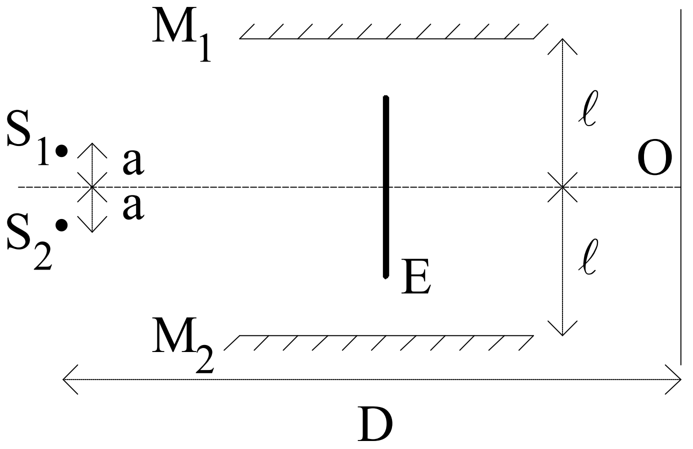
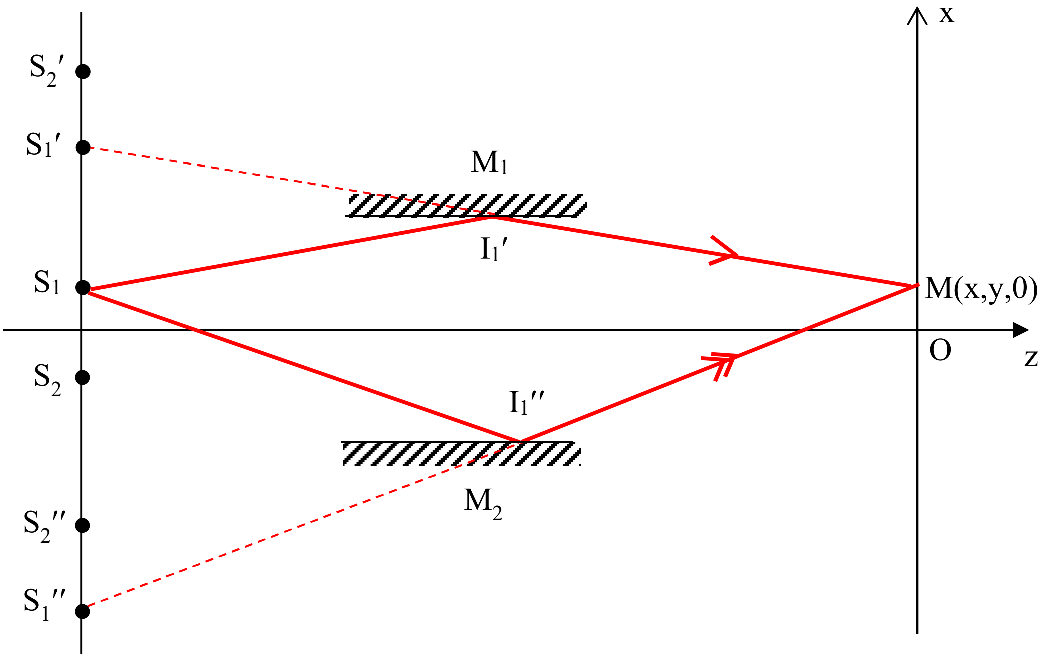
1.3.2 Trous Young source étendue-Exercice 1

S_1 et S_2 sont deux sources ponctuelles incohérentes, monochromatiques de longueur d'onde λ et de même intensité. M_1 et M_2 sont deux miroirs plans.
La plaque opaque E élimine la lumière allant directement des sources vers l'écran.

Calculer l'éclairement sur l'écran. Calculer le contraste et commenter.



S_1 et S_2 sont deux sources <u>incohérentes</u>. <u>Chacune donne sa propre figure d'interférences</u> puis on additionne leurs éclairements pour avoir l'éclairement total.



