

# Quelques idées sur les incertitudes

MP\* 2025-2026 LVH

# Plan : I - Introduction

- Vocabulaire

## Definition

- La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**

## Definition

- La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**
- On appelle **mesurage** l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.

## Definition

- La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**
- On appelle **mesurage** l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
- Une constatation expérimentale : deux mesures successives, même dans des circonstances identiques, ne donnent (quasiment) jamais le même résultat !

## Definition

- La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**
- On appelle **mesurage** l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
- Une constatation expérimentale : deux mesures successives, même dans des circonstances identiques, ne donnent (quasiment) jamais le même résultat !
- Il y a une certaine **variabilité** inhérente au processus de mesurage.

## Definition

- La grandeur que l'on veut mesurer est appelée le **mesurande**
- On appelle **mesurage** l'ensemble des opérations permettant de déterminer expérimentalement une ou plusieurs valeurs que l'on peut raisonnablement attribuer à une grandeur.
- Une constatation expérimentale : deux mesures successives, même dans des circonstances identiques, ne donnent (quasiment) jamais le même résultat !
- Il y a une certaine **variabilité** inhérente au processus de mesurage.
- On prend en compte cette variabilité dans une modélisation du processus de mesurage en utilisant les outils probabilistes et statistiques.

Dans cette approche on **abandonne** la notion de **valeur vraie**  $M_{vrai}$  d'une grandeur, ainsi que celle **d'erreur** qui serait la différence entre la valeur mesurée  $m$  et la valeur vraie.

Dans cette approche on **abandonne** la notion de **valeur vraie**  $M_{vrai}$  d'une grandeur, ainsi que celle **d'erreur** qui serait la différence entre la valeur mesurée  $m$  et la valeur vraie.

### Definition

Le résultat d'une mesure c'est l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée, complété par toute autre informations pertinente souhaitée.

Dans cette approche on **abandonne** la notion de **valeur vraie**  $M_{vrai}$  d'une grandeur, ainsi que celle **d'erreur** qui serait la différence entre la valeur mesurée  $m$  et la valeur vraie.

### Definition

Le résultat d'une mesure c'est l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée, complété par toute autre informations pertinente souhaitée.

Explicitons un peu cela plus formellement.

- Le résultat d'une mesure, un ensemble infini de valeurs, est décrit par un objet mathématique appelé variable aléatoire continue.

- Le résultat d'une mesure, un ensemble infini de valeurs, est décrit par un objet mathématique appelé variable aléatoire continue.
- Cette variable aléatoire  $X$  est caractérisée par une densité de probabilité  $f$ .

- Le résultat d'une mesure, un ensemble infini de valeurs, est décrit par un objet mathématique appelé variable aléatoire continue.
- Cette variable aléatoire  $X$  est caractérisée par une densité de probabilité  $f$ .
- La proportion des valeurs appartenant à un intervalle donné (proportion identifiée à une probabilité) est reliée à l'intégrale de la fonction  $f$  :

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t) dt$$

- Une difficulté : la densité de probabilité qui modélise le résultat de la mesure n'est jamais connue avec certitude !

- Une difficulté : la densité de probabilité qui modélise le résultat de la mesure n'est jamais connue avec certitude !
- Lorsqu'on en a besoin, on choisit des fonctions raisonnables en absence d'information complémentaire. Deux familles de fonctions sont les plus communément usitées :

- Une difficulté : la densité de probabilité qui modélise le résultat de la mesure n'est jamais connue avec certitude !
- Lorsqu'on en a besoin, on choisit des fonctions raisonnables en absence d'information complémentaire. Deux familles de fonctions sont les plus communément usitées :
  - une fonction constante sur un intervalle  $[c - d, c + d]$  , qui traduit l'hypothèse que les valeurs (raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée) sont uniformément réparties dans cet intervalle.

