

Réfractomètre de Pulfrich ÉNONCÉ+CORRIGÉ

Le dispositif de la figure 1a est placé dans l'air, d'indice $n_0 = 1$. Sur la face supérieure horizontale d'un parallélépipède rectangle en verre, d'indice n_v , une goutte de liquide à analyser (indice n_ℓ à déterminer) est déposée. Une des faces latérales verticales du verre est éclairée par un faisceau parallèle de lumière monochromatique de longueur d'onde λ . Soit i l'angle d'incidence de ce faisceau sur le dioptre D_1 , par rapport à la normale à la surface.

Montrer que seuls les rayons d'incidence supérieure à un angle i_{\min} peuvent être transmis à travers le liquide à analyser. Exprimer i_{\min} en fonction de n_ℓ et n_v . En déduire le fonctionnement du réfractomètre. Calculer n_ℓ pour le cyclohexane.

Données : Pour le cyclohexane, $i_{\min} = 47,81^\circ$; $n_v = 1,607$.

Le schéma est corrigé en figure 1b.

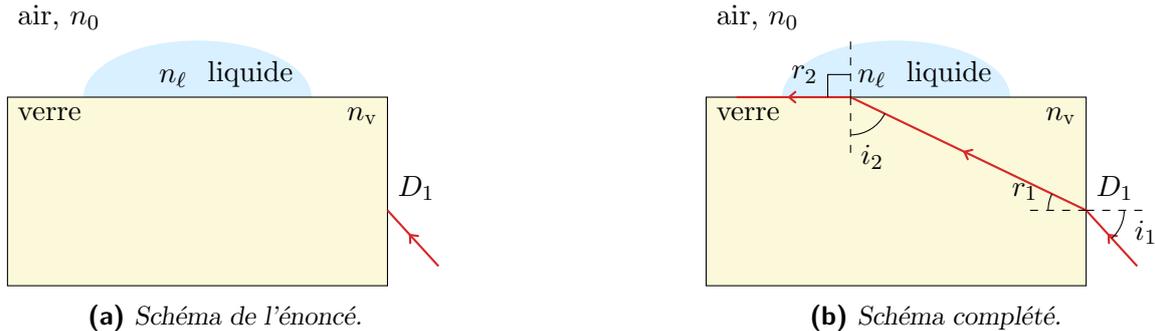


Figure 1

D'après la troisième loi de Snell-Descartes, lors des deux réfractions,

$$n_0 \sin(i_1) = n_v \sin(r_1) \quad \text{et} \quad n_v \sin(i_2) = n_\ell \sin(r_2).$$

De plus, $i_2 = \frac{\pi}{2} - r_1$. Ainsi,

$$\sin(r_2) = \frac{n_v}{n_\ell} \sin(i_2) = \frac{n_v}{n_\ell} \sin\left(\frac{\pi}{2} - r_1\right) = \frac{n_v}{n_\ell} \cos(r_1) \quad \text{or} \quad \sin(r_1) = \frac{n_0}{n_v} \sin(i_1)$$

soit, en élevant au carré pour utiliser la propriété $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$,

$$\sin^2(r_2) = \left(\frac{n_v}{n_\ell}\right)^2 \cos^2(r_1) = \left(\frac{n_v}{n_\ell}\right)^2 (1 - \sin^2(r_1)) = \left(\frac{n_v}{n_\ell}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{n_0}{n_v}\right)^2 \sin^2(i_1)\right) = \left(\frac{n_v}{n_\ell}\right)^2 - \left(\frac{n_0}{n_\ell}\right)^2 \sin^2(i_1).$$

Comme il faut que $\sin \theta \leq 1$, il faut que

$$\left(\frac{n_v}{n_\ell}\right)^2 - \left(\frac{n_0}{n_\ell}\right)^2 \sin^2(i_1) \leq 1 \Leftrightarrow \sin^2(i_1) \geq \left(\frac{n_v}{n_0}\right)^2 - \left(\frac{n_\ell}{n_0}\right)^2 = n_v^2 - n_\ell^2 \quad \text{car} \quad n_0 = 1.$$

$$\text{Ainsi, } i_1 \geq \boxed{i_{\min} = \arcsin\left(\sqrt{n_v^2 - n_\ell^2}\right)} \quad \text{ou encore} \quad i_{\min} = \arcsin\left(n_v \cos\left(\arcsin\left(\frac{n_\ell}{n_v}\right)\right)\right).$$

Le principe de ce réfractomètre est donc de diminuer progressivement i_1 . Lorsque la lumière ne peut plus passer dans le liquide (réflexion totale dans le verre), la formule obtenue permet d'en déduire l'indice optique.

Dans le cas limite, figure 1b, $r_2 = 90^\circ$ et $i_1 = i_{\min}$. Ainsi, en inversant la formule précédente,

$$\boxed{n_\ell = \sqrt{n_v^2 - \sin^2(i_{\min})}} \quad \text{ou encore} \quad n_\ell = n_v \sin\left(\arccos\left(\frac{1}{n_v} \sin(i_{\min})\right)\right), \quad \boxed{\text{A.N. : } n_\ell = 1,426}.$$