S_1' est l'image de S_1 par la miroir plan M_1 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_1
S_1'' est l'image de S_1 par la miroir plan M_2 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_2
S_2' est l'image de S_2 par la miroir plan M_1 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_1
S_2'' est l'image de S_2 par la miroir plan M_2 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_2

1.3.2 Trous Young source étendue-Exercice 1

Etude de l'éclairement en M du à S_1 :

- onde 1 issue de S_1 et qui se réfléchit sur M_1 : $\underline{E}_1{}'(M,t) = E_0 e^{j(\omega t - \varphi_1{}'(M))}$
- onde 2 issue de S_1 et qui se réfléchit sur M_2 : $\underline{E}_1{}''(M,t) = E_0 e^{j(\omega t - \varphi_1{}''(M))}$
- onde totale issue de S_1 : $\underline{E}_1(M,t) = \underline{E}_1{}'(M,t) + \underline{E}_1{}''(M,t) = E_0 e^{j(\omega t - \varphi_1{}'(M))}[1 + e^{-j(\varphi_1{}''(M) - \varphi_1{}'(M))}]$
- éclairement en M : $I_1(M) = K\underline{E}_1(M,t).\underline{E}_1^*(M,t) = 2KE_0^2[1+\cos(\varphi_1{}''(M) - \varphi_1{}'(M))]$ on pose $I_0 = KE_0{}^2$
- $\varphi_1{}''(M) - \varphi_1{}'(M) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_1(M) = \frac{2\pi}{\lambda}[(S_1M)_{M2} - (S_1M)_{M1}] = \frac{2\pi}{\lambda}[S_1I_1{}'' + I_1{}''M - S_1I_1{}' - I_1{}'M]$

Or : $S_1I_1' = S_1'I_1'$ où S_1' est l'image de S_1 par la miroir plan M_1 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_1
$S_1I_1'' = S_1''I_1''$ où S_1'' est l'image de S_1 par la miroir plan M_2 c'est-à-dire son symétrique par rapport à M_2

Donc : $\varphi_1{}''(M) - \varphi_1{}'(M) = \frac{2\pi}{\lambda}[S_1{}''I_1{}'' + I_1{}''M - S_1{}'I_1{}' - I_1{}'M] = \frac{2\pi}{\lambda}[S_1{}''M - S_1{}'M]$

Coordonnées des points : S_1 (a,0,-D) S_1' (2ℓ-a,0,-D) S_1'' (-2ℓ-a,0,-D) M (x,y,0)
On suppose D grand devant les autres longueurs

On calcule : $S_1{}''M = \left[(x+2\ell+a)^2 + y^2 + D^2\right]^{1/2} = D\left[1 + \frac{(x+2\ell+a)^2+y^2}{D^2}\right]^{1/2} \approx D + \frac{(x+2\ell+a)^2+y^2}{2D}$

$$S_1{}'M = \left[(x-2\ell+a)^2 + y^2 + D^2\right]^{1/2} = D\left[1 + \frac{(x-2\ell+a)^2+y^2}{D^2}\right]^{1/2} \approx D + \frac{(x-2\ell+a)^2+y^2}{2D}$$

$$\delta_1(M) = S_1{}''M - S_1{}'M \approx D + \frac{(x+2\ell+a)^2+y^2}{2D} - D - \frac{(x-2\ell+a)^2+y^2}{2D} = \frac{4\ell(a+x)}{D}$$

Finalement : $I_1(M) = 2I_0[1+\cos(\frac{8\pi\ell(a+x)}{\lambda D})]$

Etude de l'éclairement en M du à S_2 :

Il suffit de remplacer a par -a dans l'expression de $I_1(M)$: $I_2(M) = 2I_0[1+\cos(\frac{8\pi\ell(x-a)}{\lambda D})]$

Eclairement total en M :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) = 2I_0[1+\cos(\frac{8\pi\ell(x+a)}{\lambda D})] + 2I_0[1+\cos(\frac{8\pi\ell(x-a)}{\lambda D})]$$

$$I(M) = 2I_0[2+\cos(\frac{8\pi\ell(x+a)}{\lambda D}) + \cos(\frac{8\pi\ell(x-a)}{\lambda D})]$$

Finalement : $\boxed{I(M) = 4I_0[1+\cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D}).\cos(\frac{8\pi\ell x}{\lambda D})]}$

I(M) ne dépend que de x => franges rectilignes x = cste parallèles à l'axe Oy

Interfrange i telle que I(x+i) = I(x) d'où : $i = \frac{\lambda D}{4\ell}$

On a : $I_{max} = 4I_0[1+\left|\cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D})\right|]$ et $I_{min} = 4I_0[1-\left|\cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D})\right|]$

D'où le contraste : $\boxed{C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \left|\cos(\frac{8\pi\ell a}{\lambda D})\right|}$

C = 0 pour $a = (k+\frac{1}{2})\frac{\lambda D}{8\ell}$ (k entier). L'intensité est uniforme sur l'écran. On a un brouillage.

C = 1 pour $a = k\frac{\lambda D}{8\ell}$. Les interférences sont bien visibles.