- Une difficulté : la densité de probabilité qui modélise le résultat de la mesure n'est jamais connue avec certitude !
- Lorsqu'on en a besoin, on choisit des fonctions raisonnables en absence d'information complémentaire. Deux familles de fonctions sont les plus communément usitées :
  - une fonction constante sur un intervalle  $[c - d, c + d]$ , qui traduit l'hypothèse que les valeurs (raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée) sont uniformément réparties dans cet intervalle.
  - une fonction dite gaussienne, définie sur  $\mathbb{R}$ , qui traduit que les valeurs sont considérées comme réparties de manière symétrique autour de la valeur  $\mu$  connue, et typiquement réparties à une distance  $\sigma$  de  $\mu$  :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- La valeur mesurée est par définition une valeur représentative de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.

- La valeur mesurée est par définition une valeur représentative de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
- En pratique, on n'a accès qu'à une unique valeur de l'ensemble : c'est donc elle qu'on choisit.

- La valeur mesurée est par définition une valeur représentative de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
- En pratique, on n'a accès qu'à une unique valeur de l'ensemble : c'est donc elle qu'on choisit.
- La valeur mesurée caractérise l'ensemble des valeurs du résultat de mesure, elle en est représentative même si l'information associée à cette seule valeur mesurée demeure limitée.

- La valeur mesurée est par définition une valeur représentative de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
- En pratique, on n'a accès qu'à une unique valeur de l'ensemble : c'est donc elle qu'on choisit.
- La valeur mesurée caractérise l'ensemble des valeurs du résultat de mesure, elle en est représentative même si l'information associée à cette seule valeur mesurée demeure limitée.
- On la notera par la suite  $X_{mes}$ .
- Il faut maintenant prendre en compte la variabilité de la mesure !

- L'**incertitude-type** est par définition l'**écart-type** de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.

- L'**incertitude-type** est par définition l'**écart-type** de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
- Avant même de définir l'écart-type d'une infinité de valeurs, on peut interpréter cette définition comme une évaluation de la dispersion du résultat de mesure.

- L'**incertitude-type** est par définition l'**écart-type** de l'ensemble des valeurs raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée.
- Avant même de définir l'écart-type d'une infinité de valeurs, on peut interpréter cette définition comme une évaluation de la dispersion du résultat de mesure.
- Schématiquement, on peut le comprendre comme une estimation de l'écart typique entre une valeur choisie au hasard et l'espérance de l'ensemble des valeurs.

Soit

$$\sigma = \sqrt{\int (x - \bar{X})^2 f(x) dx}, \text{ avec}$$

$$\bar{X} = \int x f(x) dx,$$

qui est l'espérance de  $X$ .

- On retrouve la difficulté précédente ! la connaissance de la densité de probabilité reste parcellaire. Une bonne partie du travail lié à la mesure consiste à **évaluer quand même l'incertitude-type**, en absence d'une information complète.

- On retrouve la difficulté précédente ! la connaissance de la densité de probabilité reste parcellaire. Une bonne partie du travail lié à la mesure consiste à **évaluer quand même l'incertitude-type**, en absence d'une information complète.
- On la note de manière standard  $u(X)$  ( $u$  comme **u**ncertainty)..

# Plan : II - But de cette présentation

- Résultats
- Les deux grandes familles

## Objectifs

- Savoir que le résultat d'un mesurage est **un ensemble de valeurs** que l'on peut raisonnablement associer à la grandeur

## Objectifs

- Savoir que le résultat d'un mesurage est **un ensemble de valeurs** que l'on peut raisonnablement associer à la grandeur
- Savoir que le résultat doit être présenté sous la forme  **$X = X_{mes} \pm u(X)$ , unité** avec une utilisation raisonnée des chiffres significatifs.

## Objectifs

- Savoir que le résultat d'un mesurage est **un ensemble de valeurs** que l'on peut raisonnablement associer à la grandeur
- Savoir que le résultat doit être présenté sous la forme  **$X = X_{mes} \pm u(X)$ , unité** avec une utilisation raisonnée des chiffres significatifs.
- On donnera quelques indications sur le calcul de  $u(X)$ .

