+1} + 2 \times 3^{2n}$$

$$2. B = \frac{2}{4^n} - 7 \times 2^{-2n-1} + 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$$

$$3. C = 3^{2n}(-1)^n - (-9)^n$$

L'astuce est d'utiliser le fait que $a^{n+p} = a^n a^p$ et $a^{np} = (a^n)^p$, afin de factoriser le plus possible les expressions.

1.

$$\begin{aligned} A &= 9^n 9^2 - 9^n \times 9 + 2 \times 9^n \\ &= 9^n(81 - 9 + 2) \\ A &= 74 \times 9^n \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{4^n} - 7 \frac{1}{2^{2n+1}} + 5 \frac{1}{2^{2n}} \\ &= 2 \frac{1}{4^n} - 7 \frac{1}{4^n} \frac{1}{2} + 5 \frac{1}{4^n} \\ &= \frac{1}{4^n} \left(2 - \frac{7}{2} + 5\right) \\ B &= \frac{7}{2} \times \frac{1}{4^n} = \frac{7}{2 \times 4^n} \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} C &= (3^2)^n (-1)^n - (-1 \times 9)^n \\ &= 9^n (-1)^n - (-1)^n 9^n \\ C &= 0 \end{aligned}$$