

Packs de démarrage, Formalisme et notation, études de fonctions

Semaine du 23 septembre 2024 :

Analyse et Algèbre- Chapitres 0 : **Packs de démarrage**

Algèbre - Chapitre 1 : **formalisme et notation**

Algèbre - chapitre 2 : **Ensembles et applications** (jusqu'à p15 inclu)

Analyse Chapitre 1 : **Etude de fonctions** (parties 1 et 2)

? AUTO-TEST

Vous devez pouvoir répondre le plus précisément possible aux questions ci dessous.

► **AL1 : Formalisme**

- Qu'est ce que les quantificateurs ?
- Donner un exemple où l'ordre des quantificateurs change totalement le sens d'une proposition.
- Qu'appelle-t-on "lois de Morgan" ?
- Qu'est-ce que la contraposée d'une implication ? Qu'est ce que la négation d'une implication ?
- Donner un exemple d'utilisation de la contraposée.
- Qu'est ce que le raisonnement par l'absurde ?
- Qu'appelle-t-on raisonnement par analyse synthèse ?
- Présenter le raisonnement par récurrence. Qu'est ce que la récurrence double ? La forte ?

► **AN0 et AL0 : packs de démarrage**

- Qu'est ce qu'un système linéaire étagé ? Quelle information nous donne le rang ?
- Qu'est-ce qu'une fonction ?
- Pourquoi les phrases "la fonction x^2 est positive" ou " $f(x)$ est une fonction croissante" ne sont pas correctes ?
- Présenter (domaine de définition, propriétés, représentations graphique, formules) les "fonctions usuelles" (puissance, racine, valeur absolue, exp, ln, cos, sin, tan).

► **AN1 : Etudes de fonctions**

- Qu'est ce qu'une fonction paire ? Impaire ? majorée ? minorée ? bornée ?
- Quelles sont les effets des opérations $f(x+a)$, $f(x)+a$, etc. sur le graphe d'une fonction f ?
- Qu'est-ce qu'une fonction croissante ? Décroissante ? Strictement croissante ? Monotone ?
- Qu'est ce que la dérivée d'une fonction en un point ? Quelles interprétations à cette dérivée ?
- Donner la formule de dérivation du produit, du quotient, de la composition de fonctions dérivables.
- Donner la formule de dérivation de la bijection réciproque, en précisant bien les conditions d'utilisation.
- Refaire le calcul donnant la dérivée d'exponentielle.

► **AL2 : Ensembles et applications**

- Que signifie $x \in A$? $A \subset B$? \bar{A} ?
- Comment montrer $A \subset B$?
- Qu'est-ce qu'une application ? Que note-t-on $f(A)$ et $f^{-1}(B)$?
- Qu'est ce qu'une application injective ? Surjective ? Bijective ? Donner des exemples pour chacune de ces définition.
- Énoncez la caractérisation de la bijection à partir de l'existence d'une fonction g ...

Cette liste de question n'est pas exhaustive, mais savoir y répondre précisément et rapidement est un bon indice de connaissance de votre cours.



DEMONSTRATIONS EXIGIBLES

Les démonstrations ci dessous peuvent être demandées :

- ▶ Montrez que si $x \neq 0$ et $y \neq 0$, alors $xy \neq 0$.
- ▶ Montrez que la fonction partie entière est croissante, mais pas strictement croissante.
- ▶ Soit $f : E \rightarrow F$. Montrez que si $A \subset B \subset E$, alors $f(A) \subset f(B)$, et si $A \subset B \subset F$, alors $f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$.
- ▶ Montrez que si f est strictement croissante, alors f est injective.



COMPÉTENCES OU SAVOIRS-FAIRE

1. Démontrer une formule via une récurrence simple ou double.
2. Déterminer l'ensemble de définition d'une fonction en justifiant rigoureusement les problèmes de composition.
3. Utiliser des quantificateurs (en comprenant l'importance de l'ordre des quantificateurs, en sachant gérer les négations, etc.)
4. Résoudre des équations simples en justifiant bien les opérations.
5. Résoudre des systèmes d'équations linéaires avec le pivot de Gauss.
6. Etudier une fonction à partir de sa dérivée et son tableau de variation (avec des limites simple à calculer)
7. Tracer le graphe représentatif d'une fonction à partir de son étude.
8. Montrer une inclusion d'ensemble.