## Objectifs

- Savoir que le résultat d'un mesurage est **un ensemble de valeurs** que l'on peut raisonnablement associer à la grandeur
- Savoir que le résultat doit être présenté sous la forme  **$X = X_{mes} \pm u(X)$ , unité** avec une utilisation raisonnée des chiffres significatifs.
- On donnera quelques indications sur le calcul de  $u(X)$ .
- Dans les épreuves de TP de concours, vous devriez disposer de tableurs, de logiciels ou de python calculant  $u(X)$  à partir de vos données pour vous, ou vous permettant de le calculer ou de le simuler par la méthode de Monte-Carlo.

## Objectifs

- Savoir que le résultat d'un mesurage est **un ensemble de valeurs** que l'on peut raisonnablement associer à la grandeur
- Savoir que le résultat doit être présenté sous la forme  **$X = X_{mes} \pm u(X)$ , unité** avec une utilisation raisonnée des chiffres significatifs.
- On donnera quelques indications sur le calcul de  $u(X)$ .
- Dans les épreuves de TP de concours, vous devriez disposer de tableurs, de logiciels ou de python calculant  $u(X)$  à partir de vos données pour vous, ou vous permettant de le calculer ou de le simuler par la méthode de Monte-Carlo.
- Savoir comparer le résultat d'une mesure à une valeur tabulée ou deux grandeurs mesurées entres-elles.

## Plan : II - But de cette présentation

- Résultats
- Les deux grandes familles

- Si on peut faire un traitement statistique portant sur un nombre  $N$  de mesurages indépendants, on a à faire à une **incertitude de type A**.

- Si on peut faire un traitement statistique portant sur un nombre  $N$  de mesurages indépendants, on a à faire à une **incertitude de type  $A$** .
- Dans les autres cas, et en particulier dans le cas d'une mesure unique, on a à faire à une **incertitude de type  $B$** .

- Si on peut faire un traitement statistique portant sur un nombre  $N$  de mesurages indépendants, on a à faire à une **incertitude de type  $A$** .
- Dans les autres cas, et en particulier dans le cas d'une mesure unique, on a à faire à une **incertitude de type  $B$** . C'est le cas le plus fréquent dans nos TP, on le présentera donc en premier.

# Plan : III - Incertitude de type $B$

- Situation
- Manipulation sur incertitude de type  $B$

Il s'agit du cas d'une mesure unique utilisant un appareil de mesure sur lequel il faut avoir quelques informations. En général la documentation donne une précision sous la forme :

$\pm(n \text{ U.R. (Unité de représentation)} + (p\% \text{ de la valeur lue}))$

Il s'agit du cas d'une mesure unique utilisant un appareil de mesure sur lequel il faut avoir quelques informations. En général la documentation donne une précision sous la forme :

$\pm(n \text{ U.R. (Unité de représentation)} + (p\% \text{ de la valeur lue}))$

### Exemple

Valeur lue 10,041 sur calibre 20 V. Précision :  $\pm(2 \text{ U.R.} + 0,1\%)$ ,  
soit  $\pm(2 \text{ mV} + 10,041 \text{ mV}) = \pm 12,41 \text{ mV}$

Pour un appareil **analogique** (i.e. à aiguille) une **classe C** est indiquée. La précision est alors :

$C\% \text{ du calibre utilisé}$

## Démarche

- On estime l'incertitude-type en divisant la précision obtenue par  $\sqrt{3}$ , soit  $12,41/\sqrt{3} = 6,9518 \text{ mV}$ .

## Démarche

- On estime l'incertitude-type en divisant la précision obtenue par  $\sqrt{3}$ , soit  $12,41/\sqrt{3} = 6,9518 \text{ mV}$ .

La recommandation actuelle est de garder 2 C.S. si possible sur une incertitude à notre niveau (6,9 mV pas d'arrondi), sinon on n'en garde qu'un seul (6 mV pas d'arrondi).

## Présentation du résultat

- Avec 2 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,0069$ ,  $V$  est une écriture **incohérente** car le 9 porte sur un chiffre de la mesure qu'on ne connaît même pas !

## Présentation du résultat

- Avec 2 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,0069$ ,  $V$  est une écriture **incohérente** car le 9 porte sur un chiffre de la mesure qu'on ne connaît même pas !
- On ne garde donc ici que 1 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,006$ ,  $V$

## Présentation du résultat

- Avec 2 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,0069$ ,  $V$  est une écriture **incohérente** car le 9 porte sur un chiffre de la mesure qu'on ne connaît même pas !
- On ne garde donc ici que 1 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,006$ ,  $V$
- Si l'affichage donnait plus de chiffres, par exemple  $U = 10,0415$ , on pourrait garder deux C.S. sur l'incertitude, soit  $U = 10,0415 \pm 0,0069$ ,  $V$ .

## Présentation du résultat

- Avec 2 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,0069$ ,  $V$  est une écriture **incohérente** car le 9 porte sur un chiffre de la mesure qu'on ne connaît même pas !
- On ne garde donc ici que 1 C.S.  $U = 10,041 \pm 0,006$ ,  $V$
- Si l'affichage donnait plus de chiffres, par exemple  $U = 10,0415$ , on pourrait garder deux C.S. sur l'incertitude, soit  $U = 10,0415 \pm 0,0069$ ,  $V$ .
- Si l'affichage donnait encore plus de chiffres, par exemple  $U = 10,04157$ , on pourrait également garder deux C.S. sur l'incertitude, mais il faudrait laisser tomber des chiffres de la valeur mesurée soit  $U = 10,0415 \pm 0,0069$ ,  $V$ .

# Plan : III - Incertitude de type $B$

- Situation
- Manipulation sur incertitude de type  $B$

## Protocole

- Placer le résistor numéroté sur une plaquette multi-connexions. Mesurer sa résistance  $R_{mes}$  avec un multimètre de poche et avec un multimètre de table.

## Protocole

- Placer le résistor numéroté sur une plaquette multi-connexions. Mesurer sa résistance  $R_{mes}$  avec un multimètre de poche et avec un multimètre de table.
- Utiliser la notice du multimètre pour évaluer l'incertitude-type  $u(R)$ .

## Protocole

- Placer le résistor numéroté sur une plaquette multi-connexions. Mesurer sa résistance  $R_{mes}$  avec un multimètre de poche et avec un multimètre de table.
- Utiliser la notice du multimètre pour évaluer l'incertitude-type  $u(R)$ .
- puis l'incertitude-type relative associée à la mesure  $\frac{u(R)}{R_{mes}}$ .

## Protocole

- Placer le résistor numéroté sur une plaquette multi-connexions. Mesurer sa résistance  $R_{mes}$  avec un multimètre de poche et avec un multimètre de table.
- Utiliser la notice du multimètre pour évaluer l'incertitude-type  $u(R)$ .
- puis l'incertitude-type relative associée à la mesure  $\frac{u(R)}{R_{mes}}$ .
- Présenter le résultat correctement  $R = ... \pm ..., \Omega..$

# Plan : IV - Traitement statistique : incertitude de type *A*

- Situation
- Manipulation sur incertitude de type *A*

## Démarche

- Répétition de mesures **indépendantes** de la grandeur physique  $x$

## Démarche

- Répétition de mesures **indépendantes** de la grandeur physique  $x$

On effectue un nombre fini  $N$  de mesures, de valeurs respectives  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . On cherche à extraire les meilleures estimations de la valeur mesurée  $X_{mes}$  et l'écart-type  $\sigma$ .

## Démarche

- Répétition de mesures **indépendantes** de la grandeur physique  $x$

On effectue un nombre fini  $N$  de mesures, de valeurs respectives  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . On cherche à extraire les meilleures estimations de la valeur mesurée  $X_{mes}$  et l'écart-type  $\sigma$ . En effet,  $X_{mes}$  et  $\sigma$  ne peuvent être connues que si la loi de probabilité de la variable aléatoire associée à la mesure était elle-même connue

## Démarche

- Répétition de mesures **indépendantes** de la grandeur physique  $x$

On effectue un nombre fini  $N$  de mesures, de valeurs respectives  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . On cherche à extraire les meilleures estimations de la valeur mesurée  $X_{mes}$  et l'écart-type  $\sigma$ . En effet,  $X_{mes}$  et  $\sigma$  ne peuvent être connues que si la loi de probabilité de la variable aléatoire associée à la mesure était elle-même connue... ce qui ne peut être fait qu'à partir d'une infinité de mesures...

## Démarche : estimateurs

On prendra pour

- la valeur mesurée  $X_{mes}$  : la moyenne des mesures

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

## Démarche : estimateurs

On prendra pour

- la valeur mesurée  $X_{mes}$  : la moyenne des mesures

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

- l'écart-type : l'estimateur

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left( \sum_i^N (x_i - \bar{X})^2 \right)}$$

## Demarche, suite

- L'incertitude-type sur la variable  $X_{mes} = \bar{X}$  est alors

$$u(\bar{X}) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

## Demarche, suite

- L'incertitude-type sur la variable  $X_{mes} = \bar{X}$  est alors

$$u(\bar{X}) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

## Conclusion

Si on réalise  $N$  mesures indépendantes de  $x$ , avec les résultats respectifs  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , on écrira le résultat final sous la forme :

$$\bar{X} \pm \frac{\sigma_X}{\sqrt{N}}$$

## Conclusion

Si on réalise  $N$  mesures indépendantes de  $x$ , avec les résultats respectifs  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , on écrira le résultat final sous la forme :

$$\bar{X} \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

où

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left( \sum_i^N (x_i - \bar{X})^2 \right)}$$

# Plan : IV - Traitement statistique : incertitude de type *A*

- Situation
- Manipulation sur incertitude de type *A*

## Protocole

- Le groupe  $i$  passe son résistor au groupe  $i + 1$  et reçoit celui du groupe  $i - 1$  (modulo le nombre de groupes).

## Protocole

- Le groupe  $i$  passe son résistor au groupe  $i + 1$  et reçoit celui du groupe  $i - 1$  (modulo le nombre de groupes).
- Le groupe  $i$  mesure la résistance au multimètre et reporte ce résultat dans un fichier texte nommé "Groupe <numero>.txt" (par exemple Groupe7.txt) à enregistrer sur une clé USB, dans lequel les résultats des mesures des résistances des résistors 1 à 12 sont écrites **SANS** incertitude sous la forme

<n° du resistor>=mesure

à raison d'une mesure par ligne. Par exemple :

1=105,4

2=68,4

3=87,3

etc...

## Protocole

- On recommence l'opération jusqu'à ce que tous les groupes aient mesuré les 12 résistances.

## Protocole

- On recommence l'opération jusqu'à ce que tous les groupes aient mesuré les 12 résistances.
- Quand un groupe a fini ses mesures il vient me voir avec sa clé USB ou l'envoie par mail à [marc.tuloup\\_at\\_lyceehugobesancon.org](mailto:marc.tuloup_at_lyceehugobesancon.org)
- Analyse des résultats

## Plan : V - Exploitation des mesures

- Comparaison d'une mesure à une valeur tabulée
- Comparaison de deux mesures entre-elles

- Situation : on veut comparer le résultat d'un mesurage  $(X_{mes}, u(X))$  à une valeur tabulée de référence  $X_{ref}$ .

- Situation : on veut comparer le résultat d'un mesurage ( $X_{mes}, u(X)$ ) à une valeur tabulée de référence  $X_{ref}$ .
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{u(X)}$ .

- Situation : on veut comparer le résultat d'un mesurage ( $X_{mes}, u(X)$ ) à une valeur tabulée de référence  $X_{ref}$ .
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{u(X)}$ .
- En physique classique ou pas trop spécialisée, si  $z_{score} < 2$  on dit que les deux valeurs sont compatibles. Si  $z_{score} > 2$ , on dit que les deux valeurs ne sont pas compatibles.

- Situation : on veut comparer le résultat d'un mesurage ( $X_{mes}, u(X)$ ) à une valeur tabulée de référence  $X_{ref}$ .
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{u(X)}$ .
- En physique classique ou pas trop spécialisée, si  $z_{score} < 2$  on dit que les deux valeurs sont compatibles. Si  $z_{score} > 2$ , on dit que les deux valeurs ne sont pas compatibles.
- Dans certains domaines pointus de la physique on utilise d'autres valeurs que 2 écarts-types.

- Situation : on veut comparer le résultat d'un mesurage ( $X_{mes}, u(X)$ ) à une valeur tabulée de référence  $X_{ref}$ .
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{mes} - X_{ref}|}{u(X)}$ .
- En physique classique ou pas trop spécialisée, si  $z_{score} < 2$  on dit que les deux valeurs sont compatibles. Si  $z_{score} > 2$ , on dit que les deux valeurs ne sont pas compatibles.
- Dans certains domaines pointus de la physique on utilise d'autres valeurs que 2 écarts-types.
- Manipulations : vos mesures de résistance avec les deux multimètres sont-elles compatibles avec la valeur de référence du fabricant ?

## Plan : V - Exploitation des mesures

- Comparaison d'une mesure à une valeur tabulée
- Comparaison de deux mesures entre-elles

- Situation : on veut comparer le résultat de deux mesurages  $(X_{1,mes}, u_1(X))$  et  $(X_{2,mes}, u_2(X))$

- Situation : on veut comparer le résultat de deux mesurages  $(X_{1,mes}, u_1(X))$  et  $(X_{2,mes}, u_2(X))$

- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{1,mes} - X_{2,mes}|}{\sqrt{u_1(X)^2 + u_2(X)^2}}$ .

- Situation : on veut comparer le résultat de deux mesurages  $(X_{1,mes}, u_1(X))$  et  $(X_{2,mes}, u_2(X))$
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{1,mes} - X_{2,mes}|}{\sqrt{u_1(X)^2 + u_2(X)^2}}$ .
- Si  $z_{score} < 2$  on dit que les deux valeurs sont compatibles. Si  $z_{score} > 2$ , on dit que les deux mesures ne sont pas compatibles.

- Situation : on veut comparer le résultat de deux mesurages  $(X_{1,mes}, u_1(X))$  et  $(X_{2,mes}, u_2(X))$
- On calcule l'écart normalisé, ou  $z_{score} = \frac{|X_{1,mes} - X_{2,mes}|}{\sqrt{u_1(X)^2 + u_2(X)^2}}$ .
- Si  $z_{score} < 2$  on dit que les deux valeurs sont compatibles. Si  $z_{score} > 2$ , on dit que les deux mesures ne sont pas compatibles.
- Manipulations : vos deux mesures de résistance avec les deux multimètres sont-elles compatibles entre-elles ?

# Plan : VI - Mesures indirecte : composition des incertitudes

- Position du problème
- Exemples
- Exemples
- Aide de l'informatique

## Position du problème

La grandeur  $g$  étudiée ne peut-être mesurée directement.

## Position du problème

La grandeur  $g$  étudiée ne peut-être mesurée directement. Mais on dispose d'une relation mathématique (dans le cadre d'un modèle physique) de la forme

$$g = f(x, y, \dots)$$

## Position du problème

La grandeur  $g$  étudiée ne peut-être mesurée directement. Mais on dispose d'une relation mathématique (dans le cadre d'un modèle physique) de la forme

$$g = f(x, y, \dots)$$

qui permet d'exprimer la valeur de  $g$ , en fonction des grandeurs  $x$ ,  $y$ , ... supposées **indépendantes**.

## Position du problème

La grandeur  $g$  étudiée ne peut-être mesurée directement. Mais on dispose d'une relation mathématique (dans le cadre d'un modèle physique) de la forme

$$g = f(x, y, \dots)$$

qui permet d'exprimer la valeur de  $g$ , en fonction des grandeurs  $x$ ,  $y$ , ... supposées **indépendantes**.

On connaît la valeur expérimentale de chaque paramètre ( $X_{mes}$ ,  $Y_{mes}$ , ...) ainsi que leurs incertitudes-types  $u(X)$ ,  $u(Y)$ , ...

## Propagation des incertitudes

On a alors la formule dite de "propagation des incertitudes". On parle d'**incertitude-type composée**.

## Propagation des incertitudes

On a alors la formule dite de "propagation des incertitudes". On parle **d'incertitude-type composée**.

$$u(G) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u(X)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u(Y)^2 + \dots}$$

# Plan : VI - Mesures indirecte : composition des incertitudes

- Position du problème
- **Exemples**
- Exemples
- Aide de l'informatique

## Example

- Addition :  $g = 2 * x + y + Cte$

$$u(G) = \dots$$

## Example

- Addition :  $g = 2 * x + y + Cte$

$$u(G) = \dots$$

- Multiplication  $g = \frac{1}{2}xy^2$

$$\frac{U(G)}{g} = \dots$$

# Plan : VI - Mesures indirecte : composition des incertitudes

- Position du problème
- Exemples
- **Exemples**
- Aide de l'informatique

- On remarque une forme particulière pour  $\frac{u(G)}{g} =$  qui n'est pas dûe au hasard.

- On remarque une forme particulière pour  $\frac{u(G)}{g}$  qui n'est pas dûe au hasard.
- Pour  $g = x^\alpha \times y^\beta \times z^\gamma$ , il vient

$$\frac{u(G)}{G} = \sqrt{\left(\alpha \frac{u(X)}{X}\right)^2 + \left(\beta \frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\gamma \frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$$

# Plan : VI - Mesures indirecte : composition des incertitudes

- Position du problème
- Exemples
- Exemples
- Aide de l'informatique

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..
- Pour chaque expérience simulée on calcule alors la grandeur calculée.

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..
- Pour chaque expérience simulée on calcule alors la grandeur calculée.
- On calcule alors la moyenne et l'écart-type de la grandeur calculée. On a donc la valeur mesurée et l'incertitude type correspondante !

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..
- Pour chaque expérience simulée on calcule alors la grandeur calculée.
- On calcule alors la moyenne et l'écart-type de la grandeur calculée. On a donc la valeur mesurée et l'incertitude type correspondante !
- On utilise soit un tableur, soit un langage de programmation.

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..
- Pour chaque expérience simulée on calcule alors la grandeur calculée.
- On calcule alors la moyenne et l'écart-type de la grandeur calculée. On a donc la valeur mesurée et l'incertitude type correspondante !
- On utilise soit un tableur, soit un langage de programmation.
- On essaie...

- Pour éviter des calculs littéraux et numériques pénibles, il est préconisé de faire appel à l'informatique
- On va utiliser des simulations dites Monte-Carlo où l'on simule des mesures des grandeurs connues en exploitant leurs valeurs mesurées et leurs écart-types (en faisant des hypothèses raisonnables sur la loi de probabilité de chaque grandeur connue)..
- Pour chaque expérience simulée on calcule alors la grandeur calculée.
- On calcule alors la moyenne et l'écart-type de la grandeur calculée. On a donc la valeur mesurée et l'incertitude type correspondante !
- On utilise soit un tableur, soit un langage de programmation.
- On essaie...